

Solving conics over function fields

par MARK VAN HOEIJ et JOHN CREMONA

RÉSUMÉ. Soit F un corps de caractéristique différente de 2, et $K = F(t)$. Nous donnons un algorithme simple pour trouver, étant donné $a, b, c \in K^*$, une solution non-triviale dans K (si elle existe) à l'équation $aX^2 + bY^2 + cZ^2 = 0$. Dans certains cas, l'algorithme a besoin d'une solution d'une équation similaire à coefficients dans F ; nous obtenons alors un algorithme récursif pour résoudre les coniques diagonales sur $\mathbb{Q}(t_1, \dots, t_n)$ (en utilisant les algorithmes existants pour telles équations sur \mathbb{Q}) et sur $\mathbb{F}_q(t_1, \dots, t_n)$.

ABSTRACT. Let F be a field whose characteristic is not 2 and $K = F(t)$. We give a simple algorithm to find, given $a, b, c \in K^*$, a nontrivial solution in K (if it exists) to the equation $aX^2 + bY^2 + cZ^2 = 0$. The algorithm requires, in certain cases, the solution of a similar equation with coefficients in F ; hence we obtain a recursive algorithm for solving diagonal conics over $\mathbb{Q}(t_1, \dots, t_n)$ (using existing algorithms for such equations over \mathbb{Q}) and over $\mathbb{F}_q(t_1, \dots, t_n)$.

Mark VAN HOEIJ
Department of Mathematics
Florida State University
Tallahassee, FL 32306-3027, USA
E-mail : hoeij@math.fsu.edu
URL : <http://www.math.fsu.edu/~hoeij/>

John CREMONA
School of Mathematical Sciences
University of Nottingham
University Park, Nottingham, NG7 2RD, UK
E-mail : john.cremona@nottingham.ac.uk
URL : <http://www.maths.nott.ac.uk/personal/jec/>

Manuscrit reçu le 5 janvier 2006.

MvH acknowledges support from the A. von Humboldt Foundation and NSF grant 0511544.