Владикавказский математический журнал
Октябрь–декабрь, 2002, Том 4, Выпуск 4

ХАДЖУМАР ПЕТРОВИЧ ДЗЕБИСОВ
(к шестидесятилетию со дня рождения)

Хаджумар Петрович Дзебисов родился 1 февраля 1942 г. в селении Ломис Южной Осетии в крестьянской семье. В 1969 он с отличием окончил физико-математический факультет Северо-Осетинского государственного педагогического института (СОГПИ). С 1969 по 1973 год Х. П. Дзебисов — преподаватель кафедры математического анализа СОГУ. В этот же период формируется область его научных интересов под влиянием В. П. Громова, В. А. Какичева и Г. Л. Луканкина, читавших в СОГУ лекции по современным разделам математики.

В 1973 г. он поступает в очную аспирантуру Московского областного педагогического института (МОПИ). Его научным руководителем становится Генадий Лаврович Луканкин. К этому времени на математическом факультет МОПИ под руководством Андрея Алексеевича Темлякова (ученика Федора Дмитриевича Гахова) сформировалась научная школа (Л. А. Айзенберг, И. И. Баврин, М. М. Вайнберг, Г. Л. Луканкин, Е. Д. Соломенцев и др.), ставшая одним из немногих научных центров по теории функций многих комплексных переменных. Х. П. Дзебисов быстро продвинулся в новой области исследований и им были получены весьма впечатляющие результаты. Однако по причинам далеким от науки он защитил кандидатскую диссертацию только в 1999 году. В 1976 Хаджумар Петрович вернулся в СОГУ и по сей день работает на кафедре математического анализа.

В 1954 г. А. А. Темляков получил интегральные формулы для аналитических функций двух комплексных переменных в двоякокруговых областях. В отличие от одномерного случая универсальность интегрального ядра в случае нескольких переменных приводит к его неаналитичности. А. А. Темляков впервые построил для широкого класса областей единое ядро с сохранением аналитичности. Эти интегральные формулы ныне известны в математической литературе под названием «Интегралы Темлякова». Они получили широкое применение при исследовании различных вопросов теории функций многих комплексных переменных в силу следующих особенностей: во-первых, ядра этих интегральных представлений являются аналитическими, а во-вторых, внутренний интеграл в формулах Темлякова является интегралом с ядром Коши. В дальнейшем теория интегральных представлений с ядром Коши продолжала строиться по двум основным путям: расширению классов областей аналитичности и получению интегральных представлений, решающих задачу восстановления функции по некоторому значению ее оператора, наиболее общими и удобными в приложениях способами. Так, например, А. В. Гуляевым и В. Т. Уляшевым был совершен переход от ограниченных полных двоякокруговых областей к классу неограниченных двоякокруговых областей и получены соответствующие интегральные представления с ядрами Коши. И. И. Бавриным и Г. Н. Бакуниным получены интегральные формулы, восстанавливающие аналитическую функцию внутри области через значения дифференциального оператора или самой функции, заданные на определяющем двумерном многообразии, принадлежащем границе области или лежащем внутри нее.

Продолжая исследования в этом направлении, Х. П. Дзебисов получил интегральные представления для класса полных двоякокруговых областей, границы которых состоят как из строго выпуклых участков, так и из аналитических плоскостей, из которых, как следствия, следуют и интегральные представления Темлякова, и интегральные формулы И. И. Баврина и Г. Н. Бакунина. Получены также интегральные представления, восстанавливающие аналитическую функцию в области D по значениям самой функции или ее дифференциального оператора, заданных на аналитических плоскостях в $\mathbb{C}^2$. Последний результат оказался весьма неожиданным, так как среди специалистов бытовало убеждение (см., например, монографию Л. А. Айзенберга и А. П. Южакова «Интегральные представления и вычеты в многомерном комплексном анализе», Новосибирск: Наука, 1979) о невозможности восстановления аналитической функции внутри области $D \subset \mathbb{C}^2$ по заданным ее значениям на аналитических плоскостях границы с помощью интегрального представления. Таким образом, полученные интегральные представления решают принципиальный вопрос о возможности восстановления аналитической функции $f(z)$ в области D через значения самой функции или ее дифференциального оператора, заданных на трехмерных (над $\mathbb{R}$) множествах (неаналитических гиперповерхностях, аналитических плоскостях), лежащих внутри D или принадлежащих ее границе ∂D. Х. П. Дзебисов распространил указанные интегральные представления также на неограниченные двоякокруговые области, к которым после работы академика В. С. Владимирова (см., например, «Голоморфные функции с неотрицательной мнимой частью в трубчатой области над конусом», Мат. сборник, 1969. Т. 79. С. 128–152) проявляется определенный интерес. В этом же направлении Х. П. Дзебисовым впервые получены аналоги интегральных представлений Темлякова для полукруговых областей (областей Хартокса) пространства $\mathbb{C}^2$.

В связи с изучением интегралов Темлякова естественным образом возникла задача исследования самих интегральных представлений, аналогично тому, как из интегральной формулы Коши возникла задача исследования интеграла типа Коши. Таким образом, в пространстве $\mathbb{C}^2$ двух комплексных переменных было введено понятие интеграла типа Темлякова и его аналогов. Первым начал изучать свойства интеграла типа Темлякова Л. А. Айзенберг. Им изучались граничные свойства, поведение интеграла вне области аналитичности, задача Дирихле и ряд других вопросов. Исследования показали, что для двоякокруговых областей со строго выпуклой границей, функции представимые интегралом типа Темлякова, непрерывны в пространстве $\mathbb{C}^2$. Тогда, естественно, встал вопрос о поведении нормальной производной интеграла при переходе через границу области D, в которой имеет место само интегральное представление Г. Л. Луканкин показал в своих исследованиях, что нормальная производная совершает, вообще говоря, конечный скачек. Исследования нормальной производной были продолжены Х. П. Дзебисовым, и в частности для гипершара был получен следующий примечательный результат: *Скачек совершаемый интегралом типа Темлякова при переходе границы гипершара равен удвоенной интегральной плотности.*

Теория краевых задач для аналитических функций одного комплексного переменного: задача сопряжения (задача Римана), задача Римана — Гильберта (задача Гильберта) и обобщенная задача Римана — Гильберта — рассмотрена в широко известных монографиях Н. И. Мусхешвили, И. Н. Векуа, Ф. Д. Гахова. Как известно, при решении одномерных краевых задач основным математическим аппаратом является интеграл типа Коши. С середины 60-х годов сильно возрос интерес к решению краевых задач в пространстве нескольких комплексных переменных, аналогичных одномерным краевым задачам Римана, Гильберта и их обобщениям. В. С. Владимиров рассмотрел задачу линейного сопряжения для случая трубчатых областей, В. А. Какичев решал краевые задачи для функций, аналитических в бицилиндрических областях, М. А. Бородин рассмотрел решение краевой задачи Римана — Гильберта. Для двоякокруговых областей (случай гиперконуса), аналогичные краевые задачи решали

Г. Л. Луканкин, В. И. Боганов, О. Д. Алгазин и др. Тот факт, что для интегралов типа Темлякова двумерные множества, образованные пересечением координатных плоскостей пространства $\mathbb{C}^2$ с границей гиперконуса играют роль остова гиперконуса (границы Шилова), позволяет использовать при решении краевых задач аппарат интеграла типа Темлякова. Х. П. Дзебисовым для этих областей впервые поставлены краевые задачи, с краевыми условиями содержащими наряду с искомой функцией и ее частные производные. Для одномерного случая такие задачи называются краевыми задачами типа задачи Римана и Гильберта. В качестве математического аппарата решения этих задач используются полученные им же интегральные представления, свойства которых позволяют свести решения к решению полных сингулярных интегральных уравнений как нормального, так и особого типов. В некоторых случаях удается получить решения в замкнутой форме в виде интегралов и эти решения укладываются в схему теории Нетера — факт, сам по себе, крайне редкий для пространственных краевых задач. О значимости и актуальности исследований в этом направлении говорит тот факт, что из решаемых краевых задач типа задачи Римана, например, как частный случай вытекает третья смешанная краевая задача уравнений математической физики, которая до этого не рассматривалась ввиду отсутствия аппарата ее решения. Причем ее решение представимо интегралом, т. е. в замкнутом виде. Показано также, что классы функций, используемые в качестве аппарата решения краевых задач, являются решениями некоторых переопределенных систем дифференциальных уравнений в частных производных второго и третьего порядков с одной и с двумя искомыми функциями.

Из рассматриваемых Х. П. Дзебисовым краевых задач следует особо выделить пространственные односторонние краевые задачи сопряжения по нахождению пары аналитических функций в двоякокруговых областях. Одномерный аналог односторонней однородной задачи имеет только тривиальное решение. Однако, если в краевое условие наряду с искомой функцией входят частные производные первого порядка, то их решения сводятся либо к известным одномерным сингулярным уравнениям для случая выпуклых двоякокруговых областей, либо к бисингулярным интегральным уравнениям для случая бицилиндра. Краевые задачи в такой постановке Х. П. Дзебисовым рассмотрены впервые.

Из других результатов Х. П. Дзебисова следует отметить вопросы аналитического продолжения определенных классов функций, представимых интегралами. В этом направлении найдены достаточные условия аналитического продолжения, связанные с наложением дополнительных ограничений на интегральную плотность.

Хаджумар Петрович встречает свое шестидесятилетие в полном расцвете своих творческих сил. Недавно им завершена итоговая монография «Интегральные представления и краевые задачи в многомерном комплексном анализе», в которой сформулирован, в частности, большой круг задач для дальнейших исследований, рассчитанных на работающих математиков, аспирантов и студентов старших курсов, интересующихся многомерным комплексным анализом и его приложениями к математической физике. Пожелаем Хаджумару Петровичу крепкого здоровья, дальнейших творческих успехов, семейного благополучия.

О. Д. Алгазин, В. И. Боганов, А. Г. Кусраев,
А. В. Латышев, Г. Л. Луканкин, А. В. Нелаев