

УДК 517.55

## ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ЗАДАЧА РИМАНА ДЛЯ ДВОЙКОКРУГОВЫХ ОБЛАСТЕЙ

Г. Л. Луканкин

Поставлена и решена двумерная краевая задача сопряжения для двойкокруговых областей. В качестве математического аппарата решения задачи используется интеграл типа Темлякова. Решение задачи сводится к рассмотрению полного особого интегрального уравнения, решаемого известными способами.

К настоящему времени разработка теории одномерных краевых задач (задача Римана, задача Гильберта, задача Карлемана и др.) для голоморфных функций одного комплексного переменного фактически завершена (см., например, [7, 17, 25]). Эти задачи нашли широкие приложения как в математике (сингулярные интегральные уравнения, уравнения типа свертки и др.), так и при рассмотрении большого числа прикладных задач в теории упругости, гидро- и аэродинамики, дифракции, теории массового обслуживания, в теории переноса частиц и т. д.

В 60-е годы прошлого столетия появился ряд работ академиков Н. Н. Боголюбова, Ю. В. Линника, В. С. Владимировой, А. А. Гончара, посвященных приложениям функций многих комплексных переменных в квантовой теории поля (см. [4, 6]) и математической статистике (см. [16]). В 70-е годы XX века в работах зарубежных авторов К. Черчилляни, К. Кейза и П. Цвайфеля изложены результаты, позволяющие получить точные решения нестационарных граничных задач для кинетических уравнений (см., например, [13, 27]). В последние годы XX столетия описан широкий класс задач из квантовой механики, теории вероятностей, математической физики, которые соответствующим преобразованием Фурье приводятся к пространственной задаче Римана (см., например, [1, 11, 12, 15, 24]).

Удобным аппаратом для исследования свойств голоморфных функций многих комплексных переменных, с целью их дальнейшего использования при рассмотрении пространственных краевых задач, являются интегральные представления Коши, Вейля, Мартинелли — Бохнера, Темлякова и др. (см., например, [1, 26]).

В настоящей статье представлены результаты, являющиеся продолжением исследований автора (см., например, [7, 19–23]) и его учеников (см., например, [2, 5, 8, 9, 14, 18, 24]) по краевым задачам линейного сопряжения функций двух комплексных переменных (пространственная задача Римана). Математическим аппаратом решения задач является интеграл типа Темлякова I рода с ограниченной двойкокруговой определяющей областью из класса  $(T)$ , граница которой имеет конечный порядок.

### 1. Введение. Интеграл типа Темлякова и некоторые его свойства

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1 (см. [26, с. 349]). Областью  $D$  класса  $(T)$  называется полная, ограниченная, выпуклая двоякокруговая область с центром в точке  $(0, 0) \in D$ , граница которой дважды непрерывно дифференцируема и аналитически выпукла извне.

Область  $D$  класса  $(T)$  ( $D \in (T)$ ) допускает следующее параметрическое задание:

$$\begin{aligned} D &= \bigcup_{0 \leq \tau \leq 1} \left\{ (w, z) \in \mathbb{C}^2 : |w| < r_1(\tau), |z| < r_2(\tau) \right\} \\ &= \text{inter.} \bigcap_{0 \leq \tau \leq 1} \left\{ (w, z) \in \mathbb{C}^2 : c(\tau)|w| + d(\tau)|z| < 1 \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $c(\tau) = \tau r_1^{-1}(\tau)$ ,  $d(\tau) = (1 - \tau)r_2^{-1}(\tau)$ ,  $r_1(\tau)$  и  $r_2(\tau)$  — действительные, непрерывно дифференцируемые функции в интервале  $(0, 1)$ , удовлетворяющие условиям

$$r_1(0) = 0, \quad 0 < r_1'(\tau) \leq r_1(\tau)\tau^{-1}, \quad (2)$$

$$r_2(\tau) = R_2 \exp \left\{ - \int_0^\tau \frac{\tau}{1 - \tau} d \ln r_1(\tau) \right\}, \quad R_2 > 0 \quad (R_2 = \text{const}). \quad (3)$$

Граница области  $D \in (T)$  имеет вид

$$\begin{aligned} \partial D &= \left\{ (w, z) \in \mathbb{C}^2 : |w| < r_1(\tau), |z| < r_2(\tau), \tau \in [0, 1] \right\} \\ &= \left\{ (w, z) \in \mathbb{C}^2 : |w| = r_1(\tau)\eta, |z| = r_2(\tau)\eta e^{-it}, 0 \leq \tau \leq 1, 0 \leq t \leq 2\pi, |\eta| = 1 \right\}. \end{aligned}$$

Рассмотрим функцию  $\Phi(\tau, t, \lambda, \mu)$  ( $\tau$  и  $t$  — действительные переменные,  $\lambda$  и  $\mu$  — комплексные), которая суммируема в прямоугольнике  $R = \{(\tau, t) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq \tau \leq 1, 0 \leq t \leq 2\pi\}$  при любых  $\lambda$  и  $\mu$  ( $|\lambda| < +\infty$ ,  $|\mu| < +\infty$ ).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Интегралом типа Темлякова I рода будем называть интеграл вида

$$f(w, z) = \frac{1}{4\pi^2 i} \int_0^1 d\tau \int_0^{2\pi} dt \int_{|\eta|=1} \frac{\Phi(\tau, t, \eta, \eta e^{-it})}{\eta - u} d\eta, \quad (4)$$

где  $(w, z) \in \mathbb{C}^2$ ,  $u = c(\tau)w + d(\tau)ze^{it}$ .

Функции  $r_1(\tau)$  и  $r_2(\tau)$  определяются условиями (2) и (3), поэтому можно рассмотреть неаналитическую гиперповерхность

$$|w| = r_1(\tau), \quad |z| = r_2(\tau) \quad (0 \leq \tau \leq 1), \quad (5)$$

являющуюся огибающей семейства гиперповерхностей

$$c(\tau)|w| + d(\tau)|z| = 1 \quad (0 \leq \tau \leq 1)$$

и расположенную под огибаемой в каждой точке. Из соотношения (1) видно, что областью, границей  $\partial D$  которой является гиперповерхность (5), будет область  $D \in (T)$ . Поэтому интеграл (4) получил название интеграла типа Темлякова I рода с определяющей ограниченной областью  $D$ .

Известно (см., например, [20, с. 33]), что для функций представимых интегралом типа Темлякова I рода (4), в точках  $(w, z) \in \mathbb{C}^2$  имеет место формула

$$f(w, z) = \frac{1}{2\pi} \left( \int_{T_1 \cup T_3} d\tau \int_{\psi+\varphi}^{2\pi-\varphi+\psi} \Phi^+(\tau, t, u, ue^{-it}) dt + \int_{T_2 \cup T_3} d\tau \int_{\psi-\varphi}^{\psi+\varphi} \Phi^-(\tau, t, u, ue^{-it}) dt \right), \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi(\tau, t + 2\pi, \eta, \eta e^{-it}) &= \Phi(\tau, t, \eta, \eta e^{-it}), \\ \Phi^+(\tau, t, u, ue^{-it}) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{|\eta|=1} \frac{\Phi(\tau, t, \eta, \eta e^{-it})}{\eta - u} d\eta \end{aligned}$$

для  $|u| < 1$ , а функция  $\Phi^-(\tau, t, u, ue^{-it})$  определяется по той же формуле, но для  $|u| > 1$ ,

$$\psi(w, z) = \arg w - \arg z,$$

$$\varphi(\eta, |w|, |z|) = \begin{cases} \arccos \alpha(\tau, |w|, |z|), & |\alpha(\tau, |w|, |z|)| \leq 1, \\ 0, & |\alpha(\tau, |w|, |z|)| > 1, \\ \pi, & |\alpha(\tau, |w|, |z|)| < -1, \end{cases}$$

$$\alpha(\tau, |w|, |z|) = (1 - c^2(\tau)|w|^2 - d^2(\tau)|z|^2)(2c(\tau)d(\tau)|w||z|)^{-1},$$

$$T_1 = \{\tau : c(\tau)|w| + d(\tau)|z| < 1\}, \quad T_2 = \{\tau : c(\tau)|w| - d(\tau)|z| > 1\},$$

$$T_3 = \{\tau : c(\tau)|w| + d(\tau)|z| \geq 1, |c(\tau)|w| - d(\tau)|z|| \leq 1\}.$$

Пусть образ границы  $\partial D$  области  $D$  в абсолютной четверть-плоскости задается уравнением  $|z| = K(|w|)$  (или  $r_2(\tau) = K(r_1(\tau))$ ). Обозначим через  $[\alpha_i, \beta_i]$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) интервалы изменения параметра  $\tau$  такие, что функция  $r_2(\tau) = K(r_1(\tau))$  линейна на отрезке  $[r_1(\alpha_i), r_1(\beta_i)]$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), где  $r_1(\tau) = \tau c_i^{-1}$  ( $c_i > 0$ ),  $\tau \in [\alpha_i, \beta_i]$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3.** Порядком границы  $|w| = K(|z|)$  ( $r_2(\tau) = K(r_1(\tau))$ ) области  $D$  называется число интервалов линейности  $[r_1(\alpha_i), r_1(\beta_i)]$  функции  $r_2(\tau) = K(r_1(\tau))$ , принадлежащих отрезку  $[0, r_1(1)]$ .

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4.** Мы скажем, что функция  $\Phi(\tau, t, \eta, \eta e^{-it})$  принадлежит классу  $\alpha$  ( $\Phi \in \alpha$ ), если  $\Phi$  по  $\eta$  удовлетворяет условию  $\text{Lip } \alpha$  ( $0 < \alpha \leq 1$ ), независимому от  $\tau$  и  $t$ , и ограничена по модулю для  $(\tau, t, \eta) \in M = \{(\tau, t, \eta) : (\tau, t) \in R, |\eta| = 1\}$ .

Рассмотрим следующие функции:

$$\begin{aligned} f_1(\tau, |w|, |z|) &= |z| - N(\tau)|w| + N(\tau)r_1(\tau) - r_2(\tau), \\ f_2(\tau, |w|, |z|) &= 2|z| - f_1(\tau, |w|, |z|), \\ f_3(\tau, |w|, |z|) &= 2|z| + N(\tau)r_1(\tau) - r_2(\tau) - f_1(\tau, |w|, |z|), \end{aligned}$$

где  $N(\tau) = r_2'(\tau)(r_1'(\tau))^{-1}$ ,  $0 < \tau < 1$ , причем  $a = \lim_{\tau \rightarrow 0} N(\tau)$ ,  $b = \lim_{\tau \rightarrow 1} N(\tau)$ .

Используя заданные функции, рассмотрим в пространстве  $\mathbb{C}^2$  области:

$$\begin{aligned} D^{++} &= D = \bigcap_{0 \leq \tau \leq 1} \{(w, z) \in \mathbb{C}^2 : f_1(\tau, |w|, |z|) < 0\}, \\ D^{+-} &= \{(w, z) \in \mathbb{C}^2 : f_2(\tau, |w|, |z|) < 0\}, \\ D^{-+} &= \{(w, z) \in \mathbb{C}^2 : f_3(\tau, |w|, |z|) < 0\}, \\ D^{--} &= \mathbb{C}^2 \setminus \overline{D^{++} \cup D^{+-} \cup D^{-+}}, \end{aligned}$$

множества

$$\begin{aligned} B_{s,i} &= \{(w, z) \in \mathbb{C}^2 : w = (1+s)(2c_i)^{-1}\eta, z = (1-s)(2d_i)^{-1}\eta, \\ &\quad |\eta| = 1, c_i > 0, d_i > 0, s = \pm 1, i = 1, 2, \dots, n\}, \end{aligned}$$

а также следующие области:

1) если  $\alpha_1 \neq 0$ ,  $\beta_n \neq 1$  ( $1 \leq n < +\infty$ ), то

$$\begin{aligned} q_{s,i}^+ &\left\{ (w, z) \in \mathbb{C}^2 : f_1(\alpha_i, |w|, |z|) < 0, f_2(1, |w|, |z|) < 0, s = +1 \text{ или} \right. \\ &\quad \left. f_1(\beta_i, |w|, |z|) < 0, f_3(0, |w|, |z|) > 0, s = -1, i = 1, 2, \dots, n \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_{s,i}^- &\left\{ (w, z) \in \mathbb{C}^2 : f_1(0, |w|, |z|) < 0, f_2(\beta_i, |w|, |z|) < 0, s = +1 \text{ или} \right. \\ &\quad \left. f_1(1, |w|, |z|) < 0, f_3(\alpha_i, |w|, |z|) > 0, s = -1, i = 1, 2, \dots, n \right\}; \end{aligned}$$

2) если  $\alpha_1 = 0$ ,  $\beta_1 = 1$ , то

$$q_{1,1}^+ = q_{-1,1}^+ = D^{++}, \quad q_{1,1}^- = D^{+-}, \quad q_{-1,1}^- = D^{-+}.$$

Семейство двумерных поверхностей, проходящих через точки окружностей  $B_{s,i}$  ( $s = \pm 1$ ,  $i$  — фиксировано), обозначим через

$$\begin{aligned} \sigma_{s,i}^{(k,l)} &= \left\{ (w, z) \in \mathbb{C}^2 : |z| = k(|w| - c_i^{-1}), \arg w - \arg z = l \right. \\ &\quad (\arg 0 = \arg w_0 - l, (w_0, 0) \in B_{+1,i}), s = 1 \text{ или} \\ &\quad |z| = k|w| + d_i^{-1}, \arg w - \arg z = l \\ &\quad (\arg 0 = \arg z_0 + l, (0, z_0) \in B_{-1,i}), s = -1, \\ &\quad \left. |k| < +\infty, |l| < 2\pi, i = 1, 2, \dots, n \right\}. \end{aligned}$$

Л. А. Айзенберг установил (см., например, [26, с. 352]), что интеграл (4) является функцией голоморфной в областях  $D^{++}$ ,  $D^{-+}$  и  $D^{+-}$ , а если  $\Phi \in \alpha$ , то непрерывен во всем пространстве  $\mathbb{C}^2$ , за исключением множеств  $B_{s,i}$  ( $s = \pm 1$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 5. Множества  $B_{s,i}$  назовем окружностями особенностей интеграла типа Темлякова I рода.

Для интеграла типа Темлякова имеют место следующие утверждения:

**Предложение 1** (см. [3]). Интеграл (4) на двумерном многообразии бесконечно удаленных точек  $\mathbb{C}^2$  обращается в нуль, причем, если точка  $(w, z)$  стремится к бесконечно удаленной точке вида  $(w_0, \infty)$  (или  $(\infty, z_0)$ ), то это стремление происходит произвольным способом; если же точка  $(w, z)$  стремится к точке вида  $(\infty, \infty)$ , то это стремление должно происходить по пути, расположенному на гиперповерхности  $|z| = c_i d_i^{-1} |w| + b$  ( $b$  — произвольное вещественное число).

**Предложение 2** (см. [21, с. 12-13]). Пусть граница области  $D \in (T)$  имеет конечный порядок  $n$  ( $1 \leq n < \infty$ ), а плотность интеграла (4) функция  $\Phi \in \alpha$ . Тогда предельные значения интеграла типа Темлякова I рода (4) в точках окружностей особенностей  $B_{s,i}$  определяются по формуле:

$$f(w_0, z_0) = \lim_{(w,z) \rightarrow (w_0, z_0) \in B_{s,i}} f(w, z) = \pm \frac{1}{4\pi^2 i} \int_0^1 d\tau \int_0^{2\pi} dt \int_{|\eta|=1} \frac{\Phi(\tau, t, \eta, \eta e^{-it})}{\eta - u_0} d\eta$$

$$+ \frac{1}{4\pi} \int_{\alpha_i}^{\beta_i} d\tau \int_0^{2\pi} \Phi(\tau, t, u_0, u_0 e^{-it}) dt - \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_i}^{\beta_i} d\tau \int_{l-\varphi_0(k)}^{l+\varphi_0(k)} \Phi(\tau, t, u_0, u_0 e^{-it}) dt,$$
(7)

где  $u_0 = c(\tau)w_0 + d(\tau)z_0 e^{-it}$ , для  $\tau \in [0, \alpha_i) \cup (\beta_i, 1]$ ,

$$u_0 = \exp \frac{i}{2} \left[ (1+s) \arg w_0 + (1+s)(\arg z_0 + t) \right],$$

для  $\tau \in [\alpha_i, \beta_i]$ ,  $(w_0, z_0) \in B_{s,i}$ ,  $s = \pm 1$ ; особый интеграл в формуле (7) понимается в смысле главного значения по Коши;

$$\varphi_0(k) = \lim_{(w,z) \rightarrow (w_0, z_0) \in B_{s,i}} \varphi(\tau, |w|, |z|)$$

$$= \begin{cases} 0, & (w, z) \xrightarrow{D^{++}} (w_0, z_0) \in B_{s,i}, \\ \pi, & (w, z) \xrightarrow{D^{+-}, D^{-+}} (w_0, z_0) \in B_{s,i}, \\ \arccos \left( -\frac{c_i}{d_i k} \right), & (w, z) \xrightarrow{D^{--}} (w_0, z_0) \in B_{s,i}. \end{cases}$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 6. Функцию  $f(w, z)$  назовем функцией класса  $(T)$  ( $f \in (T)$ ), если она задана в пространстве  $\mathbb{C}^2$ , кроме точек окружностей  $B_{s,i}$  ( $s = \pm 1, i = 1, 2, \dots, n$ ), и удовлетворяет следующим условиям:

1) функция  $f(w, z)$  — непрерывна в  $\mathbb{C}^2 \setminus B_{s,i}$ ; голоморфна в областях  $D^{++}, D^{-+}, D^{+-}$ , и обобщенно-аналитична в  $D^{--}$ ;

2) функция  $f(w, z)$  имеет конечные пределы в точках  $B_{s,i}$  ( $s = \pm 1, i = 1, 2, \dots, n$ ) при стремлении точки  $(w, z)$  из областей  $D^{++}$ , (или  $D^{-+}$ , или  $D^{+-}$ ); имеет предельные значения в точках  $B_{s,i}$  ( $s = \pm 1, i = 1, 2, \dots, n$ ) по путям, расположенным на двумерных поверхностях  $\sigma_{s,i}^{(k,l)}$  ( $s = \pm 1, i = 1, 2, \dots, n$ ), если стремление точки  $(w, z)$  происходит из области  $D^{--}$ .

Из свойств интеграла типа Темлякова I рода с ограниченной определяющей областью  $D \in (T)$  вытекает справедливость следующего утверждения

**Утверждение 3** (см. [21, с. 13]). *Всякая функция, представимая интегралом типа Темлякова I рода (4) с плотностью из  $\Phi$  класса  $\alpha$ , принадлежит классу  $(T)$ .*

## 2. Постановка и решение неоднородной краевой задачи линейного сопряжения функций из класса $(T)$ (задача Римана)

Пусть в пространстве  $\mathbb{C}^2$  задана область  $D \in (T)$ , граница которой имеет конечный порядок  $n$  ( $1 \leq n < \infty$ ). Требуется найти функцию  $f(w, z)$  класса  $(T)$ , обращающуюся в нуль на двумерном многообразии бесконечно удаленных точек, удовлетворяющую в точках заданной окружности особенностей

$$B_{s,i} = \{(w, z) : w = \eta_0 c_i^{-1}, z = 0, |\eta_0| = 1, i = 1, 2, \dots, n\} \quad (i \text{ — фиксировано})$$

краевому условию

$$f_{q_{1,i}^+}(\eta_0 c_i^{-1}, 0) = G(\eta_0) f_{q_{1,i}^-}(\eta_0 c_i^{-1}, 0) + g(\eta_0). \quad (8)$$

Функции  $G(\eta_0)$  и  $g(\eta_0)$  заданы на окружности особенностей  $B_{1,i}$  ( $i$  — фиксировано) и удовлетворяют условию Гёльдера, причем  $G(\eta_0) \neq 0$  на окружности  $B_{1,i}$ .

Решение поставленной краевой задачи будем искать в виде интеграла типа Темлякова I рода с определяющей областью  $D$ . По условию  $D$  — область класса  $(T)$ , граница которой имеет конечный порядок  $n$ . Для фиксированного  $i$  рассмотрим интервал линейности  $[r_1(\alpha_i), r_1(\beta_i)]$ . Тогда граница  $\partial D$  области  $D \in (T)$  имеет для этого отрезка вид  $c_i|w| + d_i|z| = 1$ , т. е.  $r_1(\tau) = \tau c_i^{-1}$ ,  $r_2(\tau) = (1 - \tau)d_i^{-1}$  для  $\tau \in [\alpha_i, \beta_i]$ ,  $c_i > 0$ ,  $d_i > 0$ . Рассмотрим сначала решение задачи для случая  $\alpha_i \neq 0$  и  $\beta_i \neq 1$ . Подставив формулы (7) предельных значений интеграла типа Темлякова в краевое условие (8), получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ (1 + G(\eta_0)) \int_{\alpha_i}^{\beta_i} \Phi(\tau, t, u_0, u_0 e^{-it}) d\tau + \frac{1 - G(\eta_0)}{\pi i} \int_{|\eta|=1} \frac{\int_{\alpha_i}^{\beta_i} \Phi(\tau, t, u_0, u_0 e^{-it}) d\tau}{\eta - u_0} d\eta \right. \\ \left. + \frac{1 - G(\eta_0)}{\pi i} \int_{T_0} d\tau \int_{|\eta|=1} \frac{\Phi(\tau, t, u_0, u_0 e^{-it})}{\eta - u_0} d\eta - 2g(\eta_0) \right\} dt = 0, \end{aligned}$$

где

$$T_0 = [0, \alpha_i) \cup (\beta_i, 1], \quad u_0 = \begin{cases} \exp \left\{ i \arg \frac{\eta_0}{c_i} \right\}, & \tau \in [\alpha_i, \beta_i] \\ \frac{\tau}{r_1(\tau)} \cdot \frac{\eta_0}{c_i}, & \tau \in T_0. \end{cases}$$

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} [1 + G(\eta_0)] F_{[\alpha_i, \beta_i]}(t, \eta_0) + \frac{1 - G(\eta_0)}{\pi i} \int_{|\eta|=1} \frac{F_{[\alpha_i, \beta_i]}(t, \eta_0)}{\eta - \eta_0} d\eta \\ + \int_{|\eta|=1} K(t, \eta, \eta_0) F_{T_0}(t, \eta) d\eta = 2(g(\eta_0) + \varphi(t, \eta_0)), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\int_0^{2\pi} \varphi(t, \eta_0) dt = 0$  и  $\varphi(t, \eta_0)$  — некоторая функция непрерывная по  $t \in [0, 2\pi]$  и удовлетворяющая условию Лип  $\alpha$  ( $0 < \alpha \leq 1$ ) независимому от  $t$ ,

$$F_{[\alpha_i, \beta_i]}(t, \eta_0) = \int_{\alpha_i}^{\beta_i} \Phi(\tau, t, u_0, u_0 e^{-it}) d\tau,$$

$$K(t, \eta, \eta_0) F_{t_0}(t, \eta) = \frac{1 - G(\eta_0)}{\pi i} \int_{T_0} \frac{\Phi(\eta, t, u_0, u_0 e^{-it})}{\eta - \frac{\tau}{r_1(\tau)} \cdot \frac{\eta_0}{c_i}} d\tau.$$

Полученное уравнение (9) есть полное особое интегральное уравнение с ядром Коши, общая теория решения которого хорошо разработана (см., например, [7, с. 185–195]).

Для некоторых частных случаев области  $D \in (T)$  уравнение (9) сводится к простейшему случаю особого интегрального уравнения — характеристическому уравнению, которое решается в замкнутой форме. Например, пусть  $\alpha_i = 0$  и  $\beta_i = 1$ , тогда область  $D \in (T)$  есть область типа  $A$ , а уравнение (9) принимает следующий вид:

$$[1 + G(\eta_0)] F_{[0,1]}(t, \eta_0) = \frac{1 - G(\eta_0)}{\pi i} \int_{|\eta|=1} \frac{F_{[0,1]}(t, \eta_0)}{\eta - \eta_0} d\eta = 2(g(\eta_0) + \varphi(t, \eta_0)),$$

т. е. характеристическое уравнение. Этот случай рассматривался нами ранее (см., например, [10, с. 14–15]), получено решение задачи в замкнутой форме.

### Литература

1. Айзенберг Л. А. Формулы Карлемана в комплексном анализе. Первые приложения.— Новосибирск: Наука, 1990.—248 с.
2. Боганов В. И. Об особом интегральном уравнении с действительными параметрами // Вестн. Моск. пед. ун-та. Математика. Физика.—1998.—№ 3–4.—С. 5–9.
3. Боганов В. И., Луканкин Г. Л. Интеграл типа Темлякова и его предельные значения // Докл. АН СССР.—1967.—Т. 176.—С. 16–19.
4. Боголюбов Н. Н., Медведев Б. В., Поливанов М. К. Вопросы теории дисперсионных соотношений.—М.: Физматлит, 1958.—204 с.
5. Виноградова И. Н. О решении краевых задач // Теория функций, функциональный анализ и их приложения.—М., 1972.—В. 15, Ч. 2.—С. 198–216.
6. Владимиров В. С. Методы теории функций многих комплексных переменных.—М.: Наука, 1964.—412 с.
7. Гахов Ф. Д. Краевые задачи.—М.: Наука, 1977.—640 с.
8. Дзедисов Х. П. О решении некоторых краевых задач // Математический анализ и теория функций.—М., 1974.—В. 4.—С. 99–123.
9. Дзедисов Х. П. Внутренняя и внешняя односторонние краевые задачи сопряжения для двоякокрюговых областей пространства // Владикавк. мат. журн.—2000.—Т. 2, Т. 4.—С. 3–10.
10. История отечественной математики.—Киев: Наукова думка, 1970.—Т. 4, кн. 1.—С. 193–210.
11. Какичев В. А. Краевые задачи для функций, аналитических в биобластях // Вестн. Новгородского ун-та им. Я. Мудрого. Естественные и технические науки.—Новгород, 1995.—С. 110–114.

12. Какичев В. А. К вопросу о конструировании сверток // Изв. МАН ВШ.—2001.—№ 2 (16).—С. 135–145.
13. Кейс К., Цвайфель П. Линейная теория переноса.—М.: Мир, 1972.—384 с.
14. Краснощеков А. Л. О решении некоторых краевых задач // Математический анализ и теория функций.—М., 1977.—в. 8.—С. 58–73.
15. Латышев А. В., Юшканов А. А. Аналитическое решение задачи о сильном испарении (конденсации) // Изв. РАН. Механика жидкости и газа.—1993.—№ 6.—С. 143–155.
16. Линник Ю. В. Статистические задачи с мешающими параметрами.—М.: Наука, 1966.—342 с.
17. Литвинчук Г. С. Краевые задачи и сингулярные особые уравнения со сдвигом.—М.: Наука, 1977.—448 с.
18. Лобанова О. В. Постановка и решение некоторых краевых задач // Математический анализ и теория функций.—М., 1976.—В. 6.—С. 70–88.
19. Луканкин Г. Л. Об интегралах типа Темлякова и некоторых их свойствах // Comment. Math. Univ. Carolov.—1968.—Т. 9, № 2.—С. 269–280.
20. Луканкин Г. Л. О некоторых краевых задачах для функций двух комплексных переменных // Учен. зап.—1969–70.—Т. 269, вып. 14.—С. 23–48.
21. Луканкин Г. Л. О задачах линейного сопряжения функций двух комплексных переменных // Математический анализ и теория функций.—М., 1973.—В. 1.—С. 10–24.
22. Луканкин Г. Л. Задачи линейного сопряжения в пространстве // Многомерный комплексный анализ и его приложения.—М., 1991.—С. 3–14. Деп. в ВИНТИ 29.12.1991, № 4899–В91.
23. Луканкин Г. Л. Пространственная задача линейного сопряжения // Вестн. МАН ВШ.—1999.—№ 4 (6).—С. 82–89.
24. Луканкин Г. Л., Латышев А. В., Рындина С. В. Граничная задача для одного класса линейных релаксационных нестационарных уравнений // Изв. МАН ВШ.—2001.—№ 2 (16).—С. 94–101.
25. Мухелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения.—М.: Наука, 1968.—542 с.
26. Фукс Б. А. Введение в теорию аналитических функций многих комплексных переменных.—М.: Физматгиз, 1962.—420 с.
27. Черчильяни К. Математические методы в кинетической теории.—М.: Мир, 1973.—245 с.

г. Мытищи

Статья поступила 16 сентября 2002 г.