Владикавказский математический журнал
Октябрь–декабрь, 2005, Том 7, Выпуск 4

УДК **513.8+517.55**

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ В ВИДЕ ПРОСТРАНСТВ КЁТЕ ПРОСТРАНСТВ ГОЛОМОРФНЫХ ФУНКЦИЙ

В. П. Кондаков

Семену Самсоновичу Кутателадзе
к его шестидесятилетию

В статье изучаются свойства разложений по системе мономов голоморфных функций, определенных на пространствах Кёте — Фреше. Дается представление пространств голоморфных функций на ядерных пространствах Кёте — Фреше с топологией компактной сходимости в виде (неметризуемых) пространств Кёте.

В работах [1–4] исследовались пространства голоморфных отображений между локально выпуклыми пространствами, что относится к так называемой бесконечномерной голоморфности. Сначала в [1] было показано, что в пространствах $\mathbb{C}$-значных голоморфных функций на совершенно (fully) ядерных пространствах с базисом система мономов (z^m) образует абсолютный базис (относительно компактно открытой топологии). Затем в [2, 3] для пространства голоморфных функций на монтелевском пространстве E получены некоторые результаты в противоположном направлении, т. е. из абсолютной базисности системы мономов выводилось свойство ядерности пространства E (и E'_β).

В [4], в частности, показано, что система мономов образует равностепенно непрерывный безусловный базис (Шаудера) в пространстве голоморфных функций на пространстве l_1 (относительно топологии τ_0 равномерной сходимости на компактных множествах).

В настоящей работе рассматриваются пространства $H(E, \tau_0)$ $\mathbb{C}$-значных голоморфных функций на пространствах Кёте — Фреше и для этих пространств при условии ядерности пространства Кёте E приводится реализация $H(E, \tau_0)$ в виде пространства Кёте с матрицей Кёте, элементы которой выражаются через элементы аналогичной матрицы представления для E. В доказательстве совершенствуется техника работ [1–4]. В частности, уточняются и снабжаются более доступными ссылками) оценки мономальных разложений из [1, 3].

Заметим, что случай $p = \infty$, частично рассмотренный в [1], исследуется с привлечением более тонких, по сравнению с [1], оценок норм случайных тригонометрических полиномов из [5].

Пусть E и F — локально выпуклые пространства над полем $\mathbb{C}$, U — открытое подмножество E.

Определение [3]. Функцию $f : U \to F$ называют *голоморфной*, если она непрерывна и для любых $u \in U$, $v \in E$ и $\varphi \in F'$ отображение $\mathbb{C} \ni \lambda \mapsto \varphi(f(u + \lambda v))$ голоморфно как функция одного комплексного переменного на ее области определения.

Бесконечномерной голоморфностью называют исследование голоморфных отображений между локально выпуклыми пространствами. Эта область анализа особенно быстро расширяется в последние десятилетия (библиографию см., например, в [1–4]).

Сосредоточим внимание на $\mathbb{C}$-значных голоморфных функциях. Множество всех $\mathbb{C}$-значных голоморфных функций на U обычно обозначают $H(U)$.

Пусть $\Delta : E \longrightarrow E^n := \underbrace{E \times \cdots \times E}_{n}$ обозначает диагональное отображение, т. е. $\Delta(z) = (\underbrace{z, \ldots, z}_{n})$. Отображение вида $P = L \circ \Delta$, где L есть n-линейное отображение на E^n, называют *n-однородным полиномом* на E. Через $\mathcal{P}(^nE)$ обозначают линейное пространство всех непрерывных n-однородных полиномов на E. *Полиномами* называют конечные суммы однородных полиномов.

Если $\varphi \in E'$, то $\varphi^n \in \mathcal{P}(^nE)$. Элементы алгебры, порождаемой φ^n, $n \in \mathbb{N}$ и $\varphi \in E'$ называются *полиномами конечного типа*.

Рассмотрим теперь локально выпуклое пространство E с базисом $(e_n)_{n=1}^{\infty}$. Символ $\mathbb{N}^{(\mathbb{N})}$ обозначает множество финитных последовательностей целых чисел, т. е. $m \in \mathbb{N}^{(\mathbb{N})}$ означает, что $m = (m_1, m_2, \ldots, m_n, \ldots)$ и $m_i = 0$ для всех $i > i_m$.

Мономом z^m (относительно базиса $(e_n)_{n=1}^{\infty}$) называют отображение

$$\sum_{n=1}^{\infty} z_n e_n \mapsto z_1^{m_1} \cdot z_2^{m_2} \cdot \ldots \cdot z_n^{m_n} \cdot \ldots,$$

где подразумевается $a^0 = 1$ для любого $a \in \mathbb{R}$. Каждый моном определяет элемент $\mathcal{P}(^{|m|}E)$, где $|m| = \sum_i |m_i|$. С использованием полиномов можно получить разложение в ряд голоморфной функции (аналог разложения в ряд Тейлора).

Отображение $f : U \to \mathbb{C}$ голоморфно тогда и только тогда, когда для каждого $u \in U$ существует последовательность $(P_{n,u})_{n=0}^{\infty}$, $P_{n,u} \in \mathcal{P}(^nE)$ для всех n, такая, что

$$f(u + z) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{n,u}(z) \tag{1}$$

для всех z из некоторой окрестности нуля, и ряд сходится равномерно к f на некоторой окрестности нуля. Представление (1) называют *разложением f в ряд Тейлора в точке u*. Согласно интегральной формуле Коши (размерности 1),

$$P_{n,u} = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{|\lambda|=\delta} \frac{f(u + \lambda z)}{\lambda^{n+1}}\, d\lambda = \frac{1}{n!} \frac{\partial^n f}{\partial z^n}(u)$$

для всех $u \in U$, $n \in \mathbb{N}$, $z \in E$ и достаточно малом $\delta = \delta(u)$.

Естественной областью сходимости (1) является уравновешенное подмножество E, и когда U само уравновешенно, тейлоровское разложение в нуле сходится к функции во всех точках U.

В частности, если E — пространство Фреше, $(\varphi_n)_{n=1}^{\infty}$ — последовательность в E', то

$$f = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n^n \in H(E)$$

тогда и только тогда, когда $\varphi_n \to 0$ при $n \to \infty$ равномерно на компактных подмножествах E. В этом случае $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \varphi_n^n$ — разложение в ряд Тэйлора функции f в нуле.

Если E — локально выпуклое пространство с базисом $(e_n)_{n=1}^{\infty}$ и $f \in H(E)$, то для каждого $m \in \mathbb{N}^{(\mathbb{N})}$ определяются по f мономиальные коэффициенты $(a_m)_{m\in\mathbb{N}^{(\mathbb{N})}}$, как и в конечномерном случае, по формулам

$$a_m = \frac{1}{(2\pi i)^r}\int\limits_T \dots \int\limits_T \frac{f(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_r, 0, \dots)}{\eta_1^{m_1+1}\eta_2^{m_2+1}\dots\eta_r^{m_r+1}}\, d\eta_1 \dots d\eta_r = \frac{\partial^{|m|} f}{\partial z^m}(0),$$

где $r = r(m)$ таково, что $m_i = 0$ для $i > r$, множество T определяется формулой

$$T = \left\{ \sum_{i=1}^{r} \eta_i e_i; \quad |\eta_i| = \alpha_i > 0 \text{ для } i = 1, 2, \dots, r \right\}$$

и $d\eta_1 \dots d\eta_r$ — мера Лебега на T. Коэффициенты $(a_m)_{m\in\mathbb{N}^{(\mathbb{N})}}$ не зависят от r и положительных чисел α_i, $i = 1, 2, \dots, r$. Таким образом, получается мономиальное разложение f

$$\sum_{m\in\mathbb{N}^{(\mathbb{N})}} a_m z^m. \tag{2}$$

Так как множество индексов в сумме (2) неупорядочено, приходится сначала рассматривать ее безусловную или абсолютную сходимости. При рассмотрении мономиальных разложений вводится несколько видов сходимостей и топологий на пространствах голоморфных функций. Наиболее часто используется компактно открытая топология τ_0.

Для мономиальных разложений обычно предполагается любо безусловная, либо абсолютная сходимость. Естественной областью такого разложения является полидиск.

Пусть E — ядерное пространство Фреше с базисом Шаудера. Тогда E изоморфно пространству Кёте с абсолютным базисом ортов. Можно сразу считать $E = l_1[a_r(n)]$ и предполагать условие ядерности в виде (см. [6]):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_r(n)}{a_{r+1}(n)} < \infty.$$

Для элементов E введем новые обозначения: $\|(z_n)_{n=1}^{\infty}\|_r = \sum_n |z_n| a_r(n)$, $z = (z_n) \in E$. Пусть V — открытый полидиск в E, т. е. $V = \{(z_n)_{n=1}^{\infty} \in E : \sup_n |z_n| a(n) < 1\}$, где $(a(n))_{n=1}^{\infty}$ — последовательность неотрицательных чисел с оценками для некоторых $c > 0$ и $r(0) \in \mathbb{N}$, $a(n) \geqslant c a_{r(0)}(n)$, $n \in \mathbb{N}$. Если K — компактное подмножество V, то можно указать последовательность положительных чисел $(\alpha_n)_{n=1}^{\infty}$ таких, что $K \subset \widetilde{K} = \left\{(z_n)_{n=1}^{\infty} \in E : \sup_n |z_n| \alpha_n \leqslant 1\right\}$, где $\widetilde{K}$ — компактный полидиск в V.

В работе [1] было показано, что если V — открытый полидиск в ядерном пространстве Кёте $E = l_1[a_r(n)]$, то мономы образуют абсолютный базис Кёте в $(H(V), \tau_0)$. В частности, в пространстве $(H(E), \tau_0)$ мономы образуют абсолютный базис Кёте, если E — ядерное пространство Фреше с базисом. Докажем некоторое обобщение результата из [2].

Теорема. *В пространстве $(H(X), \tau_0)$ голоморфных функций, заданных на пространстве Кёте $X = l_p[a_r(n)]$, $1 \leqslant p \leqslant \infty$, система мономов $(z^m)_{m\in\mathbb{N}^{(\mathbb{N})}}$ является абсолютным базисом Кёте в том и только том случае, когда пространство X ядерно. Пространство $(H(X), \tau_0)$ в этих случаях изоморфно пространству Кёте*

$$l_1\big[a(m, (r(n)))\big]_{m\in\mathbb{N}^{(\mathbb{N})}, (r(n))\in S} = l_1\left[\frac{1}{a_{r(1)}^{m_1}(1) \dots a_{r(k(m))}^{m_{k(m)}}(k(m))}\right]_{m\in\mathbb{N}^{(\mathbb{N})}, (r(n))\in S},$$

где S — совокупность всех последовательностей натуральных чисел $r(n)$ с $\lim\limits_{n\to\infty} r(n)=\infty$.

$\lhd$ Чтобы получить представление пространства аналитических функций, определенных на пространстве Кёте $E=l_p[a_r(n)]$, $1\leqslant p<\infty$, в виде пространства Кёте, подсчитаем нормы элементов базиса (мономов). Для этого воспользуемся свойствами фундаментальных систем ограниченных и компактных множеств. Предположим в E наличие монотонной системы полунорм $|\cdot|_r \leqslant \frac{1}{2^r}|\cdot|_{r+1}$, $r\in\mathbb{N}$, и тогда каждое ограниченное множество содержится в ограниченном p-эллипсоиде вида

$$C\left\{z=(z_n)_{n=1}^{\infty}:\ \sum_n |z_n|^p\frac{1}{\lambda_n^p}\leqslant 1\right\},\quad C>0,$$

где λ_n описаны выше как $\lambda_{\alpha n}$, а каждое компактное множество содержится в компактном p-эллипсоиде $(p=1)$

$$K_{(r(n))}=C\left\{z=(z_n)_{n=1}^{\infty}:\ \sum_n |z_n|^p a_{r(n)}^p(n)\leqslant 1\right\},\quad C>0,$$

где $(r(n))$ — последовательность натуральных индексов с $\lim_{n\to\infty} r(n)=\infty$. Соответствующие компактным p-эллипсоидам нормы будем обозначать

$$|z|_{(r(n))}^p=\sum_n |z_n|^p a_{(r(n))}^p(n),$$

$$\|f\|_{(r(n))}=\sup\left\{|f(z)|:\ z\in K_{(r(n))}\right\}.$$

Матрицу Кёте пространства $(H(U),\tau_0)$ образуют нормы мономов $\|z^m\|_{(r(n))}$, где $m\in\mathbb{N}^{(\mathbb{N})}$ и индекс $(r(n))$ пробегает все последовательности натуральных чисел с $\lim_{n\to\infty} r(n)=\infty$. Для подсчета указанных норм мономов воспользуемся известным неравенством между средним геометрическим и средним арифметическим

$$a_1^{p_1}\cdot\ldots\cdot a_n^{p_n}\leqslant\left(\frac{p_1a_1+\cdots+p_na_n}{p_1+\ldots p_n}\right)^{p_1+\cdots+p_n},$$

где $a_i\geqslant 0$, $p_k\geqslant 0$, причем равенство будет только в том случае, когда все a_i равны. Это неравенство в эквивалентной форме прямо следует из неравенства Йенсена для выпуклой функции. Применение неравенства между средним геометрическим и средним арифметическим дает оценку

$$\frac{|z|^{pm}a_{r(1)}^{pm_1}(1)\cdot\ldots\cdot a_{r(k(m))}^{pm_{k(m)}}(k(m))}{m^m}=\prod_{i=1}^{k(m)}\left[\frac{|z_i|^p a_{r(i)}^p(i)}{m_i}\right]^{m_i}\leqslant\left[\frac{\sum_{i=1}^{\infty}|z_i|^p a_{r(i)}^p(i)}{|m|}\right]^{|m|}=\frac{|z|_{(r(n))}^{p|m|}}{|m|^{|m|}}.$$

Здесь для финитной последовательности $m=(m_1,\ldots,m_{k(m)})$ из $\mathbb{N}^{(\mathbb{N})}$ считаем $k(m)$ максимальным индексом, для которого $m_{k(m)}\neq 0$, а среди m_i, $i<k(m)$, могут быть и равные нулю. Вводя обозначение

$$a^{-1}(m,(r(n)))=a_{r(1)}^{m_1}(1)a_{r(2)}^{m_2}(2)\ldots a_{r(k(m))}^{m_{k(m)}}(k(m)),$$

перепишем полученную оценку для нормы монома

$$\|z^{(m)}\|_{(r(n))} = \sup\left\{|z^m| : |z|_{(r(n))} \leqslant 1\right\} \leqslant \left(\frac{m^m}{|m|^{|m|}}\right)^{\frac{1}{p}} a(m,(r(n))).$$

С другой стороны, подсчитывая значение монома на элементе

$$z_0 = \sum_{i=1}^{k(m)} \frac{m_i^{\frac{1}{p}}}{|m|^{\frac{1}{p}} a_{r(i)}(i)} e_i, \text{ где } e_i = (\delta_{ij})_{j=1}^{\infty}, \quad i \in \mathbb{N},$$

$$|z_0|_{(r(n))} = \left(\sum_{i=1}^{k(m)} \frac{m_i}{|m|} \frac{a_{r(i)}^p(i)}{a_{r(i)}^p(i)}\right)^{\frac{1}{p}} = \left(\sum_{i=1}^{k(m)} \frac{m_i}{|m|}\right)^{\frac{1}{p}} = 1,$$

получим

$$z_0^m = \prod_{i=1}^{k(m)} \frac{m_i^{m_i \frac{1}{p}}}{|m|^{m_i \frac{1}{p}} a_{r(i)}^{m_i}(i)} = \frac{m^{m\frac{1}{p}}}{|m|^{m\frac{1}{p}}} a(m,(r(n))),$$

а значит,

$$\|z^m\|_{(r(n))} = \left(\frac{m^m}{|m|^{|m|}}\right)^{\frac{1}{p}} a(m,(r(n))), \quad m \in \mathbb{N}^{(\mathbb{N})}.$$

Таким образом, с точностью до «диагонального» преобразования, искомая матрица Кёте имеет вид

$$[a(m,(r(n)))]_{m\in\mathbb{N}^{(\mathbb{N})},(r(n))\in S} = \left[\frac{1}{a_{r(1)}^{m_1}(1)\dots a_{r(k(m))}^{m_{k(m)}}(k(m))}\right]_{m\in\mathbb{N}^{(\mathbb{N})},(r(n))\in S},$$

где S — совокупность всех последовательностей натуральных чисел $r(n)$ с $\lim\limits_{n\to\infty} r(n) = \infty$. Рассмотрим теперь пространство $H(E)$ аналитических функций на пространстве Кёте $E = l_1[a_r(n)]$ и будем предполагать, что система мономов образует в нем абсолютный базис, более точно, p-абсолютный базис Кёте ($p = 1$). Это значит, что для любого абсолютно выпуклого компактного множества K существуют константа $C > 0$ и компактное абсолютно выпуклое множество $\widetilde{K}$ такие, что

$$\sum_{m\in L} |c_m| \sup_{z\in K} |z^m| \leqslant C \sup_{z\in\widetilde{K}} \Big|\sum_{m\in L} c_m z^m\Big|, \tag{3}$$

для любого набора чисел $(a_m)_{m\in\mathbb{N}^{(\mathbb{N})}}$ и каждого конечного множества $L \subset \mathbb{N}^{(\mathbb{N})}$.

Считаем систему полунорм $(|\cdot|_r)$, определяющую топологию E, монотонной с неравенствами $|\cdot|_r \leqslant \frac{1}{2^r}|\cdot|_{r+1}$, $r \in \mathbb{N}$. В этом случае можно рассматривать равномерную сходимость в $H(E)$ только на компактных множествах вида

$$K_{(r(n))} = C\left\{z = (z_n) : |z|_{(r(n))}^p \doteq \sum_{n=1}^{\infty} |z_n|^p a_{r(n)}^p(n) \leqslant 1\right\},$$

где $C > 0$ и $\lim_{n\to\infty} r(n) = \infty$. С учетом найденных выше значений $\|z^m\|_{(r(n))}$ перепишем (3) в следующем виде:

$$\sum_{m\in\mathbb{N}^{(\mathbb{N})}} |c_m| \frac{m^m}{|m|^{|m|}} a(m,(r(n))) \\ \leqslant C \sup \left\{ \Big| \sum_{m\in\mathbb{N}^{(\mathbb{N})}} c_m a(m,(s(n))) w^m \Big| : \ \|w\|_{l_p} \doteq \sum_{n=1}^{\infty} |w_n|^p \leqslant 1 \right\},$$

где $(c_m)_{m\in\mathbb{N}^{(\mathbb{N})}}$ может быть любым набором коэффициентов мономиального разложения функции $f \in H(E)$. Обозначив $c_m a(m,(s(n)) = d_m$, $m \in \mathbb{N}^{(\mathbb{N})}$, приходим к виду

$$\sum_{m\in\mathbb{N}^{(\mathbb{N})}} |d_m| \frac{a(m,(r(n)))m^m}{a(m,(s(n)))|m|^{|m|}} \leqslant C \sup \left\{ \Big| \sum_{m\in\mathbb{N}^{(\mathbb{N})}} d_m w^m \Big| : \ \|w\|_{l_p} \leqslant 1 \right\}.$$

Так как (3) справедливо для полиномов, в частности, n-однородных полиномов, посредством рассмотрения в приведенных неравенствах конечных сумм с $|m| = 2$ покажем ядерность пространства Кёте — Фреше E.

Рассмотрение конечных сумм в (3) с $|m| = 2$ и оценками $\frac{1}{4} \leqslant \frac{m^m}{|m|^{|m|}} \leqslant 1$ для этого случая приводит к условию

$$\sum_{i,j=1}^{n} |a_{ij}| \frac{a_{s(i)}^{m_i}(i) a_{s(j)}^{m_j}(j)}{a_{r(i)}^{m_i}(i) a_{r(j)}^{m_j}(j)} \leqslant \widetilde{C} \sup \left\{ \Big| \sum_{i,j=1}^{n} a_{i,j} \eta_i \eta_j \Big| : \max_{i\leqslant n} |\eta_i| \right\}$$

($\widetilde{C} = 4C$, $m_i + m_j = 2$) для любой симметрической матрицы $((a_{ij}))_{i,j=1}^{n}$ с $|a_{ij}| \leqslant 1$ при любом $n \in \mathbb{N}$.

Для оценки правой части последнего неравенства воспользуемся следующим следствием теоремы 3 главы VI из [5].

Лемма [5]**.** *Если заданы комплексные числа a_{ij}, $|a_{ij}| \leqslant 1$, $i, j = 1, 2, \ldots, n$, то существует такой набор знаков $+$ и $-$, что*

$$\Big| \sup_{t_1,t_2,\ldots,t_n} \sum_{k,j=1}^{n} \pm a_{k,j} e^{i(kt_k + jt_j)} \Big| < C \left(n \sum_{k,j=1}^{n} |a_{k,j}|^2 \log 2n \right)^{\frac{1}{2}} \leqslant C n^{\frac{3}{2}} \log 2n,$$

где C — некоторая абсолютная постоянная.

Соединяя последние неравенства, получаем

$$\left(n \min_{1\leqslant i\leqslant n} \frac{a_{s(i)}(i)}{a_{r(i)}(i)} \right)^2 \leqslant \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{a_{s(i)}(i)}{a_{r(i)}(i)} \right)^2 \leqslant \widetilde{C} C n^{\frac{3}{2}} \log 2n,$$

т. е.

$$\min_{1\leqslant i\leqslant n} \frac{a_{s(i)}(i)}{a_{r(i)}(i)} \leqslant D \frac{\log 2n}{n^{\frac{1}{4}}}.$$

Можно повторить достаточное число $k > 5$ раз процедуру выбора для последовательности $(s(n))_{n=1}^{\infty}$ в условии (3) и проведенные оценки, чтобы получить последовательность $(\widetilde{s}(n))_{n=1}^{\infty}$, для которой сходится ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{\widetilde{s}(n)}(n)}{a_{r(n)}(n)} \leqslant \widetilde{D} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\log 2n)^5}{n^{\frac{5}{4}}} < +\infty.$$

Но найти для любой последовательности $(r(n))_{n=1}^{\infty}$ с $\lim_{n\to\infty} r(n) = \infty$ другую такую последовательность $(\widetilde{s}(n))_{n=1}^{\infty}$ с $\lim_{n\to\infty} \widetilde{s}(n) = \infty$, чтобы сходился указанный ряд, можно лишь в случае, когда для E справедливо условие ядерности Гротендика — Пича (см., например, [6]):

$$(\forall r)(\exists s(r)) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_r(n)}{a_{s(r)}(n)} < +\infty.$$

Предположим, что условие ядерности E не выполняется, т. е. существует $r(0) \in \mathbb{N}$ такое, что при любом $s \in \mathbb{N}$ ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{r(0)}(n)}{a_s(n)}$$

расходится. Тогда выбрав, согласно расходимости соответствующих рядов, последовательность натуральных индексов $(n_k)_{k=1}^{\infty}$ так, чтобы

$$\sum_{n=n_k}^{n_{k+1}-1} \frac{a_{r(0)}(n)}{a_{r(0)+k}(n)} \geqslant 2^k, \quad k = 1, 2, \ldots,$$

построим последовательность $(r(n))_{n=1}^{\infty}$ следующим образом:

$$r(n) = r(0), \quad n \leqslant n_1, \quad r(n) = r(0) + k, \quad n_k < n \leqslant n_{k+1}, \quad k = 1, 2, \ldots$$

Теперь для любой последовательности $(\widetilde{s}(n))$, у которой $\lim_{n\to\infty} \widetilde{s}(n) = 0$, с некоторого номера m будет $\widetilde{s}(n) \geqslant r(0)$ и для $n_k > M$ выполняется

$$\sum_{n=n_k}^{n_{k+1}-1} \frac{a_{\widetilde{s}(n)}(n)}{a_{r(0)+k}(n)} \geqslant \sum_{n=n_k}^{n_{k+1}-1} \frac{a_{r(0)}(n)}{a_{r(0)+k}(n)} \geqslant 2^k,$$

так что ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{\widetilde{s}(n)}(n)}{a_{r(n)}(n)}$$

расходится. Полученное противоречие означает, что условие ядерности для пространства Кёте $E = l_1[a_r(n)]$ должно быть выполнено, если мономы образуют абсолютный базис Кёте в $H(E)$. Оставшаяся часть утверждения теоремы следует из упоминавшегося результата работы [1] (см. и [3]). $\rhd$

По сравнению с результатом из [2, 3] здесь не накладывается требование монтелевости E и добавлен случай $p \neq 1$.

Было бы интересно исследовать характер базисности мономов в случае пространств аналитических функций на пространствах Кёте без условия ядерности. Приведенные оценки норм мономов и часть рассуждений остаются справедливыми и в этом случае.

Литература

1. *Boland P. J., Dineen S.* Holomorphic functions on fully nuclear spaces // Bull. Soc. Math. France.—1978.—V. 106.—P. 311–336.
2. *Dineen S., Timoney R. M.* Absolute bases, tensor products and a theorem of Bohr // Studia Math.—1989.—V. 84.—P. 227–234.

3. *Dineen S.* Monomial expansions in infinite dimensional holomorphy // In: Advances in the Theory of Frechet Spaces. T. Terzioglu (ed).—Ankara: Kluwer Academic Publishers, 1989.—P. 155–171.
4. *Ryan R. A.* Holomorphic mappings on l_1 // Trans. Amer. Math. Soc.—1987.—V. 302.—P. 797–811.
5. *Кахан Ж. П.* Случайные функциональные ряды.—М.: Мир, 1973.—302 с.
6. *Пич А.* Ядерные локально выпуклые пространства.—М.: Мир, 1967.—266 с.

Статья поступила 22 июня 2005 г.

Кондаков Владимир Петрович, д. ф.-м. н.
г. Ростов, Ростовский государственный университет
E-mail: `kond@ns.math.rsu.ru`