*Владикавказский математический журнал*
*2015, Том 17, Выпуск 1, С. 21–30*

*УДК* **519.17**

# РАСШИРЕНИЯ ПСЕВДОГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ГРАФОВ ДЛЯ $pG_{s-4}(s,t)$[1]

**А. К. Гутнова, А. А. Махнев**

В работе найдены массивы пересечений дистанционно регулярных графов, в которых окрестности вершин — исключительные псевдогеометрические графы для $pG_{s-4}(s,t)$.

**Ключевые слова:** дистанционно регулярный граф, псевдогеометрический граф, собственное значение графа.

## Введение

Мы рассматриваем неориентированные графы без петель и кратных ребер. Для вершины $a$ графа $\Gamma$ через $\Gamma_i(a)$ обозначим $i$-окрестность вершины $a$, т. е., подграф, индуцированный $\Gamma$ на множестве всех вершин, находящихся на расстоянии $i$ от $a$. Подграф $\Gamma(a)=\Gamma_1(a)$ называется окрестностью вершины $a$ и обозначается $[a]$, если граф $\Gamma$ фиксирован. Положим $a^\perp=\{a\}\cup[a]$.

*Степенью вершины* называется число вершин в ее окрестности. Граф $\Gamma$ называется *регулярным степени* $k$, если степень любой вершины из $\Gamma$ равна $k$. Граф $\Gamma$ назовем *реберно регулярным с параметрами* $(v,k,\lambda)$, если он содержит $v$ вершин, регулярен степени $k$, и каждое его ребро лежит в $\lambda$ треугольниках. Граф $\Gamma$ — *вполне регулярный граф с параметрами* $(v,k,\lambda,\mu)$, если он реберно регулярен с соответствующими параметрами, и $[a]\cap[b]$ содержит $\mu$ вершин для любых двух вершин $a$, $b$, находящихся на расстоянии 2 в $\Gamma$. Вполне регулярный граф диаметра 2 называется *сильно регулярным графом*. Пусть $\mathscr{F}$ — некоторый класс графов. Граф $\Gamma$ назовем *локально $\mathscr{F}$-графом*, если $[a]$ лежит в $\mathscr{F}$ для любой вершины $a$ графа $\Gamma$.

Если вершины $u$, $w$ находятся на расстоянии $i$ в $\Gamma$, то через $b_i(u,w)$ (через $c_i(u,w)$) обозначим число вершин в пересечении $\Gamma_{i+1}(u)$ ($\Gamma_{i-1}(u)$) с $[w]$. Граф $\Gamma$ диаметра $d$ называется *дистанционно регулярным с массивом пересечений* $\{b_0,b_1,\dots,b_{d-1};c_1,\dots,c_d\}$, если значения $b_i(u,w)$ и $c_i(u,w)$ не зависят от выбора вершин $u$, $w$ на расстоянии $i$ в $\Gamma$ для любого $i=0,\dots,d$. Положим $a_i=k-b_i-c_i$.

Система инцидентности с множеством точек $P$ и множеством прямых $\mathscr{L}$ называется *$\alpha$-частичной геометрией порядка* $(s,t)$, если каждая прямая содержит ровно $s+1$ точку, каждая точка лежит ровно на $t+1$ прямой, любые две точки лежат не более чем на одной прямой, и для любого антифлага $(a,l)\in(P,\mathscr{L})$ найдется точно $\alpha$ прямых, проходящих через $a$ и пересекаюших $l$ (обозначение $pG_\alpha(s,t)$). В случае $\alpha=1$ геометрия называется *обобщенным четырехугольником* и обозначается $GQ(s,t)$. Точечный граф геометрии определяется на множестве точек $P$ и две точки смежны, если они лежат на прямой. Точечный граф геометрии $pG_\alpha(s,t)$ сильно регулярен с $v=(s+1)(1+st/\alpha)$, $k=s(t+1)$,



[1] Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение № 02.A03.21.0006 от 27.08.2013.

$\lambda = s-1+t(\alpha-1)$, $\mu = \alpha(t+1)$. Сильно регулярный граф с такими параметрами для некоторых натуральных чисел $\alpha$, $s$, $t$ называется *псевдогеометрическим графом* для $pG_\alpha(s,t)$.

Дж. Кулен предложил задачу изучения дистанционно регулярных графов, в которых окрестности вершин — сильно регулярные графы с неглавным собственным значением $\leqslant t$ для данного натурального числа $t$. Заметим, что сильно регулярный граф с нецелым собственным значением является графом в половинном случае, а вполне регулярный граф, в котором окрестности вершин — сильно регулярные графы в половинном случае, либо имеет диаметр 2, либо является графом Тэйлора. Таким образом, задача Кулена сводится к описанию дистанционно регулярных графов, в которых окрестности вершин — сильно регулярные графы с неглавным собственным значением $t$ для $t = 1, 2, \ldots$

В [1] завершено решение задачи Кулена для $t = 3$. В работе [2] получена редукция задачи Кулена для $t = 4$ к случаю когда окрестности вершин — исключительные графы с неглавным собственным значением 4. В данной работе рассматриваются вполне регулярные графы, в которых окрестности вершин — псевдогеометрические графы для $pG_{s-4}(s,t)$.

**Теорема 1.** *Пусть $\Gamma$ — вполне регулярный граф диаметра, большего 2, в котором окрестности вершин — псевдогеометрические графы для $pG_{s-4}(s,t)$. Тогда выполняется одно из следующих утверждений:*

(1) *диаметр $\Gamma$ больше 3, либо $s = 5$ и $t \in \{3,5,7\}$, либо $s = 6$ и $t = 1$;*

(2) *$d(\Gamma) = 3$, либо $s = 8$ и $\Gamma$ — граф Тэйлора, либо $5 \leqslant s \leqslant 7$.*

**Теорема 2.** *Пусть $\Gamma$ — вполне регулярный граф, в котором окрестности вершин — псевдогеометрические графы для $GQ(5,t)$, $t \in \{3,5,7,10,15,19,20,25\}$. Тогда верно одно из утверждений:*

(1) *$\Gamma$ — сильно регулярный граф и либо*

(i) *$t = 3$ и $\Gamma$ имеет параметры $(322,96,20,32)$ или $(697,96,20,12)$, либо*

(ii) *$t = 5$ и $\Gamma$ имеет параметры $(1782,156,30,12)$ или $(532,156,30,52)$, либо*

(iii) *$t = 7$ и $\Gamma$ имеет параметры $(1792,216,40,24)$, либо*

(iv) *$t = 20$ и $\Gamma$ имеет параметры $(2107,606,105,202)$;*

(2) *$d(\Gamma) = 3$ и либо*

(i) *$t = 3$ и $\mu \in \{6,8,9,10,12,15,16,18,20,25,30,32,36,40,45,48,50\}$, либо*

(ii) *$t = 5$ и $\mu \in \{13,15,20,25,26,30,39,50,52,60,65,75,78\}$, либо*

(iii) *$t = 7$ и $\mu \in \{25,27,28,30,35,36,40,42,45,50,54,56,60,63,70,72,75,84,90,100,105,108,120,126,135,140\}$, либо*

(iv) *$t = 10$ и $\mu \in \{50,60,68,90,100,102,150,170,180,204\}$, либо*

(v) *$t = 15$ и $\mu \in \{75,76,90,95,100,114,120,125,150,152,171,180,190,200,228,250,285,300\}$, либо*

(vi) *$t = 19$ и $\mu \in \{100,120,125,128,144,150,180,192,200,225,240,250,256,288,300,360,375,384,400\}$, либо*

(vii) *$t = 20$ и $\mu \in \{120,150,200,202,250,300,404\}$, либо*

(viii) *$t = 25$ и $\mu \in \{125,126,135,140,150,180,189,210,250,252,270,300,315,350,375,378,420,450,500,525,540\}$;*

(3) *$d(\Gamma) > 3$ и $t \in \{3,5,7\}$.*

**Следствие.** *Пусть $\Gamma$ — дистанционно регулярный граф диаметра $d \geqslant 3$, в котором окрестности вершин — псевдогеометрические графы для $pG_{s-4}(s,t)$. Тогда верно одно из утверждений:*

(1) *$s=8$ и $\Gamma$ — граф Тэйлора;*

(2) *$s=6, t=1$ и $\Gamma$ — половинный 8-куб;*

(3) *$s=5$ и либо $t=1$ и $\Gamma$ — граф Джонсона $J(12,6)$ или его стандартное частное, либо $t=3$ и $\Gamma$ — граф с массивом пересечений $\{96,75,16,1;1,16,75,96\}$ на 644 вершинах.*

## 2. Вполне регулярные локально псевдо $pG_{s-4}(s,t)$-графы

**Лемма 1.** *Пусть $\Gamma$ — псевдогеометрический граф для $pG_{s-4}(s,t)$, $\Delta$ — регулярный подграф степени $(s-4)(t+1)$ на $w$ вершинах. Тогда выполняются следующие утверждения:*

(1) *$v(st-4t+s-8)/(st+s-4)\leqslant w\leqslant(s-3)v/(s+1)$, если одно из этих нестрогих неравенств превращается в равенство, то любая вершина из $\Gamma-\Delta$ смежна с $4(t+1)w/(v-w)$ вершинами из $\Delta$;*

(2) *если $X_i$ — множество вершин из $\Gamma-\Delta$, смежных точно с $i$ вершинами из $\Delta$, $x_i=|X_i|$, то $(2st+2s+t-3)^2w\cdot x_0\leqslant(v-w)(v-x_0)(t+5)^2$;*

(3) *если $w=x_0$, то $2(st+t+s+1)x_0\leqslant v(t+5)$.*

$\lhd$ Ввиду [3] верны неравенства $-(t+1)\leqslant(s-4)(t+1)-4(t+1)w/(v-w)\leqslant 4$.

Отсюда $v(st-4t+s-8)/(st+s-4)\leqslant w\leqslant(s-3)v/(s+1)$. Если одно из этих нестрогих неравенств превращается в равенство, то ввиду [3] любая вершина из $\Gamma-\Delta$ смежна точно с $4(t+1)w/(v-w)$ вершинами из $\Delta$.

По предложению 4.6.1 из [4] имеем $w\cdot x_0\leqslant(v-w)(v-x_0)(t+5)^2/(2s(t+1)-4+(t+1))^2$. Поэтому $(2st+2s+t-3)^2w\cdot x_0\leqslant(v-w)(v-x_0)(t+5)^2$.

Если $w=x_0$, то $(2st+2s+t-3)x_0\leqslant(v-x_0)(t+5)$, поэтому $(2st+2s+2t+2)x_0\leqslant v(t+5)$. $\rhd$

**Лемма 2.** *Если диаметр $\Gamma$ больше 3, то либо $s=5$ и $t\in\{3,5,7\}$, либо $s=6$ и $t=1$.*

$\lhd$ Пусть $\Gamma$ содержит геодезический 4-путь $u$, $w$, $x$, $y$, $z$. Тогда в графе $[x]$ между $[u]\cap[x]$ и $[x]\cap[z]$ нет ребер и ввиду леммы 1 имеем $v(st-4t+s-8)/(st+s-4)\leqslant w\leqslant v(t+5)/(2st+2s+2t+2)$. Поэтому $2(st+s+t+1)(st-4t+s-8)\leqslant(st+s-4)(t+5)$.

В случае $s=5$ имеем $12(t+1)(t-3)\leqslant(5t+1)(t+5)$, поэтому $t\leqslant 7$. Ввиду предложения $t\in\{3,5,7\}$.

В случае $s=6$ имеем $14(t+1)2(t-1)\leqslant 2(3t+1)(t+5)$, поэтому $t\leqslant 2$. Так как псевдогеометрический граф для $pG_2(6,2)$ не является исключительным графом, то $t=1$.

В случае $s=7$ имеем $16(t+1)4t\leqslant 4(2t-1)(t+5)$, противоречие. $\rhd$

**Лемма 3.** *Если диаметр $\Gamma$ равен 3, то либо $s=8$ и $\Gamma$ — граф Тэйлора, либо $5\leqslant s\leqslant 7$.*

$\lhd$ Если $s=8$, то $\Gamma$ — граф Тэйлора.

Пусть $s\neq 8$. Тогда $k=v'=(s+1)(1+st/(s-4))$, $\lambda=k'=s(t+1)$ и $b_1=5st/(s-4)$. Ввиду леммы 1 имеем $(s+1)(1+st/(s-4))(st-4t+s-8)/(st+s-4)<5st/(s-4)$, поэтому $(s+1)(st-4t+s-8)<5st$. Отсюда $s\leqslant 7$. Лемма, а вместе с ней и теорема 1 доказаны. $\rhd$

## 3. Вполне регулярные локально псевдо $GQ(5,t)$-графы

В леммах 4–9 предполагается, что $\Gamma$ — вполне регулярный граф с параметрами $(v,k,\lambda,\mu)$, в котором окрестности вершин — псевдогеометрические графы для $GQ(5,t)$ с параметрами $(30t+6,5t+5,4,t+1)$ и неглавными собственными значениями $4,-(t+1)$. Случай $t=3$ рассмотрен в [5].

**Лемма 4.** *Пусть $u$, $w$ — вершины из $\Gamma$ с $d(u,w)=2$. Тогда выполняются следующие утверждения:*

(1) $6(t-3) \leqslant \mu \leqslant 5(t+1)(5t+1)/(t+3)$;

(2) *если $X_i$ — множество вершин из $[w]-[u]$, смежных точно с $i$ вершинами из $[u]\cap[w]$, $x_i=|X_i|$, то $x_0 \cdot \mu \leqslant (v'-x_0)(v'-\mu)(t+5)^2/(11t+7)^2$;*

(3) *если $x_0=\mu$, то $\mu \leqslant (t+5)(5t+1)/(2t+2)$.*

$\lhd$ Ввиду леммы 1 верны неравенства $-(t+1) \leqslant (t+1)-4(t+1)\mu/(30t+6-\mu) \leqslant 4$.

Отсюда $6(t-3) \leqslant \mu \leqslant 5(t+1)(5t+1)/(t+3)$. Если одно из этих нестрогих неравенств превращается в равенство, то любая вершина из $[w]-[u]\cap[w]$ смежна точно с $4(t+1)\mu/(30t+6-\mu)$ вершинами из $[u]\cap[w]$.

Имеем $\mu \cdot x_0 \leqslant (v'-\mu)(v'-x_0)(t+5)^2/(10(t+1)-4+(t+1))^2$. Поэтому $x_0 \cdot \mu \leqslant (v'-x_0)(v'-\mu)(t+5)^2/(11t+7)^2$.

Если $x_0=\mu$, то $(11t+7)\mu \leqslant (30t+6-\mu)(t+5)$, поэтому $\mu \leqslant (t+5)(5t+1)/(2t+2)$. $\rhd$

**Лемма 5.** *Если $\Gamma$ — сильно регулярный локально псевдо $GQ(5,t)$-граф, то верно одно из утверждений:*

(1) $t=3$ *и $\Gamma$ имеет параметры* $(322,96,20,32)$ *или* $(697,96,20,12)$;

(2) $t=5$ *и $\Gamma$ имеет параметры* $(1782,156,30,12)$ *или* $(532,156,30,52)$;

(3) $t=7$ *и $\Gamma$ имеет параметры* $(1792,216,40,24)$;

(4) $t=20$ *и $\Gamma$ имеет параметры* $(2107,606,105,202)$.

$\lhd$ Пусть $(v',k',\lambda',\mu')$ — параметры псевдо $GQ(5,t)$-графа и $\Gamma$ имеет неглавные собственные значения $n-m,-m$. Тогда $m-1$ делит $v'-k'-1=25t$. Далее, $m \geqslant t+1$, $n-m=25t/(m-1)-1$ и $n-m \geqslant 4$, поэтому $m-1 \leqslant 5t$.

В случае параметров $(96,20,4,4)$ число $m-1$ делит 75, поэтому $m-1=5,15$, соответственно $n-m=14,4$, $\Gamma$ имеет параметры $(697,96,20,12)$ или $(322,96,20,32)$ и заключение леммы выполняется.

В случае параметров $(156,30,4,6)$ число $m-1$ делит 125, поэтому $m-1=5,25$, соответственно $n-m=24,4$ и $\Gamma$ имеет параметры $(1782,156,30,12)$ или $(532,156,30,52)$ и заключение леммы выполняется.

В случае параметров $(216,40,4,8)$ число $m-1$ делит 175, поэтому $m-1=5,7,25,35$, соответственно $n-m=34,24,6,4$, $\Gamma$ имеет параметры $(v,216,40,12)$, $(v,216,40,24)$, $(v,216,40,60)$ или $(v,216,40,72)$. Во всех случаях, кроме второго, кратность $n-m$ не целая, поэтому заключение леммы выполняется.

В случае параметров $(306,55,4,11)$ число $m-1$ делит 250, поэтому $m-1=5,10,25,50$, соответственно $n-m=49,24,9,4$ и $\Gamma$ имеет параметры $(v,306,55,12)$, $(v,306,55,42)$, $(v,306,55,72)$ или $(v,306,55,102)$. Так как $\mu$ делит $306\cdot 250$, то $\mu=12,102$. В обоих случаях кратность $n-m$ не целая, противоречие.

В случае параметров $(450,80,4,16)$ число $m-1$ делит 375, поэтому $m-1=15,25,75$, соответственно $n-m=24,14,4$, $\Gamma$ имеет параметры $(v,450,80,66)$, $(v,450,80,86)$ или $(v,450,80,146)$. Противоречие с тем, что $\mu$ не делит $450\cdot 375$.

В случае параметров $(576,100,4,20)$ число $m-1$ делит $19\cdot 25=475$, поэтому $m-1=19,25,95$, соответственно $n-m=24,18,4$, $\Gamma$ имеет параметры $(v,576,100,90)$, $(v,576,100,102)$ или $(v,576,100,186)$. Так как $\mu$ делит $576\cdot 475$, то $\mu=90$, противоречие с тем, что кратность 24 равна $19\cdot 576\cdot 596/(44\cdot 90)$.

В случае параметров $(606,105,4,21)$ число $m-1$ делит 500, поэтому $m-1=20,25,50,100$, соответственно $n-m=24,19,9,4$, $\Gamma$ имеет параметры $(v,606,105,102)$, $(v,606,105,112)$, $(v,606,105,147)$ или $(v,606,105,202)$. Так как $\mu$ делит $606\cdot 500$, то $\mu=202$.

В случае параметров $(756, 130, 4, 26)$ число $m-1$ делит $25 \cdot 25 = 625$, поэтому $m-1 = 25, 125$, соответственно $n-m = 24, 4$, $\Gamma$ имеет параметры $(v, 756, 130, 132)$ или $(v, 756, 130, 252)$. Так как $\mu$ делит $756 \cdot 625$, то $\mu = 252$, противоречие с тем, что кратность 4 равна $125 \cdot 756 \cdot 882/(130 \cdot 252)$. $\rhd$

До конца параграфа будем предполагать, что диаметр $\Gamma$ больше 2. Заметим, что каждый $\mu$-подграф регулярен степени $t+1$, поэтому в случае четного $t$ параметр $\mu$ четен.

**Лемма 6.** *Если $t = 3$, то верны следующие утверждения:*

(1) $\mu \in \{6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 25, 30, 32, 36, 40, 45, 48, 50\}$;

(2) *если диаметр $\Gamma$ больше 3, то $\mu \leqslant 16$.*

$\lhd$ В случае параметров $(96, 20, 4, 4)$ по лемме 6 имеем $0 < \mu < 20 \cdot 16/6$, поэтому $5 < \mu < 53$. Так как $\mu$ делит $96 \cdot 75$, то $\mu \in \{6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 25, 30, 32, 36, 40, 45, 48, 50\}$.

Если диаметр $\Gamma$ больше 3, то ввиду утверждения (3) леммы 6 имеем $\mu \leqslant 8 \cdot 16/8$, поэтому $\mu \leqslant 16$. $\rhd$

Аналогично доказываются следующие две леммы.

**Лемма 7.** *Если $t = 5$, то верны следующие утверждения:*

(1) $\mu \in \{13, 15, 20, 25, 26, 30, 39, 50, 52, 60, 65, 75, 78\}$;

(2) *если диаметр $\Gamma$ больше 3, то $\mu \in \{13, 15, 20\}$.*

**Лемма 8.** *Если $t = 7$, то верны следующие утверждения:*

(1) $\mu \in \{25, 27, 28, 30, 35, 36, 40, 42, 45, 50, 54, 56, 60, 63, 70, 72, 75, 84, 90, 100, 105, 108, 120, 126, 135, 140\}$;

(2) *если диаметр $\Gamma$ больше 3, то $\mu \in \{25, 27\}$.*

**Лемма 9.** *Пусть $t > 7$. Тогда диаметр $\Gamma$ равен 3 и верны следующие утверждения:*

(1) *если $t = 10$, то $\mu \in \{50, 60, 68, 90, 100, 102, 150, 170, 180, 204\}$;*

(2) *если $t = 15$, то $\mu \in \{75, 76, 90, 95, 100, 114, 120, 125, 150, 152, 171, 180, 190, 200, 228, 250, 285, 300\}$;*

(3) *если $t = 19$, то $\mu \in \{100, 114, 120, 144, 150, 152, 160, 171, 180, 190, 192, 200, 225, 228, 240, 250, 285, 288, 300, 304, 320, 342, 360, 380, 400\}$;*

(4) *если $t = 20$, то $\mu \in \{120, 150, 200, 202, 250, 300, 404\}$;*

(5) *если $t = 25$, то $\mu \in \{125, 126, 135, 140, 150, 180, 189, 210, 250, 252, 270, 300, 315, 350, 375, 378, 420, 450, 500, 525, 540\}$.*

$\lhd$ Если $t \geqslant 10$, то нарушается неравенство $6(t-3) \leqslant \mu \leqslant (t+5)(5t+1)/(2t+2)$, поэтому диаметр $\Gamma$ равен 3.

В случае параметров $(306, 55, 4, 11)$ имеем $42 < \mu < 55 \cdot 51/13$, поэтому $42 < \mu < 216$. Так как $\mu$ делит $306 \cdot 250$, то $\mu \in \{50, 60, 68, 90, 100, 102, 150, 170, 180, 204\}$.

В случае параметров $(456, 80, 4, 16)$ имеем $72 < \mu < 80 \cdot 76/18$, поэтому $72 < \mu < 338$. Так как $\mu$ делит $456 \cdot 15 \cdot 25$, то $\mu \in \{75, 76, 90, 95, 100, 114, 120, 125, 150, 152, 171, 180, 190, 200, 228, 250, 285, 300\}$.

В случае параметров $(576, 100, 4, 20)$ имеем $96 < \mu < 100 \cdot 96/22$, поэтому $96 < \mu < 437$. Так как $\mu$ делит $576 \cdot 475$, то $\mu \in \{100, 114, 120, 144, 150, 152, 160, 171, 180, 190, 192, 200, 225, 228, 240, 250, 285, 288, 300, 304, 320, 342, 360, 380, 400\}$.

В случае параметров $(606, 105, 4, 21)$ имеем $102 < \mu < 105 \cdot 101/23$, поэтому $102 < \mu < 461$. Так как $\mu$ делит $606 \cdot 500$, то $\mu \in \{120, 150, 200, 202, 250, 300, 404\}$.

В случае параметров $(756, 130, 4, 26)$ имеем $132 < \mu < 130 \cdot 126/28$, поэтому $132 < \mu < 585$. Так как $\mu$ делит $756 \cdot 625$, то $\mu \in \{125, 126, 135, 140, 150, 180, 189, 210, 250, 252, 270, 300, 315, 350, 375, 378, 420, 450, 500, 525, 540\}$.

Лемма и теорема 2 доказаны. $\rhd$

## 2. Дистанционно регулярные локально псевдо $pG_{s-4}(s,t)$-графы

В этом параграфе предполагается, что $\Gamma$ — дистанционно регулярный граф диаметра $d \geqslant 3$, в котором окрестности вершин — псевдогеометрические графы для $pG_{s-4}(s,t)$. Пусть $\theta_0 > \theta_1 > \ldots > \theta_d$ — собственные значения шрафа $\Gamma$. Зафиксируем вершину $u \in \Gamma$ и положим $k_i = |\Gamma_i(u)|$.

**Лемма 10.** *Если $d \geqslant 4$, то верно одно из утверждений:*

(1) $s = 5$ *и* $\Gamma$ *— граф с массивом пересечений* $\{96, 75, 16, 1; 1, 16, 75, 96\}$ *на* 644 *вершинах;*

(2) $s = 6$ *и* $\Gamma$ *— половинный 8-куб.*

$\lhd$ Пусть диаметр $\Gamma$ больше 3 и $u$, $w$, $x$, $y$, $z$ — геодезический путь в $\Gamma$. В случае $s = 6$ по лемме 2 имеем $t = 1$ и $28\mu \leqslant 28 \cdot 6$, поэтому $\mu = 6$ и $\mu$-подграфы в $\Gamma$ — октаэдры. Далее, для вершины $u \in \Gamma$ граф $\Delta = [u]$ — треугольный граф $T(8)$. В этом случае $\Gamma$ — половинный 8-куб.

Если $s = 5$, то по лемме 1 имеем $t \in \{3, 5, 7\}$ и $6(t-3) \leqslant \mu \leqslant 2(5t+1)$.

В случае $t = 3$ имеем $\mu \leqslant 32$ и $\Gamma$ является локально псевдо $GQ(5,3)$-графом. Ввиду теоремы из [7] выполняется заключение леммы.

В случае $t = 5$ имеем $12 \leqslant \mu \leqslant 52$. Так как $\mu$ делит $156 \cdot 125$, то $\mu \in \{13, 15, 20, 21, 25, 26, 30, 39, 50\}$. Далее, $b_1 = 125$, по теореме Тервиллигера [8, теорема 4.4.3] выполняются неравенства $-6 \geqslant b^- = -1 - b_1/(\theta_1 + 1)$, $4 \leqslant b^+ = -1 - b_1/(\theta_d + 1)$. Поэтому $\theta_1 \leqslant 24$ и $\theta_d \geqslant -26$. Компьютерные вычисления показывают, что $\theta_1 > 34$, противоречие.

В случае $t = 7$ имеем $24 \leqslant \mu \leqslant 72$. Так как $\mu$ делит $6 \cdot 36 \cdot 175$, то $\mu \in \{25, 28, 30, 35, 36, 40, 42, 45, 50, 54, 56, 60, 63, 70\}$. Далее, $b_1 = 175$, по теореме Тервиллигера [8, теорема 4.4.3] выполняются неравенства $-8 \geqslant b^- = -1 - b_1/(\theta_1 + 1)$, $4 \leqslant b^+ = -1 - b_1/(\theta_d + 1)$. Поэтому $\theta_1 \leqslant 24$ и $\theta_d \geqslant -36$. В любом случае имеем $\theta_1 > 44$, противоречие. $\rhd$

**Лемма 11.** *Если $d = 3$ и $s = 6$, то граф $\Gamma$ не является дистанционно регулярным.*

$\lhd$ Пусть диаметр $\Gamma$ равен 3. Если $s = 6$, то по лемме 1 имеем $7(t-1) < \mu < 3(3t+1)$ и $t \in \{1, 5, 7, 9, 10, 15, 16, 23, 25, 30, 37\}$. Далее, $k = 7(1+3t)$, $b_1 = 15t$, $\mu$ делит $105t(1+3t)$ и $\mu$-подграфы регулярны степени $2(t+1)$. По теореме Тервиллигера [8, теорема 4.4.3] выполняются неравенства $-(t+1) \geqslant b^- = -1 - b_1/(\theta_1 + 1)$, $4 \leqslant b^+ = -1 - b_1/(\theta_d + 1)$. Поэтому $\theta_1 \leqslant 14$ и $\theta_d \geqslant -(3t+1)$.

Если $t = 1$, то $5 \leqslant \mu \leqslant 12$. В этом случае $\mu \in \{6, 7, 10\}$. Пусть $\mu = 6$. Тогда $b_2$ четно, $k_2 = 70$ и $c_3$ делит $70b_2$. Пусть $\mu = 7$. Тогда $b_2$ делится на 7, $k_2 = 60$ и $c_3$ делит $60b_2$. Пусть $\mu = 10$. Тогда $b_2$ четно, $k_2 = 42$ и $c_3$ делит $42b_2$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет.

Если $t = 5$, то $28 \leqslant \mu \leqslant 48$. В этом случае $\mu \in \{30, 35, 40, 42\}$ и $\theta_d \geqslant -16$. Пусть $\mu = 30$. Тогда $b_2$ четно, $k_2 = 280$ и $c_3$ делит $280b_2$. Пусть $\mu = 35$. Тогда $b_2$ делится на 7, $k_2 = 240$ и $c_3$ делит $240b_2$. Пусть $\mu = 40$. Тогда $b_2$ делится на 8, $k_2 = 210$ и $c_3$ делит $210b_2$. Пусть $\mu = 42$. Тогда $b_2$ делится на 14, $k_2 = 200$ и $c_3$ делит $200b_2$. В любом случае $\theta_1 > 15$, противоречие.

Если $t = 7$, то $42 \leqslant \mu \leqslant 66$. В этом случае $\mu \in \{49, 55\}$. Пусть $\mu = 49$. Тогда $b_2$ делится на 7, $k_2 = 330$ и $c_3$ делит $330b_2$. Пусть $\mu = 55$. Тогда $b_2$ делится на 11, $k_2 = 294$ и $c_3$ делит $294b_2$. В любом случае $\theta_1 > 18$, противоречие.

Если $t = 9$, то $56 \leqslant \mu \leqslant 84$. В этом случае $\mu \in \{60, 63, 70\}$. Пусть $\mu = 60$. Тогда $b_2$ делится на 4, $k_2 = 441$ и $c_3$ делит $441b_2$. Пусть $\mu = 63$. Тогда $b_2$ делится на 7, $k_2 = 420$ и $c_3$ делит $420b_2$. Пусть $\mu = 70$. Тогда $b_2$ делится на 14, $k_2 = 378$ и $c_3$ делит $378b_2$. В любом случае $\theta_1 > 18$, противоречие.

Если $t = 10$, то $63 \leqslant \mu \leqslant 93$. В этом случае $\mu \in \{70, 75\}$ и $\theta_d \geqslant -31$. Пусть $\mu = 70$. Тогда $b_2$ делится на 7, $k_2 = 465$, $c_3$ делит $465b_2$ и $\theta_1 > 14$. Пусть $\mu = 75$. Тогда $k_2 = 434$ и $c_3$ делит $434b_2$. В этом случае либо $\theta_1 > 14$, либо $b_1 \leqslant 2$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет.

Если $t = 15$, то $98 \leqslant \mu \leqslant 138$. В этом случае $\mu \in \{105, 115\}$ и $\theta_d \geqslant -46$. Пусть $\mu = 105$. Тогда $b_2$ делится на 7, $k_2 = 690$, $c_3$ делит $690b_2$ и $\theta_1 > 24$. Пусть $\mu = 115$. Тогда $b_2$ делится на 23, $k_2 = 630$ и $\theta_1 > 34$.

Если $t = 16$, то $105 \leqslant \mu \leqslant 147$. В этом случае $\mu \in \{112, 120, 140\}$ и $\theta_d \geqslant -49$. Пусть $\mu = 112$. Тогда $b_2$ делится на 7, $k_2 = 735$, $c_3$ делит $735b_2$ и $\theta_1 > 24$. Пусть $\mu = 120$. Тогда $k_2 = 686$ и $c_3$ делит $686b_2$. В этом случае либо $\theta_1 > 14$, либо $b_1 \leqslant 2$. Пусть $\mu = 140$. Тогда $b_2$ делится на 7, $k_2 = 588$, $c_3$ делит $588b_2$ и $\theta_1 > 17$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет.

Если $t = 23$, то $154 \leqslant \mu \leqslant 210$. В этом случае $\mu \in \{161, 175\}$ и $\theta_d \geqslant -70$. Пусть $\mu = 161$. Тогда $b_2$ делится на 7, $k_2 = 1050$ и $c_3$ делит $1050b_2$. В этом случае $\theta_1 > 28$. Пусть $\mu = 175$. Тогда $b_2$ делится на 35 и $\theta_1 > 49$.

Если $t = 25$, то $168 \leqslant \mu \leqslant 228$. В этом случае $\mu \in \{175, 190, 210\}$ и $\theta_d \geqslant -76$. Пусть $\mu = 175$. Тогда $b_2$ делится на 7, $k_2 = 1140$ и $c_3$ делит $1140b_2$. В этом случае $\theta_1 > 28$. Пусть $\mu = 190$. Тогда $b_2$ делится на 38 и $\theta_1 > 38$. Пусть $\mu = 210$. Тогда $b_2$ делится на 14 и $\theta_1 > 28$.

Если $t = 30$, то $203 \leqslant \mu \leqslant 273$. В этом случае $\mu \in \{175, 190, 260\}$ и $\theta_d \geqslant -76$. Пусть $\mu = 175$. Тогда $b_2$ делится на 7, $k_2 = 1140$ и $c_3$ делит $1140b_2$. В этом случае $\theta_1 > 45$. Пусть $\mu = 190$. Тогда $b_2$ делится на 38 и $\theta_1 > 70$. Пусть $\mu = 210$. Тогда $b_2$ делится на 14 и $\theta_1 > 41$.

Если $t = 37$, то $252 \leqslant \mu \leqslant 336$. В этом случае $\mu \in \{259, 280, 294, 296\}$ и $\theta_d \geqslant -112$. Пусть $\mu = 259$. Тогда $b_2$ делится на 7, $k_2 = 1680$ и $c_3$ делит $1680b_2$. В этом случае $\theta_1 > 32$. Пусть $\mu = 280$. Тогда $b_2$ делится на 56 и $\theta_1 > 75$. Пусть $\mu = 294$. Тогда $b_2$ делится на 98 и $\theta_1 > 92$. Пусть $\mu = 296$. Тогда $b_2$ делится на 8 и $\theta_1 > 25$. $\rhd$

**Лемма 12.** *Если $d = 3$ и $s = 7$, то граф $\Gamma$ не является дистанционно регулярным.*

$\lhd$ Пусть диаметр $\Gamma$ равен 3. Если $s = 7$, то по лемме 1 имеем $8(3t-1)/3 \leqslant \mu < 4(7t/3+1)$ и $t \in \{9, 15, 27, 30, 51, 75\}$. Далее, $k = 8(7t/3+1)$, $b_1 = 35t/3+1$, $\mu$ делит $8(7t/3+1)(35t/3+1)$ и $\mu$-подграфы регулярны степени $3(t+1)$. По теореме Тервиллигера [8, теорема 4.4.3] выполняются неравенства $-(t+1) \geqslant b^- = -1 - b_1/(\theta_1+1)$, $4 \leqslant b^+ = -1 - b_1/(\theta_d+1)$. Поэтому $\theta_1 \leqslant (35t/3+1)/t - 1$ и $\theta_d \geqslant -((35t/3+1)/5+1)$.

Если $t = 9$, то $70 \leqslant \mu < 88$. В этом случае $\mu$ делит $32 \cdot 11 \cdot 53$, противоречие. Если $t = 15$, то $118 \leqslant \mu < 144$. В этом случае $\mu \in \{128, 132\}$, $\theta_1 \leqslant 161/15$ и $\theta_d \geqslant -181/5$. Пусть $\mu = 128$. Тогда $b_2$ делится на 8, $k_2 = 396$ и $c_3$ делит $396b_2$. В этом случае $\theta_1 > 23$. Пусть $\mu = 132$. Тогда $b_2$ делится на 3 и $\theta_1 > 14$.

Если $t = 27$, то $214 \leqslant \mu < 256$. В этом случае $\mu$ делит $79 \cdot 2048$, противоречие. Если $t = 30$, то $238 \leqslant \mu < 287$. В этом случае $\mu$ делит $8 \cdot 27 \cdot 13 \cdot 71$, противоречие. Если $t = 51$, то $406 \leqslant \mu < 480$. В этом случае $\mu = 447$, $\theta_1 \leqslant 545/51$ и $\theta_d \geqslant -601/5$. Далее, $b_2$ делится на 3, $k_2 = 1280$ и $c_3$ делит $1280b_2$. В этом случае $\theta_1 > 17$.

Если $t = 75$, то $598 \leqslant \mu < 704$. В этом случае $\mu$ делит $512 \cdot 11 \cdot 219$, противоречие. $\rhd$

Пусть до конца работы $s = 5$.

**Лемма 13.** *Если $5 \leqslant t \leqslant 10$, то граф $\Gamma$ не является дистанционно регулярным.*

$\lhd$ Пусть $t = 5$. Тогда по теореме Тервиллигера [8, теорема 4.4.3] выполняются неравенства $-4 \geqslant b^- = -1 - b_1/(\theta_1+1)$, $3 \leqslant b^+ = -1 - b_1/(\theta_d+1)$. Поэтому $\theta_1 \leqslant 24$ и $\theta_3 \geqslant -26$.

Если $\mu = 13$, то $b_2$ делится на 13 и $\theta_1 > 24$, противоречие. Если $\mu = 15$, то $b_2$ делится на 3 и либо $\theta_1 > 24$, либо $c_3 \geqslant 144$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет.

Если $\mu = 20$, то $b_2$ делится на 4 и либо $\theta_1 > 24$, либо $c_3 \geqslant 138$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет. Если $\mu = 25$, при $b_2 = 18, c_3 = 148$ имеем $\theta_1 > 24$ и $\theta_3 < -26$, противоречие. Поэтому $b_2 \leqslant 17$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет.

Если $\mu = 26$, то $b_2$ делится на 26 и либо $\theta_1 > 24$, либо $b_2 = 26$ и $c_3 = 155, 156$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет. Если $\mu = 30$, то $b_2$ делится на 6 и либо $\theta_1 > 24$, либо $c_3 \geqslant 136$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет.

Если $\mu = 39$, то $b_2$ делится на 39, противоречие. Если $\mu = 50$, то при $b_2 = 2, c_3 = 131$ имеем $\theta_1 > 24$ и $\theta_3 < -26$, противоречие. Если $\mu = 52$, то $b_2$ делится на 52, противоречие.

Если $\mu = 60$, то $b_2$ делится на 12 и при $b_2 = 12, c_3 = 130$ имеем $\theta_1 > 24$ и $\theta_3 < -26$, противоречие. Если $\mu = 65$, то $b_2$ делится на 13 и при $b_2 = 13, c_3 = 130$ имеем $\theta_1 > 24$ и $\theta_3 < -26$, противоречие. Если $\mu = 75$, то $b_2$ делится на 3 и при $b_2 = 3, c_3 = 130$ имеем $\theta_1 > 24$ и $\theta_3 < -26$, противоречие. Если $\mu = 78$, то $b_2$ делится на 78, противоречие.

Пусть $t = 7$. Тогда по теореме Тервиллигера выполняются неравенства $\theta_1 \leqslant 24$ и $\theta_d \geqslant -36$.

Если $\mu = 25$, то либо $\theta_1 > 24$, либо $b_1 = 1, c_3 = 216$ и некоторое собственное значение имеет нецелую кратность, противоречие. Если $\mu = 27$, то $b_2$ делится на 27 и $\theta_1 > 24$, противоречие. Если $\mu = 28$, то либо $\theta_1 > 24$, либо $b_1 = 4, c_3 = 216$ и некоторое собственное значение имеет нецелую кратность, противоречие. Если $\mu = 30$, то либо $\theta_1 > 24$, либо $b_1 = 6, c_3 = 216$ и некоторое собственное значение имеет нецелую кратность, противоречие.

Если $\mu = 35$, то либо $\theta_1 > 24$, либо $c_3 \geqslant 195$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет, противоречие.

Если $\mu \in \{36, 54, 72, 108\}$, то $b_2$ делится на $\mu$, противоречие. Если $\mu \in \{40, 45, 60, 90, 120, 135\}$, то $b_2$ делится на $\mu/5$ и допустимых массивов пересечений нет, противоречие. Если $\mu \in \{42, 56, 63, 84, 126\}$, то $b_2$ делится на $\mu/7$ и допустимых массивов пересечений нет, противоречие.

Если $\mu = 50$, то $b_2$ делится на 2 и либо $\theta_1 > 24$, либо $c_3 \geqslant 194$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет, противоречие. Если $\mu = 70$, то $b_2$ делится на 2 и либо $\theta_1 > 24$, либо $c_3 \geqslant 194$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет, противоречие.

Аналогично рассматриваются оставшиеся значения $\mu \in \{75, 100, 105, 140\}$.

Пусть $t = 10$. Тогда по теореме Тервиллигера выполняются неравенства $\theta_1 \leqslant 24$ и $\theta_d \geqslant -51$.

Если $\mu = 50$, то либо $\theta_1 > 24$, либо $c_3 \geqslant 288$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет, противоречие. Если $\mu = 60$, то $b_2$ делится на 3 и либо $\theta_1 > 24$, либо $c_3 \geqslant 289$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет, противоречие.

Если $\mu = 68$, то $b_2$ делится на 34 и $\theta_1 > 24$, противоречие. Если $\mu = 90$, то $b_2$ делится на 9 и при $b_2 = 9$, $c_3 = 289$ имеем $\theta_1 > 24$ и $\theta_3 < -51$, противоречие. Если $\mu = 100$, то $b_2$ делится на 2 и при $b_2 = 2$, $c_3 = 280$ имеем $\theta_1 > 24$ и $\theta_3 < -51$, противоречие. Если $\mu = 102$, то $b_2$ делится на 51, противоречие.

Если $\mu = 150$, то $b_2$ делится на 3 и при $b_2 = 3$, $c_3 = 280$ имеем $\theta_1 > 24$ и $\theta_3 < -51$, противоречие. Если $\mu = 170$, то $b_2$ делится на 17 и при $b_2 = 3$, $c_3 = 280$ имеем $\theta_1 > 24$ и $\theta_3 < -51$, противоречие. Если $\mu = 180$, то $b_2$ делится на 18 и при $b_2 = 3$, $c_3 = 280$ имеем $\theta_1 > 24$ и $\theta_3 < -51$, противоречие. Если $\mu = 204$, то $b_2$ делится на 102, противоречие. $\rhd$

**Лемма 14.** *Если $15 \leqslant t \leqslant 25$, то граф $\Gamma$ не является дистанционно регулярным.*

$\lhd$ Пусть $t = 15$. Тогда по теореме Тервиллигера выполняются неравенства $\theta_1 \leqslant 24$ и $\theta_d \geqslant -76$.

Если $\mu = 75$, то либо $\theta_1 > 24$, либо $b_2 = 1$, $c_3 = 456$ и некоторое собственное значение имеет нецелую кратность, противоречие. Если $\mu = 76$, то $b_2$ делится на 76, противоречие.

Если $\mu = 90$, то $b_2$ делится на 6, либо $\theta_1 > 24$, либо $b_2 = 1, c_3 = 456$ и некоторое собственное значение имеет нецелую кратность, противоречие. Если $\mu = 95$, то $b_2$ делится на 19 и $\theta_1 > 24$. Если $\mu = 100$, то $b_2$ делится на 4 и либо $\theta_1 > 24$, либо $c_3 \geqslant 443$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет, противоречие.

Если $\mu = 114$, то $b_2$ делится на 38, противоречие. Если $\mu = 120$, то $b_2$ делится на 8 и либо $\theta_1 > 24$, либо $c_3 \geqslant 444$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет, противоречие.

Если $\mu = 125$, то либо $\theta_1 > 24$, либо $c_3 \geqslant 434$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет, противоречие. Если $\mu = 150$, то $b_2$ делится на 2 и при $b_2 = 2$, $c_3 = 433$ имеем $\theta_1 > 24$ и $\theta_3 < -76$, противоречие. Аналогичное противоречие получится и для оставшихся $\mu \in \{152, 171, 180, 190, 200, 228, 250, 285, 300\}$.

Пусть $t = 19$. Тогда по теореме Тервиллигера выполняются неравенства $\theta_1 \leqslant 24$ и $\theta_d \geqslant -96$.

Если $\mu = 100$, то $b_2$ делится на 4, а если $\mu = 114$, то $b_2$ делится на 6. В любом случае $\theta_1 > 24$, противоречие. Аналогичное противоречие получится при $\mu \in \{120, 144, 160, 180, 192\}$.

Если $\mu = 152$, то $b_2$ делится на 8, либо $\theta_1 > 24$, либо $c_3 \geqslant 566$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет, противоречие. Если $\mu = 171$, то $b_2$ делится на 9, либо $\theta_1 > 24$, либо $c_3 \geqslant 564$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет, противоречие.

Если $\mu = 190$, то $b_2$ делится на 2 и при $b_2 = 2, c_3 = 554$ имеем $\theta_1 > 24$ и $\theta_3 < -96$, противоречие. Аналогичное противоречие получится при оставшихся $\mu \in \{200, 225, 228, 240, 250, 285, 288, 300, 304, 320, 342, 360, 380, 400\}$.

Пусть $t = 20$. Тогда по теореме Тервиллигера выполняются неравенства $\theta_1 \leqslant 24$ и $\theta_d \geqslant -101$.

Если $\mu = 120$, то $b_2$ делится на 6 и $\theta_1 > 24$, противоречие. Если $\mu = 150$, то $b_2$ делится на 3 и либо $\theta_1 > 24$, либо $c_3 \geqslant 589$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет, противоречие.

Если $\mu = 200$, то $b_2$ делится на 2 и при $b_2 = 2, c_3 = 584$ имеем $\theta_1 > 24$ и $\theta_3 < -101$, противоречие. Если $\mu \in \{202, 404\}$, то $b_2$ делится на 101, противоречие. Если $\mu = 250$, то при $b_2 = 1, c_3 = 580$ имеем $\theta_1 > 24$ и $\theta_3 < -101$, противоречие. Если $\mu = 300$, то $b_2$ делится на 3 и при $b_2 = 3, c_3 = 580$ имеем $\theta_1 > 24$ и $\theta_3 < -101$, противоречие.

Пусть $t = 25$. Тогда по теореме Тервиллигера выполняются неравенства $\theta_1 \leqslant 24$ и $\theta_d \geqslant -126$.

Если $\mu = 125$, то $\theta_1 > 24$, противоречие. Если $\mu$ не делится на 5, то $b_2$ делится на $\mu/4$, $\mu/2$ или $\mu$, противоречие. Если $\mu$ не делится на 25, то $(b_2, \mu)$ делит 20 и $\theta_1 > 24$, противоречие.

Если $\mu = 150$, то $b_2$ делится на 3 и либо $\theta_1 > 24$, либо $c_3 \geqslant 754$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет, противоречие. Если $\mu = 250$, то либо $\theta_1 > 24$, либо $b_2 = 1, c_3 \geqslant 734$. В любом случае допустимых массивов пересечений нет, противоречие. Если $\mu = 300$, то $b_2$ делится на 3 и при $b_2 = 3$, $c_3 = 734$ имеем $\theta_1 > 24$ и $\theta_3 < -126$, противоречие. Аналогичное противоречие получится при оставшихся $\mu \in \{350, 375, 450, 500, 525\}$. Лемма и следствие доказаны. $\rhd$

## Литература


1. *Махнев А. А., Падучих Д. В.* Дистанционно регулярные графы, в которых окрестности вершин сильно регулярны с собственным значением 3 // Докл. АН.—2014.—Т. 457, № 4.—С. 447–449.
2. *Махнев А. А.* Сильно регулярные графы с неглавным собственным значением 4 и их расширения // Изв. Гомельского гос. ун-та.—2014.—Т. 84.—С. 84–85.
3. *Brouwer A. E., Haemers W. H.* The Gewirtz graph: an exercize in the theory of graph spectra // Europ. J. Comb.—1993.—Vol. 14.—P. 397–407.
4. *Brouwer A. E., Haemers W. H.* Spectra of graphs (course notes).—http://www.win.tue.nl/ aeb/.
5. *Махнев А. А., Падучих Д. В., Хамгокова М. М.* Дистанционно регулярные локально псевдо $GQ(5,3)$-графы // Докл. АН.—2014.—Т. 458, № 5.—С. 475–478.
6. *Brouwer A. E., Cohen A. M., Neumaier A.* Distance-regular graphs.—Berlin etc.: Springer-Verlag, 1989.


*Статья поступила 17 октября 2014 г.*

Гутнова Алина Казбековна
Северо-Осетинский государственный университет им. К. Л. Хетагурова,
*доцент кафедры алгебры и геометрии*
РОССИЯ, 362025, Владикавказ, ул. Ватутина, 46
E-mail: `gutnovaalina@gmail.com`

Махнев Александр Алексеевич
Институт математики и механики УрО РАН,
*зав. отделом алгебры и топологии*
РОССИЯ, 620990, Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 16
E-mail: `makhnev@imm.uran.ru`

## EXTENSIONS OF PSEUDO-GEOMETRIC GRAPHS OF THE PARTIAL GEOMETRIES $pG_{s-4}(s,t)$

Gutnova A. K., Makhnev A. A.

Intersection arrays of distance-regular graphs the neighbourhoods of whose vertices are exceptional pseudo-geometric graphs of the partial geometries $pG_{s-4}(s,t)$ are obtained in this paper.

**Key words:** distance regular graphs, pseudo-geometric graph, eigenvalue of a graph.