Nova Série
BOLETIM
DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

*Bol. Soc. Bras. Mat., Vol.31, No. 2, 145–153*
*© 2000, Sociedade Brasileira de Matemática*

# Un critère de Darboux d'existence d'intégrale première pour les 1-formes différentielles analytiques

Jean-Marie Lion

**Resumé.** On considère une 1-forme analytique définie sur un ouvert borné de $\mathbb{C}^n$ et qui s'étend au voisinage de l'adhérence de cet ouvert. On montre que si elle possède une infinité de feuilles contenues dans des hypersurfaces algébriques différentes et de degrés bornés alors elle admet une intégrale première méromorphe. Si de plus l'origine est dans l'adhérence de chacune de ces feuilles alors la 1-forme admet une intégrale première méromorphe de graphe algébrique. Des exemples illustrent l'optimalité de ces résultats.

**Mots-clés:** intégrale première, feuilletage analytique.

**Abstract.** Consider a germ of analytic differential one form and suppose there exists infinitely separatrix in algebraic surfaces of bounded degree. The conclusion is that there exists an algebraic first integral. We give a list of examples wich explain the necessity of the hypotheses.

**Keywords:** first integral, analytic foliation.

## 1 Introduction

Soit $U$ un ouvert borné et connexe de $\mathbb{C}^n$ qui contient l'origine. Soit $\omega = a_1dx_1 + ... + a_ndx_n$ une 1-forme différentielle analytique définie sur un voisinage ouvert et connexe $W$ de $\overline{U}$. On suppose $\omega$ intégrable ($\omega \wedge d\omega \equiv 0$). On note $\text{Sing}(\omega) = \{x \in W/\omega(x) = 0\}$ le lieu singulier de $\omega$. On suppose que $\text{Sing}(\omega)$

Received 22 December 1999.
Financements: CNRS et réseau européen TMR Sing. Eq. Diff. et Feuilletages

est de codimension 2 au moins et contient l'origine. La 1-forme $\omega$ induit sur $U \setminus \mathrm{Sing}(\omega)$ et $W \setminus \mathrm{Sing}(\omega)$ des feuilletages analytiques de codimension un notés $\mathcal{F}_U$ et $\mathcal{F}_W$. Si $x \in U$ (resp. $x \in W$) on note $V_x$ le germe en $x$ de la feuille de $\mathcal{F}_U$ (resp. $\mathcal{F}_W$) qui passe par $x$. Une *intégrale première* de $\omega$ est une fonction non constante (multiforme, holomorphe, méromorphe, polynomiale, algébrique) $f$ définie au voisinage de $\overline{U}$ telle que $\omega \wedge df \equiv 0$.

Un problème classique abordé par exemple dans [BN], [CM], [Gh], [Jo], [Ma], [MM], [Mo], [Su1,2] est la détermination de conditions suffisantes pour que $\omega$ admette une intégrale première d'un type donné. Une première réponse a été apportée par G. Darboux qui donne le critère suivant (voir [CM]) :

**Critère de Darboux.** *Supposons que les coefficients de $\omega$ sont des polynômes de degré au plus $d$. Si $\omega$ admet*

$$\frac{1}{2}d(d-1)\frac{(d+n-2)!}{n!(d-2)!}$$

*hypersurfaces algébriques invariantes alors $\omega$ admet une intégrale première rationnelle.*

L'objet de ce travail est de donner une variante à ce critère pour une 1-forme différentielle analytique. On précise ainsi un résultat annoncé dans [Li].

**Théorème.** *Supposons qu'il existe une suite $V_i$ de feuilles de $\mathcal{F}_U$ contenues dans des hypersurfaces algébriques irréductibles $\{Q_i = 0\}$ différentes et de même degré $d$. Alors toute feuille de $\mathcal{F}_U$ est contenue dans une hypersurface algébrique irréductible de degré au plus $d$ et $\omega$ admet une intégrale première méromorphe. Si de plus $0 \in (\cap_i \overline{V_i})$ alors il existe une intégrale première méromorphe dont le graphe est dans un sous-ensemble algébrique de dimension $n$ de $\mathbb{C}^n \times \mathbb{CP}_1$.*

La preuve de ce théorème utilise des arguments classiques d'analyse complexe (voir [Chi], [GR], [Ło1]) et repose essentiellement sur l'observation suivante. Soit $x$ un point de $U$ qui appartient à une hypersurface algébrique de degré $d$, $\{Q = 0\}$. On montre que si le germe $V_x$ n'est pas inclus dans $\{Q = 0\}$ alors l'ordre au point $x$ de la restriction $Q_{|V_x}$ est majoré par un entier qui ne depend que de $\omega$ et $U$ et $d$ (et non de $x$ et $Q$). On considère alors l'ensemble des couples $(x, Q) \in W \times \mathbb{C}_d^n[X]$ tels que $V_x \subset \{Q = 0\}$. C'est un sous-ensemble analytique. On obtient le graphe de l'intégrale première recherchée à l'aide de cet ensemble.

L'hypothèse sur le degré est une hypothèse de compacité : l'espace $\mathbb{C}_d^n[X]$ des polynômes à $n$ indéterminées de degré au plus $d$ est la partie affine de l'espace projectif $\mathbb{CP}_N$ avec $N = \frac{(n+d)!}{n!d!}$. Elle est vérifiée dès qu'il existe une famille non dénombrable de feuilles contenues dans des hypersurfaces algébriques. On montrera qu'elle est indispensable (exemples 4 et 5 ci-dessous).

L'hypothèse sur la codimension du feuilletage n'est pas essentielle. Il est facile d'adapter la démonstration du théorème aux feuilletages analytiques de codimension plus grande et qui possèdent une infinité des "morceaux" d'hypersurfaces algébriques invariantes et de même degré.

Le plan de l'article est le suivant. L'optimalité du résultat obtenu est illustrée par des exemples dans la partie I. La preuve du théorème est donnée dans la partie II.

Je tiens à remercier Felipe Cano. Il m'a permis de réaliser cet article dans d'excellentes conditions à l'Université de Valladolid et il m'a aidé à corriger des inexactitudes. Je remercie également Frédéric Chazal qui m'a suggéré une simplification.

## I. Exemples

Illustrons le théorème par cinq exemples. Le premier exemple est dû à M. Suzuki. Il montre la nécessité de supposer les fonctions $Q_i$ polynomiales.

**Exemple 1.** Il est montré dans [Su1,2] et [CM] que la forme

$$\omega = (y^3 + y^2 - xy)dx - (2xy^2 + xy - x^2)dy$$

n'admet pas d'intégrale première méromorphe bien que toutes les feuilles qui adhèrent à l'origine sont des séparatrices analytiques. Les niveaux de la fonction $\frac{x}{y}\exp(\frac{y(y+1)}{x})$ sont tangents à $\omega$.

Le deuxième exemple montre qu'on ne peut pas toujours espérer une intégrale première de graphe algébrique.

**Exemple 2.** On considère la fonction $F(x, y, t) = t - (x - t)^2 - (y - t\cos t)^2$. Les courbes de niveaux $C_t = \{F(x, y, t) = 0\}$, $t \in \mathbb{C}$ petit, sont des coniques et si $t \geq 0$ la trace réelle de la courbe $C_t$ est un cercle de rayon $\sqrt{t}$ et de centre $(t, t\cos t)$. Puisque $\dfrac{\partial F}{\partial t}(0, 0, 0) = 1$, il existe une forme analytique $\omega$ définie au voisinage de l'origine de $\mathbb{C}^2$ dont les feuilles sont les coniques $C_t$, $t \in \mathbb{C}$ petit. Cette forme n'admet pas d'intégrale algébrique car les centres des cercles $C_t$ sont sur une courbe non algébrique.

Dans le troisième exemple les hypothèses de la seconde affirmation sont vérifiées mais la forme $\omega$ n'admet pas d'intégrale première rationnelle.

**Exemple 3.** Considérons la forme $\omega = xdy - (y - f(x) + xf'(x))dx$ avec $f : x \in \mathbb{C}, |x| < 1 \mapsto f(x) = x(1-x)^{1/2}$. Cette forme est analytique au voisinage de l'adhérence de l'ouvert $U = \{(x, y) \in \mathbb{C}^2/|x|, |y| < 1/2\}$. Les hypothèses de la seconde affirmation sont vérifiées. Le feuilletage admet donc une intégrale première méromorphe et de graphe algébrique. En revanche il n'admet pas d'intégrale première rationnelle car le germe à l'origine de la courbe algébrique irréductible $\{y^2 = x^2 - x^3\}$ est composée de deux branches lisses et seulement l'une d'elles est tangente à $\omega$.

Le quatrième exemple est un exemple de feuilletage analytiquement conjugué au feuilletage radial qui admet une infinité de feuilles algébriques mais qui ne possède pas d'intégrale première de graphe algébrique.

**Exemple 4.** Soit $c_i, i \in \mathbb{N}$ une suite injective de nombres complexes et soit $\phi$ le germe de difféomorphisme analytique à l'origine de $\mathbb{C}^2$ défini de la façon suivante:

$$\phi(x, y) = (x, y + \sum_{i \geq 2} t_i \phi_i(x, y))$$

avec

$$\phi_i(x, y) = \prod_{k=1}^{i} (y - c_k x) \quad \text{et} \quad t_i > 0$$

tel que $|t_i \phi_i(x, y)| < 1/2^i$ si $|x|, |y| < 1$. L'image par $\phi$ du feuilletage radial est un feuilletage *dicritique* (voir [CM]) qui admet une infinité de feuilles algébriques $V_i = \phi(\{y - c_i x = 0\}), i \geq 2$. Chaque $V_i$ est dans une courbe irréductible de degré $i-1$ associée au polynôme irréductible $Q_i = y - c_i x - \sum_{k<i} t_k \phi_k(x, c_i x)$ de degré $i-1$. C'est la raison pour laquelle le feuilletage n'admet pas d'intégrale première de graphe algébrique.

Le dernier exemple est celui d'un germe de feuilletage analytique de $\mathbb{C}^2$ qui possède une infinité de séparatrices algébriques mais qui n'admet pas d'intégrale première méromorphe. On l'obtient en perturbant l'exemple de M. Suzuki.

**Exemple 5.** Nous expliquons comment, sous certaines hypothèses, on peut envoyer par un difféomorphisme holomorphe une famille (dénombrable) de courbes analytiques sur une famille de courbes algébriques. Nous appliquons ensuite cette construction à la forme $\omega$ de l'exemple 1.

**Comment redresser des courbes analytiques lisses et concourantes.** Considérons une suite de fonctions holomorphes $x \mapsto g_i(x) = a_i x + x^2 h_i(x)$,

$a_i \neq 0, i > 0$ définies au voisinage du disque unité $D_1 = \{|x| \leq 1\}$ et à valeurs dans le disque $D_{1/2} = \{|y| \leq 1/2\}$. On suppose que la suite $a_i$ est injective et que si $i \neq j$ et $x \in D_1$ est non nul alors $g_i(x) \neq g_j(x)$. Le lemme suivant affirme qu'il existe un difféomorphisme analytique qui fixe l'origine et qui envoie les courbes $\gamma_i = \{y = g_i(x), x \in D_1\}$ sur des courbes algébriques.

**Lemme.** *Il existe une suite de polynômes $Q_i(x) = a_i x + x^2 R_i(x)$ de degrés $d_i$ strictement croissants et un difféomorphisme analytique fibré $(x, y) \mapsto \Phi(x, y) = (x, \phi(x, y))$ défini sur un voisinage de $D_1 \times D_{1/2}$ qui envoie les courbes $\gamma_i = \{y = g_i(x), x \in D_1\}$ sur les courbes $\Gamma_i = \{y = Q_i(x), x \in D_1\}$ et ces dernières sont contenues dans $D_1 \times D_1$.*

**Preuve du Lemme.** On construit $\Phi$ de la façon suivante. On pose $\Phi_0 = (x, y)$. Soit $k \in \mathbb{N}$. On suppose avoir construit $Q_1, \ldots, Q_k$ et $\Phi_k = (x, \phi_k)$ un difféomorphisme analytique défini au voisinage de $D_1 \times D_{1/2}$, qui est $(1/2)^{k+2}$ proche de $\Phi_{k-1}$, qui envoie $\gamma_i$ sur $\Gamma_i$ si $i \leq k$ et dont la partie linéaire à l'origine est l'identité. Si $i > k$, l'image de $\gamma_i$ par $\phi_k$ est donc une courbe contenue dans $\{|x| \leq 1, |y| \leq (1/2) + \ldots + (1/2)^{k+2}\}$, de la forme $\gamma_i^k = \{y = g_i^k(x), x \in D_1\}$ avec $g_i^k(x) = a_i x + x^2 h_i^k(x)$. On note $T_k^d$ le reste d'ordre $d$ de la série de Taylor de $g_{k+1}^k(x)$. On pose

$$f_k(x) = \left(\prod_{i \leq k}(y - Q_i)\right) \circ (x, g_{k+1}^k)(x).$$

On peut choisir $d$ strictement supérieur au degré de $Q_k$ et assez grand pour que le quotient $\theta_k = T_k^d / f_k(x)$ vérifie les conditions suivantes:

- la fonction $\theta_k(x)$ est holomorphe au voisinage de $D_1$
- la fonction $\psi_k(x, y) = y - \theta_k(x) \prod_{i \leq k}(y - Q_i(x))$ est définie au voisinage de $D_1 \times D_1$ et $(x, \psi_k)$ est un difféomorphisme holomorphe $(1/2)^{k+3}$ proche de l'identité.

On pose $Q_{k+1} = g_{k+1}^k(x) - T_k^d$ et $\Psi_k = (x, \psi_k(x, y))$. On a:

- $Q_{k+1}$ est un polynôme de degré strictement supérieur à celui de $Q_k$
- $\Psi_k$ est un difféomorphisme $(1/2)^{k+3}$ proche de l'identité
- $\Psi_k$ fixe les $\Gamma_i$ si $i \leq k$

- $\Psi_{k+1}$ envoie $\gamma_{k+1}^{k}$ sur $\Gamma_{k+1} = \{y = Q_{k+1}(x), x \in D_1\}$.

On pose $\Phi_{k+1} = \Psi_k \circ \Phi_k$. Ce difféomorphisme vérifie les mêmes propriétés que $\Phi_k$ à l'ordre $k+1$. La suite de difféморphismes $\Phi_k$ ainsi construite converge vers le difféomorphisme $\Phi$ recherché.

**Application aux feuilletages.** Considérons la forme $\omega$ de l'exemple 1. Après un éclatement toutes les feuilles de $\omega$ sont transverses au diviseur à l'exception de celle de pente 1 [CM]. Par conséquent (modulo un changement linéaire de coordonnées) on peut supposer que les courbes $\gamma_i$ qu'on vient de considérer sont des feuilles de la forme $\omega$ de l'exemple 1. Soit $\Phi$ le difféomorphisme obtenu. La forme $(\Phi^{-1})^*(\omega)$ n'a pas d'intégrale première méromorphe (puisque $\omega$ n'en a pas non plus) et elle admet une infinité de feuilles algébriques par construction.

## II. Preuve du théorème

**Existence d'une intégrale première méromorphe.** On peut supposer que la suite $V_i$ est choisie pour que $d$ soit minimal. Soit $N = \frac{(n+d)!}{n!d!}$. L'espace $\mathbb{C}_d^n[X]$ des polynômes à $n$ indéterminées de degré au plus $d$ est la partie affine de l'espace projectif $\mathbb{CP}_N$. On utilisera le fait suivant. Puisque les feuilles $V_i$ appartiennent à des hypersurfaces algébriques irréductibles de $\mathbb{C}^n$ différentes le seul sous-ensemble analytique de $W$ qui les contienne toutes est $W$.

Si $q \in \mathbb{N}$ on note $\tilde{A}_q$ le sous-ensemble analytique de $W \times \mathbb{C}_d^n[X]$ défini de la façon suivante. Un couple $(x, Q)$ de $W \times \mathbb{C}_d^n[X]$ est un élément de $\tilde{A}_q$ si le germe en $x$ de la restriction de $Q$ à $V_x$ est d'ordre au moins $q+1$. Le sous-ensemble $\tilde{A}_q$ admet la caractérisation suivante : $(x, Q) \in \tilde{A}_q$ si et seulement si pour toute suite de fonctions analytiques $Q_0 = Q, \dots, Q_q$ telle que $Q_i$ soit une coordonnée de la 2-forme $\omega \wedge dQ_{i-1}$ si $i = 1, \dots, q$ on a $Q_0(x) = \dots = Q_q(x) = 0$.

A $x \in W$ fixé, $\tilde{A}_q \cap (\{x\} \times \mathbb{C}_d^n[X])$ est un sous-espace vectoriel. L'adhérence $\overline{\tilde{A}_q}$ de $\tilde{A}_q$ dans $W \times \mathbb{CP}_N$ est donc un sous-ensemble analytique. Les suites $\tilde{A}_q$ et $\overline{\tilde{A}_q}$ sont décroissantes. Montrons qu'elles sont stationnaires (en restreignant $W$). Quitte à remplacer $W$ par un sous-ensemble ouvert, relativement compact et semi-analytique (considéré comme sous-ensemble de $\mathbb{R}^{2n}$ [Ło2]), on peut supposer que les ensembles $\tilde{A}_q$ et $\overline{\tilde{A}_q}$ ont un nombre fini de composantes irréductibles. On pose $\mu_q = (\mu_q^{n+N}, \dots, \mu_q^0)$ où $\mu_q^i$ est le nombre de composantes irréductibles de dimension $i$ de $\tilde{A}_q$. La suite $\tilde{A}_q$ est décroissante, la suite $\mu_q$ est décroissante (pour l'ordre lexicographique) et $\mu_q > \mu_{q+1}$ si et seulement si $\tilde{A}_q \neq \tilde{A}_{q+1}$. Par conséquent la suite $\tilde{A}_q$ est stationnaire. On note $\tilde{A}$ sa limite.

On montre de la même façon que la suite $\overline{\tilde{A}_q}$ est stationnaire. De plus sa limite est $\overline{\tilde{A}}$.

Soit $a$ un point de $\mathbb{C}^n \setminus \overline{W}$. L'intersection

$$\tilde{A} \cap (W \setminus \mathrm{Sing}(\omega)) \times \{Q \in \mathbb{C}^n_d[X]/Q(a) = 1\}$$

est le sous-ensemble

$$A = \{(x, Q)/x \in W \setminus \mathrm{Sing}(\omega),\ Q \in \mathbb{C}^n_d[X],\ Q(a) = 1,\ \ Q_{|V_x} \equiv 0\}.$$

C'est un sous-ensemble analytique, l'adhérence $\mathbf{A}$ de $A$ dans $W \times \mathbb{C}^n_d[X]$ est un sous-ensemble analytique et l'adhérence $\bar{\mathbf{A}}$ de $A$ dans $W \times \mathbb{CP}_N$ est aussi un sous-ensemble analytique. En effet, $\mathbf{A}$ est une réunion de composantes irréductibles de $\overline{\tilde{A}} \cap (W \times \mathbb{C}^n_d[X])$ et $\bar{\mathbf{A}}$ est une réunion de composantes irréductibles de $\overline{\tilde{A}}$. D'après le théorème de Remmert sur la projection d'un sous-ensemble analytique, le projeté de $\bar{\mathbf{A}}$ sur $\mathbb{C}^n$ est un sous-ensemble analytique de $W$. Il contient la réunion des feuilles $V_i$. Il est donc égal à $W$. Au dessus de $x \in V_i$, la fibre est réduite au polynôme $Q_i$ (puisque $d$ est minimal). La projection de $\bar{\mathbf{A}}$ est donc à fibre générique de cardinal égale à 1 et le sous-ensemble $\bar{\mathbf{A}}$ est un sous-ensemble analytique irréductible de dimension $n$. De plus, pour presque tout $x \in W$, il existe un unique polynôme $Q_x$ tel que $(x, Q_x) \in \mathbf{A}$. Le polynôme $Q_x$ est de degré $d$ et il s'annule sur le germe $V_x$. Les coefficients des $Q_x$ sont des fonctions méromorphes de $x \in W$ qui sont des intégrales premières recherchées. L'une d'elles n'est pas constante car si $x_i \in V_i$ alors $Q_{x_i} = Q_i$ et si $i \neq j$ alors $Q_i \neq Q_j$.

On utilise le lemme suivant pour prouver la seconde partie du théorème.

**Lemme.** *Soient $f$ et $g$ deux germes de fonctions holomorphes nulles à l'origine de $\mathbb{C}^n$ et $S$ une germe de sous-ensemble analytique à l'origine de $\mathbb{C}^n$. On suppose $f$ et $g$ sans facteur communs et $\mathrm{codim} S \geq 2$. Il existe alors un 2-plan complexe $E$ qui ne rencontre $S$ qu'à l'origine, $\varepsilon > 0$ petit, une suite injective $\lambda_i \in \mathbb{C}$ et une suite $\gamma_i$ de composantes connexes des germes à l'origine de $\{x \in E \setminus \{0\}/f(x) = \lambda_i g(x),\ ||x|| < \varepsilon\}$ qui soient des courbes analytiques épointées.*

**Preuve du Lemme.** Puisque $S$ est de codimension 2 complexe, on peut choisir génériquement $E$ pour que le germe $E \cap S$ soit le singleton $\{0\}$. La fonction méromorphe $h = f/g$ est non constante. On peut donc choisir $E$ génériquement pour que la restriction de $h$ à $E$ soit méromorphe et non constante. Le plan $E$ coupe les niveaux de $h$ le long de courbes analytiques épointées à l'origine.

**Fin de la preuve du théorème.** Supposons que $0 \in (\cap_i \overline{V_i})$. Pour montrer la seconde affirmation, il suffit de montrer que $\mathbf{A}$ est dans un sous-ensemble algébrique de dimension $n$. Soit $h = f/g$ l'intégrale première méromorphe de $\omega$ écrite sous forme de quotient au voisinage de l'origine. On pose $S = \mathrm{Sing}(\omega) \cap \{||x|| < \varepsilon\}$ avec $\varepsilon > 0$ assez petit. On applique le lemme. Soient $E$, $\lambda_i$, et $\gamma_i$, donnés par ce lemme. Quitte à changer de feuilles, on peut supposer que $\gamma_i \subset V_i$. On note $\bar{\mathbf{A}}_E^0$ l'intersection de $\{0\} \times \mathbb{CP}_N$ et de la fermeture dans $E \times \mathbb{CP}_N$ de $\{(x, Q)/x \in E \setminus \{0\}, (x, Q) \in A\}$. C'est un sous-ensemble analytique compact de $\{0\} \times \mathbb{CP}_N$ de dimension 0 ou 1. Il résulte de l'hypothèse sur les $\gamma_i$ que $\dim \bar{\mathbf{A}}_E^0 = 1$. C'est donc une courbe algébrique. L'adhérence $\mathbf{J}$ de $\{(z, Q)/(0, Q) \in \bar{\mathbf{A}}_E^0, Q \not\equiv 0, Q(z) = 0\}$ dans $\mathbb{C}^n \times \mathbb{CP}_N$ est un sous-ensemble algébrique de dimension $n$. Il contient $\mathbf{A}$ par construction.

## Bibliographie

[BN] M. Brunella et M. Nicolau, *Sur les hypersurfaces solutions d'équations de Pfaff,* CRAS **329:** (1999), 793-795.

[Chi] E. M. Chirka, Complex analytic sets, Kluwer (1989).

[CM] D. Cerveau et J.-F. Mattei, *Formes intégrables holomorphes singulières,* Astérisque, **97:** (1982).

[Gh] E. Ghys, *A propos d'un théorème de Jouanolou concernant les feuilles fermées des feuilletages holomorphes,* Rend. Circ. Mat. di Palermo (1999).

[GR] R. Gunning et H. Rossi, *Analytic functions of several complex variables,* Prentice-Hall (1965).

[Jo] J.-P. Jouanolou, *Équations de Pfaff algébriques,* LNM 708.

[Li] J.-M. Lion, *Exemples de sous-ensembles sous-pfaffiens et contact entre sous-ensembles sous-pfaffiens*, prépublication, Université de Bourgogne (1997).

[Ło1] S. Łojasiewicz, *Introduction to complex analytic geometry,* Birkhäuser (1991).

[Ło2] S. Łojasiewicz, *Ensembles semi-analytiques*, preprint IHES (1965).

[Ma] B. Malgrange, *Frobénius avec singularités I : codimension 1*, Pub. IHES **46:** (1976), 163-173.

[MM] J.-F. Mattei et R. Moussu, *Holonomie et intégrales premières*, Ann. ENS, **13:** (1980), 469-523.

[Mo] R. Moussu, *Sur l'existence d'intégrales premières holomorphe*, Ann. Pisa IV, XXVI, 4 (1998).

[Su1] M. Suzuki, *Sur les relations d'équivalences ouvertes dans les espaces analytiques*, Ann. ENS, **4:** (1974), 531-542.

[Su2] M. Suzuki, *Sur les intégrales premières de certains feuilletages analytiques complexes*, LNM **670:** 53-58.

**Jean-Marie Lion**
Labo. de Topologie
CNRS-Univ. de Bourgogne
BP47870, 21078 Dijon, France

E-mail: lion@u-bourgogne.fr