# Endomorfismos de M (nxn, K) Que Preservam Pôsto 1

PEDRO MENDES

O problema cuja solução apresentamos é o de caracterizar os endomorfismos do espaço M (nxn, K), das matrizes nxn sôbre um corpo K, que preservam pôsto 1.

Def.: Diremos que $A_1, \ldots, A_m \in M(nxn, K)$ satisfazem à propriedade (*) se

1.°) são linearmente independentes

2.°) $c_1 A_1 + \ldots + c_m A_m \in Gl(K^n)$ sempre que $c_i \neq 0$ para algum i.

Os resultados obtidos são os seguintes:

I) Um endomorfismo T de M (nxn, K) preserva pôsto 1 se e sòmente se é de um dos tipos:

a) $TX = AXB$

b) $TX = A^t XB$, com $A, B \in Gl(K^n)$;

c) $TX = \sum_{i=1}^{n} A_i X_i [c_1 \ldots c_n]$

d) $TX = \left(\sum_{i=1}^{n} A_i X_i [c_1 \ldots c_n]\right)^t$,

onde $c_i \neq 0$ para algum i, $X_i$ indica a i-ésima coluna de X e $A_1 \ldots A_n \in M(nxn, K)$ satisfazem à propriedade (*).

II) Se K é algèbricamente fechado, ou, se K é realmente fechado e n é impar então não existem as transformações dos tipos c) e d).

III) Se T preserva pôsto 1 e pôsto r para algum $r > 1$ então T é de um dos tipos a) ou b).

Finalmente damos um exemplo de matrizes que satisfazem à propriedade (*) no caso $n = 2$ e K realmente fechado;

$$A_1 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}; \quad A_2 = \begin{bmatrix} b & -a \\ d & -c \end{bmatrix} \quad \text{com } ad - bc \neq 0.$$

## Referências

*J. Dieudonné* – Sur une Généralization du group orthogonal à quatre variables – Archiv d. Math., 1. (1948), 282-287.

*M. Marcus;* N. B. Moyls – Lin. transf. on algebras of Matrices. Canad. J. Math. 11 (1959), 61-66.