

捻られた K 理論の実現と Fredholm 作用素の有限次元近似

五味 清紀

「捻られた K 理論 (twisted K -theory)」とは、位相的 K 理論の変種の一つである。この概念は、1970 年の P. Donovan と M. Karoubi の仕事、及び 1989 年の J. Rosenberg の仕事で導入され、最近では数理物理への応用から多くの数学者・物理学者によって研究されている。

位相的 K 理論を定義する際にはベクトル束を用いるが、他に C^* 代数や Fredholm 作用素の空間を用いるという方法でも定義できる。ベクトル束を使う場合、有限次元のものだけを考えればよいという意味で、この場合の定義は「有限次元的」であるといえる。一方で、 C^* 代数や Fredholm 作用素の空間を使う場合は「無限次元的」な定義といえる。これまで、捻られた K 理論を一般的に定義する際には、後者の「無限次元的」な定義のみが知られていた。(ある特別な場合には「有限次元的」な定義も知られていたが、一般の場合にはうまくいかなかった。)

本講演では、この「捻られた K 理論を有限次元的に定義する」という問題に対する私の解答を説明したい。より具体的には「捻られた Hermite 一般ベクトル束」によって捻られた K 理論が定義できる、ということを説明したい。「捻られた Hermite 一般ベクトル束」は、古田幹雄氏 (東大数理) によって導入された「Hermite 一般ベクトル束」に、ある種の捻れを加えたものである。この概念は、Dirac 型作用素、あるいは、Fredholm 作用素の族に対して「有限次元近似」をすることで、自然に得られる幾何学的な対象である。そのため、捻られた K 理論の Fredholm 作用素の空間を使った定義と、非常に相性が良いことが鍵となっている。