Date: 2006.10.18

タイトル TITLE	射影空間の自己射と標準的高さ		
講演者 NAME	川口　周	所属 INSTITUTION	京大・理

射影空間 $\mathbb{P}^N$ 上で, 各成分が有理数である点 $P = (a_0 : \cdots : a_N)$ の高さ $h(P)$ は, P の斉次座標として $a_0, \ldots, a_N$ が整数でそれらの最大公約数が 1 であるものを選んだとき, $h(P) = \log \max\{|a_0|, \ldots, |a_N|\}$ で与えられる. より一般に, 各成分が代数的数である点 $P \in \mathbb{P}^N(\overline{\mathbb{Q}})$ の高さ $h(P)$ も定義される. $h(P)$ は点 P の「算術的な大きさ, 複雑さ」を表わしていると考えられる.

$f : \mathbb{P}^N \to \mathbb{P}^N$ を有理数体上で定義された次数が 2 以上の射とする. 1950 年に D. G. Northcott は, 高さの理論を用いて, 各成分が有理数である点 $P \in \mathbb{P}^N(\mathbb{Q})$ で, f に関して前周期的であるようなものは有限個しかないことを示した. この結果はその後いろいろな人々によって深化された. G. Call と J. H. Silverman は, 各点 P ごとに $h(P)$ を少し変えた量 $\widehat{h}_f(P)$ が f に関して良い性質を持つことを示し, f の算術的性質をいくつか導いた. $\widehat{h}_f(P)$ は点 P の（f に関する）標準的高さと呼ばれる. S. Zhang は, $\mathbb{P}^N$ の部分多様体 X の標準的高さ $\widehat{h}_f(X)$ を Arakelov 幾何を用いて構成した. $\widehat{h}_f$ は Abel 多様体上の Néron-Tate の高さとある面で似ている.

談話会では, 射影空間の自己射に関する標準的高さ $\widehat{h}_f$ とその周辺の話題を, より算術力学系からの観点（J. H. Silverman 氏との共同研究）も交えて取り上げたい. また時間が許せば, 射影空間の自己射とは異なる状況での標準的高さについても話したい.