

Date: 2006. 9. 27.

タイトル TITLE	臨界確率における確率モデルの熱伝導について		
講演者 NAME	熊谷 隆	所属 INSTITUTION	京都大学数理解析研究所

D次元正方格子上的の各々のボンドが、確率 $p$ で開き、確率 $1-p$ で閉じているような確率モデルを考えよう。物体への雨水などの「浸透」の仕方を単純化したこのモデルはパーコレーションモデルと呼ばれ、確率論において最も基本的なモデルとして多くの研究がなされてきた。例えば、 $D \geq 2$ では、ある $p_c \in (0, 1)$ が存在して $p > p_c$ のとき無限クラスター（開いているボンド達の連結成分で、長さが無限大のもの）が確率1で存在し、 $p < p_c$ では無限クラスターは確率1で存在しないことが知られている。このような $p_c$ を臨界確率と呼ぶ。我々の興味は、臨界確率におけるクラスター上で、どのような熱伝導が観察されるか、という問題である。臨界確率では無限クラスターは確率1で存在しないと信じられている（ $D$ が2の場合と十分大きい場合は、厳密に証明されている）ので、クラスターサイズが無限大であるという条件付き確率の下で考える。このようなランダムクラスターを、incipient infinite cluster (IIC) と呼ぶ。

臨界確率における確率モデル上の熱伝導は、数理物理学者によって1970年代頃からシュミレーションがなされ、クラスターの形状がフラクタル的であり、熱の伝わり方がユークリッド空間上の場合に比べて“遅い”（劣拡散的な挙動をする）ことが観察されている。しかし技術的に大きな困難を伴うため、近年まで厳密な結果は何も得られていなかった。本講演では、パーコレーションモデルの上の熱伝導に関する最近の研究について概観した後、次の2つのモデルについて、臨界確率におけるIIC上のランダムウォークの熱核挙動に関する講演者の研究を紹介する。

1. 正則樹木（各点から出るボンドの数が一定である樹木）上のパーコレーションモデル
2.  $\mathbb{Z}^d$  ( $d > 6$ ) 上の方向付きパーコレーションモデル

(1. は Barlow 氏との共同研究、2. は Barlow, Járai, Slade の3氏との共同研究である。)

熱核評価に関する研究の歴史は長く、 $\mathbb{R}^n$  上の divergence form、多様体上のラプラス作用素など、様々な空間の上の様々な作用素に関する研究が広く行われてきている。講演では、熱核に関する研究の流れの中での当該研究の位置づけ、特にこの20年間に発展したフラクタル上の解析学・確率過程論との関係についても触れる予定である。時間が許せば、証明の背景にある実解析的な手法と確率論的手法についても簡単に紹介したい。