

# 半線形熱方程式の type I 爆発解と爆発集合

石毛和弘 (東北大・理)

半線形熱方程式に対する初期値・境界値問題

$$(P) \quad \begin{cases} \partial_t u = \Delta u + u^p, & x \in \Omega, t > 0, \\ u = 0, & x \in \partial\Omega, t > 0, \\ u(x, 0) = \varphi(x), & x \in \Omega \end{cases}$$

の解  $u = u(x, t)$  はその  $L^\infty$  ノルムが有限時間で無限大に発散するという爆発現象を起こすことがある。但し、 $p > 1$ 、 $\Omega$  は滑らかな有界領域、 $\varphi$  は簡単のため境界で零となる滑らかな非負値関数としておく。このような有限時間で爆発する解に対して、何時、どこで、どのように解が爆発するのか、という問題意識は自然であると思うが、実際、約 50 年の長きに渡って、多くの数学者の関心を集め研究が続けられてきた。

本講演では、爆発時刻、爆発集合、type I および type II 爆発などの定義を与えた後、type I 爆発解の爆発集合の位置、つまり、解がどこで爆発するのか、という問いに対する結果の概説を行う。その後、領域  $\Omega$  の境界  $\partial\Omega$  で解が爆発することがあるかどうか、という問いについて藤嶋陽平氏 (阪大・基礎工) との共同研究に基づき説明を行う。この共同研究では、爆発時刻直前での解の形状を調べることにより爆発集合の位置を解析したが、その手法は解の自己相似性やエネルギーを用いた従来のものとは大きく異なる。実際、既存の結果で多くみられる非線形項に現れる指数  $p$  の上からの制限は本講演では課さないなどの違いがある。

## 参考文献

- [1] Y. Fujishima and K. Ishige, Blow-up set for a semilinear heat equation with small diffusion, *J. Differential Equations* **249** (2010), 1056–1077.
- [2] Y. Fujishima and K. Ishige, Blow-up set for type I blowing up solutions for a semilinear heat equation, preprint.