Date: 2020. 1. 22.

タイトル TITLE	**Laplacian comparison theorem on Riemannian manifolds with modified m-Bakry-Emery Ricci lower bounds for $m \leq 1$**		
講演者 NAME	**桑江 一洋 (Kazuhiro Kuwae)**	所属 INSTITUTION	**福岡大・理**

完備で滑らかな n-次元リーマン多様体 (M,g) 上の非対称拡散作用素 $\Delta_V = \Delta - \langle V, \nabla\cdot\rangle$ を C^1-ベクトル場 V に対して考える。この枠組みでパラメータ $m \leq 1$ での m-Bakry-Emery リッチテンソル $\mathrm{Ric}_{m,n}(\Delta_V) = \mathrm{Ric} + \frac{1}{2}\mathcal{L}_V g - \frac{V^*\otimes V^*}{m-n}$ を考え、その下限条件下で Laplacian 比較定理について得られた結果を紹介する。特に V が勾配型の形 $V = \nabla\phi$ のときは中国科学院教授 Xingdong Li 氏と得られた結果であり、今回はその非対称な拡張である。

既存の Laplacian 比較定理はパラメータ m が次元 n 以上の場合で記述されるものであり、Bakry-Qian や, X.-D.Li 等によって示されている。彼らの結果は古典的な Laplacian 比較定理をも包含する。今回得られた結果は今までにない形のものであるが、$V = \nabla\phi$, $m = 1$ の場合で下限が定数で記述される場合の Wylie-Yeroshkin の結果を含む。

副産物として (weighted) Myers' theorem, Bishop-Gromov volume comparison theorem, Ambrose-Myers' theorem, Cheng's maximal diameter theorem, and the Cheeger-Gromoll type splitting theorem といったリーマン幾何学で基本的な定理の一般化だけでなく、$V = \nabla\phi$ の場合の Δ_V-拡散過程の保存性やフェラー性といった確率論的な結果も得られた。時間が許せば劣線形増大度調和関数の Liouville 性についても触れたい。