『大成算経』巻之八・九　日用術について

On the Volumes 8 and 9, Daily Calculations, of the *Taisei Sankei* (Complete Books of Mathematics)

藤井康生
Yasuo Fujii
四日市大学・関孝和数学研究所
Seki Kowa Institute of Mathematics, Yokkaichi Univeresity

概要

Nichiyo-jutsu (daily calculations), volumes 8 and 9 of the *Taisei Sankei* (*Complete Books of Mathematics*), compiles the mathematical knowledge used in daily life in Japan in those days. It is based both on the mathematics which had been passed down in Japan since early times, and the mathematics introduced anew into Japan from China. It contains, for example, mathematical knowledge about the rice market, exchange of money, calculation of interest, exchange of units, fare, wages, and some questions such as how many balls are needed when piled up for a specific form. In addition, these were modified by using the 'Tengen-jutsu' (Tian yuan shu), which means an equation in China.

In this article, we investigate the relation between the *Taisei Sankei* and the *Sangakukeimou* (*Suanxue Qimeng*) written by a Chinese mathematician Zhu Shijie.

In section 5, we will focus our interest on the question of how many balls are needed when piled up for a specific form, if the base is a trapezoid. These are very particular to Takebe who is one of the authors of the *Taisei Sankei*.

1　はじめに

『大成算経』巻之八・九日用術は国内で伝わっていた数学書や，中国から伝わった数学書の内容をもとに，当時知られていた，日常生活で用いられる，米などの相場，お金の両替，利息，単位の変換，運賃や賃金，それに玉を積みあげたときの個数を求める問題，などの知識をまとめたものである．また天元術を用いることに依って問題を発展させている．本稿では『算学啓蒙』との関係を検討する．第 2 節では参考までに『大成算経』の著者の一人，建部賢明について『建部彦次郎賢弘伝』から引用し，『大成算経』全体の構成をまとめておく．第 3 節で日用術の構造をまとめ，第 4 節で『算学啓蒙』と日用術の対比をする．第 5 節では盈朒の問題 9-64 に関する東大本（霞洲本）と

他本との異同を指摘する．『大成算経』の最後に，底面を台形として，玉を積みあげたときの玉の総数を求める問題 (堆積) が取り上げられているが，これは他に見られない建部らしい問題である．本稿では第 5 節に『算学啓蒙』との対照しつつ，それらを一覧した．

2 『大成算経』について

通常『大成算経』の著者と言われているのは関孝和，建部賢弘，建部賢明であるが，最終的に全体をまとめたのは建部賢明と言われている．その根拠となるのは，建部賢明が正徳 5 年 (1715) に書いた「六角佐々木山内流建部氏伝記下巻建部彦次郎賢弘伝」で，そこには建部賢弘が,

> 天和の季より新に算書を編み其草未だ全く畢らざるに公務の暇なき吏と成て自ら究して盡す事を得ず（評に賢明が伝中に載す）遂に兄が手に於て其稿を終へり

とある．すなわち，賢弘が公務で忙しくなり，最終的に賢明が脱稿したというのである．また割注にある「同署建部隼之助賢明伝」には

> 少年（十六歳）より其弟賢弘と相共に数学に参し甚だ此芸に志有て異国本朝の算書を披て其旨を暁すといへ共解難の理曾以て得る事なし于時関新助孝和（甲府相公綱重卿の家臣）が算数世に傑出せりと聞て兄弟各是を師として學ぶに暦法天文同く心を留て晝夜寝食を忘れて功夫をなし共に術理貫通の道を深く発明す蓋孝和が数に於て稟る處生知安行なり賢弘も又太た叡智にして是に亞けり凡倭漢の数学其書最も多しといへども未だ釋鎖の奥妙を盡さざる事を歎き三士相議して天和三年の夏より賢弘其首領と成て各新に考へ得る所の妙旨悉く著し就て古今の遺法を盡して元禄の中年に至て編集す總十二巻算法大成と號して粗是を書寫せしに事務の繁き吏と成され自を其徴を窮る事を得す孝和も又老年の上爾歳病患に逼られて考検塾思する事能はず是に於て同十四年の冬より賢明官吏の暇に躬ら其思を精する事一十年廣く考へ詳に註して二十巻と作し更に大成算経と號て手親ら草書し畢れり（此書天和の季に創て寶永の末に終る毎一篇校訂する事数十度也此功を積むに因て總て二十八年星霜を経畢んす）然れ共元来隠逸獨楽の機ある故吾身の世に鳴る事を好まず名を包み徳を隠すを以て本意とする者なれば吾功悉く賢弘に譲て癡人と稱す

とある．これによれば，元禄の中頃に一旦，全十二巻の『算法大成』が完成したが，関孝和が老年に加えて病気で研究ができなかったため，賢明が改めて 11 年間に渡り「詳に註して」，全二十巻の『大成算経』が完成したことになる．関孝和の執筆からの脱落などについて，本書の記事の信憑性をどう捉えるべきかについては，さらに新資料の探索や研究が求められるところであるが，ここでは引用するにとどめておく．

さて，『大成算経』の構成は次のようになっている，

- 首編
- 前集

卷之 1 五技，卷之 2 雑技，卷之 3 変技

- 中集

  卷之 4 三要，卷之 5 象形，卷之 6 象形，卷之 7 象形，卷之 8 日用術，卷之 9 日用術，卷之 10 形法，卷之 11 形法，卷之 12 形率，卷之 13 求積 ，卷之 14 形巧，卷之 15 形巧

- 後集

  卷之 16 題術辨，卷之 17 全題解，卷之 18 病題擬，卷之 19 演段例上，卷之 20 演段例下

これだけからはわかりにくいが，ここには関孝和の三部抄（解見題・解隠題・解伏題，巻 17)，七部書（開方飜変巻 3，題術辨議巻 16，病題明致巻 18，方陳巻 7，算脱験符巻 7，求積巻 13，毬闕変形草)，括要算法（元巻巻 5，亨巻巻 6，利巻巻 11，貞巻巻 12）の内容が含まれている．(巻名の後ろの巻数は『大成算経』の巻数)

逆にこの中で，巻 17 の問題例である巻 19・20 を除くと，首編，前集巻 1〜2，中集巻 4，8・9，10，14・15 は関の著作に含まれていない．

巻 10，14・15 は図形に関する問題である，関孝和は算法闕擬抄などの遺題を研究していたと思われるが，著作ではあまりそれらに触れていない．また巻 8・9 は日用術として基本的な問題を扱っている．これは，それまでに流布していた算書の問題を元に述べたものである，

3　巻之八・九日用術について

本節では『大成算経』巻 8・9 日用術について考察する．

建部氏伝に「異国本朝の算書」「倭漢の数学其書」とあるが，この異国，漢の数学書はおそらく『算学啓蒙』，あるいは『算法統宗』であろう．建部賢弘に『算学啓蒙諺解』なる著作があり，これは明らかに『算学啓蒙』および『算法統宗』の影響を受けているからである．一方，先に述べた関孝和の著作とこれら二著作との関連についてははっきりしない．それはともかく，本稿で検討する『大成算経』に関して言えば、その日用術には明確に影響を見ることができる．日用術の項目は以下のようになっている．

穀類 8-1〜8-11	金類 8-12〜8-19	銀類 8-20〜8-26
銭類 8-27〜8-33	服類 8-34〜8-41	舂耗（ツキべり）8-42〜8-46
税務 8-47〜8-56	数量 8-57〜8-69	運（にんべん就）8-70〜8-81
利息 8-82〜8-108	送輸 8-109〜8-113	互換 8-114〜〜8-136
差分 9-1〜9-29	均分 9-30〜9-41	逐倍 9-42〜9-50
盈（月肉）9-51〜9-63(64)	方程 9-65〜9-71	堆積 9-72〜9-84

これらの項目を見ると，日用術は『算学啓蒙』の影響を受け，『算学啓蒙』の問題を日本に合うように作り変えて行ったことが窺える．『大成算経』の日用術と『算学啓蒙』および『算法統宗』とに同じ問題は無いが，類似の問題は載せられている．それらを詳細に検討すると，『大成算経』日用術の問題は，実は『算学啓蒙』に載せられている問題と「同様の問題」というのにとどまらず，元の問題を発展させたより複雑な問題をも載せていることがわかる．それは天元術を使いこなし，

その上，文字の使用によって 2 個以上の未知数の使用が可能になったことが大きく影響している．これらは『大成算経』の後集で述べられている．

4 『算学啓蒙』との類似問題

本節では，『算学啓蒙』と『大成算経』の日用術の問題との類似した問題を列挙しておく．

4.1 『算学啓蒙』庫務解税門と『大成算経』利息

- 『算学啓蒙』庫務解税門第 1 問．
  今人有り．銭 85 貫 700 文を典（か）る．貫毎に月の利 30 文なり．今 8 箇月にして，利銭幾何と問う．
- 『算学啓蒙』庫務解税門第 4 問．
  今人有り．銭を借りる．共に本利 996 貫 656 文を還す．只云う貫毎に月の利 35 文．今 9 個月 18 日にして，元借したる銭，幾何と問う．
- 日用術・利息 8-82
  人有り．銭 1 貫 500 文を借りる．100 文毎に月利 4 文なり．5 個月を経る．利銭を問う．
- 日用術・利息 8-88
  銭を借りる有り．100 文毎に月利 4 文なり．今 6 個月 12 日を歴て利銭 400 文である．本借銭を問う．
- 日用術・利息 8-94
  借銀が有る．年に利 1 割を加える．（利にまた利を加える．）2 年 8 カ月をへて，本利とも 3 貫 872 銭を還す．本，利を問う．

これらの問題では年利が与えられているとき，1 年に満たない期間については，年利の $\frac{1}{12}$ を月利としている．同様に月利の $\frac{1}{30}$ を日利として計算している．『算学啓蒙』では単利であったものが，日用術では複利も扱われている．それだけでなく，さらに拡張した問題を潜題に載せている．

- 『大成算経』巻 20・例題下潜題 20-1
  米 4 石，麦 5 石を借りた人がいる．何年か後に米と麦の等しい量を還した．只云う米は年利 2 割，麦は 1 割の複利とする．借りた年数と還した米麦の量を問う．

潜題の問題（巻 20 演段例下）について，明治前日本数学史第 2 巻 440 ページに「これらの問題は代数方程式に導かれないものであって，ここでは試算によって解いている．」と載せられているが，巻之 8 利息に載せられているところを見ると，期間を例えば $2+h$（$0<h<1$）とするとき，$(1+\text{年利})^{2+h}$ ではなく $(1+\text{年利})^2\times(1+h\,\text{年利})$ として計算していくことは，当時の利息計算において用いられていた方法であり，代数方程式を解いていることは変わらない．

4.2 『算学啓蒙』盈不足術門と『大成算経』均分

- 『算学啓蒙』盈不足術門第 8 問
  今松と竹と並び生える有り．只云う松は初日に長さ 5 尺，竹は長さ 2 尺，松は日々に自ら半にす．竹は日々に自ら倍す．松と竹と幾何日にして長さ等しきと問う．
- 日用術・均分 9-39
  松と竹と並び生える有り．只云う松は初日に長さ 5 尺，竹は長さ 3 尺，松は日々に自ら $\dfrac{2}{5}$ 倍す．竹は日々に自ら $\dfrac{5}{6}$ 倍す．松と竹の長さが等しくなる日数を問う．
- 日用術・均分 9-40
  松と竹と並び生える有り．只云う松は初日に長さ 6 尺 1 寸，竹は長さ 3 尺 9 寸，松は日々に枯，竹は日々に栄える．2 日半を歴て長さが相等しくなる．日々の栄えと枯れの倍数は同じであるとする．等長及び倍数を問う．

『大成算経』巻 20 にも類似の問題がある．

- 『大成算経』巻 20・例題下潜題 20-2
  松と竹が並び生える有り．初日に松は長さが 1 丈 2 尺，竹は長さが 2 尺である．今松は毎日枯て 5 尺，竹は毎日生長し 8 尺である．只云う 1 日につき松の枯は竹の生長より $\dfrac{9}{10}$ だけ少ないとする．日数と 1 日あたりの松の枯る割合，竹の生長する割合を問う．

4.3 『算学啓蒙』求差分和門と『大成算経』差分

- 『算学啓蒙』求差分和門第 1 問
  今鶏兔 100 有り．共の足 272 隻．只云う，鶏の足は 2，兔の足は 4. 鶏兔各幾何を問う．
- 日用術・差分 9-15
  雉兎が有る．同じ籠に頭が 36，足が 122 である．雉兎の数を問う．

4.4 日用術における天元術

中国伝来の天元術の理解が深まったことは日用術を『算学啓蒙』と対比する場合，重要な観点である．天元術は『算学啓蒙』では「方程正負門」第 9 問及び「開方釋鎖門」第 8 問以下に載せられているだけであるが，日用術では

- 運（にんべん就）8-80,
- 利息 8-106，8-107，8-108,
- 送輸 8-113

- 差分 9-24，9-25，9-26，9-27，9-28，9-29，
- 均分 9-40，9-41，
- 逐倍 9-50

に載せられている．天元術を用いることによって，高次方程式が扱えるようになり，問題の条件を換え，問題を発展させる事が可能になっているのである．

4.5 『算学啓蒙』と『大成算経』との類似の問題

前節で『算学啓蒙』と『大成算経』との類似の問題をいくつか具体的に列挙してきたが，ここで『算学啓蒙』の問題のうち，『大成算経』に類似問題があるものを門ごとに一覧しておく．

庫務解税門	第 1 問（8-82），第 4 問（8-88），第 5 問（8-8），6 第 6 問（8-42）
倉（とん）積粟門	第 1 問（8-61）
双拋互換門	第 1 問（8-126）
求差分和門	第 1 問（9-15），第 4 問（9-17），第 5 問（9-12），第 6 問（9-25・35），第 9 問（9-8）
差分均配門	第 4 問（9-3）
堆積還源門	第 1 問（9-72），第 2 問（9-74），第 4 問（9-77），第 5 問（9-81）
盈不足術門	第 1 問（9-51），第 4 問（9-52），第 5 問（9-63），第 7 問（9-38），第 8 問（9-39・40），第 9 問（9-27）
方程正負門	第 1 問（9-70），第 2 問（9-68），第 6 問（9-71）

5 東大本（霞州本）盈（月肉）問題 9-64 の異同について

佐藤賢一氏が発見された東大本（霞州本）『大成算経』は著者の一人，建部賢弘の近傍で写本されたものである．将軍吉宗に献上された『綴術算経』などの筆跡が同じであり，榊原霞洲あるいはそのグループの誰かによって写本されたものと考えられている（詳細については佐藤賢一『近世日本数学史』東京大学出版会，2005 を見られたい）．全体に『大成算経』の書名は与えられておらず，個別に書名があるのみである．その点から言えば，『大成算経』にまとまる前の各巻の写本である可能性があり，非常に重要な写本の一つである．この東大本（霞州本）盈（月肉）の最後の問題 9-64 は以下の通りである．

> 仮如有殿舎綺井舊以闊三寸木各毎設方一尺八寸格模一盡今新用闊二寸木作方一尺二寸格別添盡二百二十五問殿廣及古盡数席従京間
> 答曰殿席薦四十畳古盡一百八十
> 術曰置舊木闊三寸加入格方一尺八寸共得二尺一寸自乗得舊一格積四百四十一寸又置新用一格積一百九十六寸以添盡二百二十五相乗得新格盈積四萬四千一百寸依図布算

196	新格積	441	舊格積
44100	新盡盈積	0	舊盡盈積

維乗右上得一千九百四十四萬八千一百寸為盡実上左右相減餘二百四十五寸即為盡法以席積率一千九百八十四寸半相乗得四十八萬六千二百〇二寸半為積法各実如其法而一得席薦及古盡数也

これは，和算研究所本，京大本，東北大本（L001-01 狩野 7.31453）では，巻末に

盈（月肉）内可註于第八第九之問

として載せられており，その構成に異同がある点は注目されるべきであろう．関算四伝書（勉誠出版）では，本文は盈（月肉）の第 9 問に載せられている．

なお，最後の「問」が東北大本（L002-01 狩野 7，20820）では「間」になっている．また，東北大 (L004-01 岡本写 041）では「闔」になっている．

なお，東大本は巻 8・9 は「日用術上下完」，内題は「日用術上篇」,「日用術下篇」となっており，1 冊に綴じられている．他の写本では内題に「日用術」「日用術後篇」となっている．

6　堆積

ここでは堆積に関して，『大成算経』と『算学啓蒙』とを対照しておく．『大成算経』を基準にして，『算学啓蒙』に類似の問題がある場合はその題名を括弧に入れておいた．またそれぞれの計算式を添えておく．なお，最後の 9-84 直半だの問題は『算学啓蒙』には類似の問題がなく，沈括『夢渓筆談』の隙積術に類似するものである．

1. 9-72 圭だ（『算学啓蒙』こう草）．三角形に並べた時の総数を求める．底子を a とすると，

$$1+2+3+\ \cdots\ +a=\sum_{i=1}^{n} i=\frac{a(a+1)}{2}$$

2. 9-73 梯だ．等脚台形に並べた時の総数を求める．上面を a，下面を b とすると，

$$a+(a+1)+(a+2)+\ \cdots\ +(b-1)+b=\sum_{i=1}^{b} i-\sum_{i=1}^{a-1} i=\frac{(a+b)(b+1-a)}{2}$$

3. 9-74 円だ（『算学啓蒙』円箭）六角形に並べた時の総数を求める．外囲を a とすると，

$$1+1\times 6+2\times 6+\ \cdots+6\times\frac{a}{6}=2+\sum_{i=1}^{a/6} 6\times i=1+\frac{a(a+6)}{12}$$

4. 9-75 方だ（『算学啓蒙』方箭）正方形に並べた時の総数を求める．外囲を a とすると，

$$(\frac{a+4}{4})^2=\frac{(a+4)^2}{16}$$

5. 9-76 直だ．長方形に並べた時の総数を求める．長を a，闊を b とすると，

$$a \times b$$

6. 9-77 三角尖だ（『算学啓蒙』三角だ）三角錐に積み上げた時の総数を求める．底子を a とする，

$$1+3+6+\cdots+\frac{a(a+1)}{2}=\sum_{i=1}^{a}\frac{i+i^2}{2}=\frac{\{(a+3)a+2\}a}{6}$$

7. 9-78 三角半だ．三角錐台に積み上げた時の総数を求める．上面を a，下面を b とする．層数 (積み上げた段数) は $n=b+1-a$ であるから，

$$\begin{aligned}&\frac{a(a+1)}{2}+\frac{(a+1)(a+2)}{2}+\cdots+\frac{(b-1)b}{2}+\frac{b(b+1)}{2}\\=&\sum_{i=1}^{b}\frac{i+i^2}{2}-\sum_{i=1}^{a-1}\frac{i+i^2}{2}=\frac{1}{6}(b+1-a)\{(b+a+1)a+(b+2)b\}\end{aligned}$$

8. 9-79 梯尖だ．底面を等脚台形として，その上にに積み上げた時の総数を求める．後長 (底面の台形の上底・最上段の数と同じ) を a，下前長 (底面の台形の下底) を b とする．層数は $n=b+1-a$ であるから，

$$\begin{aligned}&a+\frac{\{a+(a+1)\}\times 2}{2}+\frac{\{a+(a+2)\}\times 3}{2}+\cdots\\&+\frac{\{a+(b-1)\}\times(b-a)}{2}+\frac{(a+b)\times(b+1-a)}{2}\\=&\sum_{i}^{n}\frac{(b+a+1-i)(b-a+2-i)}{2}=\frac{1}{6}n(n+1)(2a+b)\end{aligned}$$

9. 9-80 梯半だ．底面を等脚台形として，その上にに積み上げて，上面も等脚台形とする時の総数を求める．後長 (底面・上面の台形の上底) を a，下前長 (底面の台形の下底) を b，上前長 (上面の台形の底辺) を c とする．層数は $n=b-a+1$ であるから，

$$\begin{aligned}&\frac{1}{6}(b-a+1)(b-a+2)(2a+b)-\frac{1}{6}\{(c-1)-a+1\}\{(c-1)-a+2\}\{2a+(c-1))\\=&\frac{1}{6}n\{(3a+2c+b)(c+1-a)+(a+b+c+1)(b-c)\}\end{aligned}$$

10. 9-81 四角尖だ（『算学啓蒙』四角だ）四角錐に積み上げた時の総数を求める．底子を a とすると，

$$1^2+2^2+\cdots a^2=\sum_{i}^{a}i^2=\frac{1}{6}a\{(2a+3)a+1\}$$

11. 9-82 四角半だ．四角錐台に積み上げた時の総数を求める．上面を a，下面を b とする．層数 $n=b+1-a$ とすると，

$$a^2+(a+1)^2+\cdots b^2=\sum_{i=a}^{b}i^2$$

$$= \frac{1}{6}b\{(2b+3)b+1\} - \frac{1}{6}(a-1)[\{2(a-1)+3\}(a-1)+1]$$
$$= \frac{1}{6}n[\{2(a+b)-1\}a+(2b+1)b]$$

12. 9-83 直尖だ．底面を長方形として，その上にに積み上げた時の総数を求める．下長を a，闊を b とすると，

$$ab+(a-1)(b-1)+\ \cdots\ +(a+1-b) = \sum_{i=1}^{b}(a+1-i)(b+1-i)$$
$$= \frac{1}{6}b(b+1)\{(3a+1)-b\}$$

13. 9-84 直半だ．（沈括『夢渓筆談』: 隙積術）底面を長方形として，長方錐台に積み上た時の総数を求める．下長を a，下闊を b，上闊を d とする．上長を c とすると，上長 $=$ 下長 $-$ (下闊 $-$ 上闊)，すなわち $c = a - b + d$ で，層数は $n = b + 1 - d$ であるから，

$$\frac{1}{6}b(b+1)(3a-b+1) - \frac{1}{6}(d-1)\{(d-1)+1\}\{3(c-1)-(d-1)+1\}$$
$$= \frac{1}{6}n\{(b+d)(3a-b+1)+(2d-2)d\}$$

これは沈括『夢渓筆談』の隙積術にある

$$\frac{n}{6}\{(2d+b)c+(d+2b)a\} + \frac{n}{6}(a-c)$$

に類似するものである．

参考文献

[1]『関流和算書大成—関算四伝書—』第四巻，勉誠出版，2010 年．

[2] 日本学士院編『明治前日本数学史第二巻』新訂版，井上書店，1979 年．

[3] 大矢真一校注『塵劫記』岩波文庫，1977 年．

[4] 加藤平左エ門著『算聖関孝和の業績（解説）』槇書店，1972 年．

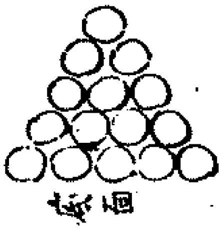
[5] 佐藤賢一『近世日本数学史』東京大学出版会，2005 年．

[6] 建部賢弘『算学啓蒙諺解』大阪府立中之島図書館蔵書．

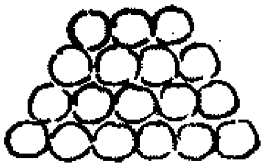
[7]『六角佐々木山内流建部氏伝記上・下』日本学士院蔵書．

[8] 原田美樹「大成算経巻之八、九～日用術～について」『数学史の研究』 数理解析研究所講究録 1257（2002），198-204．

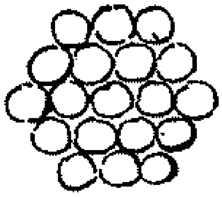
9-72 圭だ



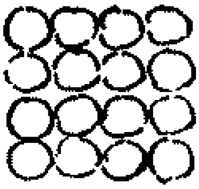
9-73 梯だ



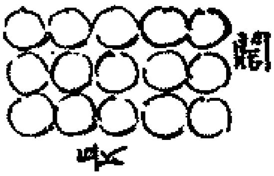
9-74 円だ



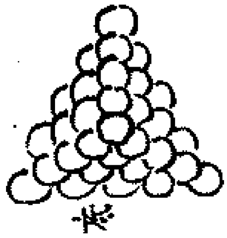
9-75 方だ



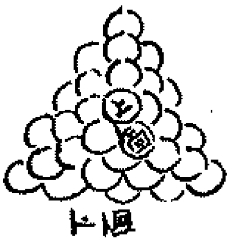
9-76 直だ



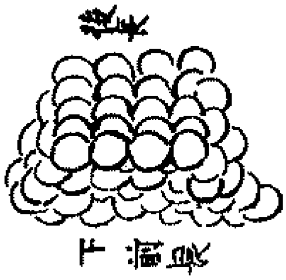
9-77 三角尖だ



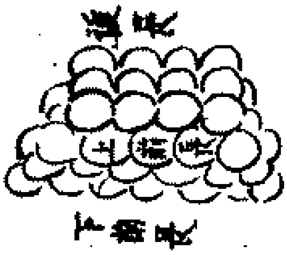
9-78 三角半だ



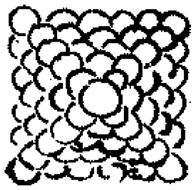
9-79 梯尖だ



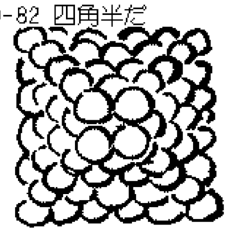
9-80 梯半だ



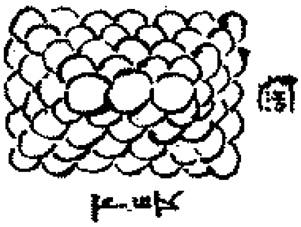
9-81 四角尖だ



9-82 四角半だ



9-83 直尖だ



9-84 直半だ