数学入門公開講座

昭和59年７月24日 (火) から８月２日 (木) まで

<table>
<tr><th>日
時　間</th><th>7月
24日
(火)</th><th>25日
(水)</th><th>26日
(木)</th><th>27日
(金)</th><th>28日
(土)</th><th>29日
(日)</th><th>30日
(月)</th><th>31日
(火)</th><th>8月
1日
(水)</th><th>2日
(木)</th></tr>
<tr><td>13：15～15：00</td><td>一松</td><td>一松</td><td>一松</td><td>一松</td><td colspan="2" rowspan="3">休講</td><td>廣中</td><td>廣中</td><td>廣中</td><td>廣中</td></tr>
<tr><td>15：00～15：15</td><td colspan="4">休憩</td><td colspan="4">休憩</td></tr>
<tr><td>15：15～17：00</td><td>松浦</td><td>松浦</td><td>松浦</td><td>松浦</td><td>岩井</td><td>岩井</td><td>岩井</td><td>岩井</td></tr>
</table>

主催　京都大学数理解析研究所

講師及び内容

1. ゲームの理論をめぐって(7時間)　京都大学数理解析研究所教授　一松　信

ゲームの理論には，いろいろの側面がある。ここでは主に2人の純戦術ゲームの具体例について，必勝戦術を解説し，合せてConway-Knuthの超現実数とゲームの関連を論ずる。

2. メビウスの問題をめぐって(7時間)　京都大学数理解析研究所教授　松浦重武

凸n角形($n \geqq 3$)のn個の頂点のうちで，隣接する三頂点からなる三角形の面積をすべて知って，もとの凸n角形の面積を求める問題を考える。$n=3$ の場合，$n=4$ の場合は問題がやさし過ぎるが，$n=5$ の場合は，そう簡単にはゆかない。この $n=5$ の場合がメビウスの問題である [興味ある人は，解答を試みよ]。n が一般の場合($n \geqq 6$)には，どうなるか？　これらを含めて，種々の問題を取り扱う予定である。

3. 結び目と特異点(7時間)　京都大学数理解析研究所教授　廣中平祐

トポロジーの一分野として結び目はその理論の美しさと難しさで多くのトポロジストがいどんだ課題である。一方代数曲線論も同様の魅力があるが，特にその特異点と結び目の両理論の関係は深く面白い。

4. 多次元立方体を切る(7時間)　京都大学教養部助教授　岩井齊良

立方体を平面で切ると，切り口には，三角形から六角形までのいろんな形が現れる。それでは，四次元や五次元の立方体(?)を切ると，切り口の図形はどんなものになるか。

四次元立方体の切り口は三次元だから，実物をお目にかけることができる。五次元立方体の切り口は四次元であるが，これは三次元的展開図で示すことができる。

時間＼日	7月 24日(火)	25日(水)	26日(木)	27日(金)	28日(土)	29日(日)	30日(月)	31日(火)	8月 1日(水)	2日(木)
13：15～15：00	一松	一松	一松	一松	休講		廣中	廣中	廣中	廣中
15：00～15：15	休憩						休憩			
15：15～17：00	松浦	松浦	松浦	松浦			岩井	岩井	岩井	岩井

昭和59年度(第8回)数学入門公開講座テキスト(京都大学数理解析研究所, 昭和59年7月24日～7月27日開催)

1. ゲームの理論をめぐって (7時間)

京都大学数理解析研究所教授　一　松　　信

1984, JULY 24, 25, 26, 27　13:15-15:00

ゲームの理論について

京都大学数理解析研究所　　一松　信

0．初めに

ゲームの理論には、色色の側面がある。　近年では、経済学のみならず、国際関係をもこの立場から扱おうという試みがある。　その場合には、当然三人以上のゲームが問題になる。　また二人ゲームでも、零和でない場合には、いわゆる囚人のジレンマと呼ばれる興味深い問題が生ずる。　しかしここで私が論じようとするのは、そういう話ではなくて、最も古典的な二人ゲームについて、具体的な必勝法を数学的に論じようというのである。

1．ハッケンブッシュ

二人零和ゲームで、その必勝法が知られている物のうち、最も有名で馴染が深いのは、多分三山崩しであろう。　実際これには古くから数多くの理論があり、群論的な証明[*)]もある。　そしてまたゲームをこれに還元したものが、いわゆるＧｒｕｎｄｙ数の理論[*)]といってよい。　しかしもっと一般的な立場から扱うためには、それよりもハッケンブッシュ（Ｈａｃｋｅｎｂｕｓｈ）というゲームの方が、便利と思うので、それをまず説明する。

それは基本的には、ゲームを数に対応させようという考えであり、それを更に発展させれば、Ｃｏｎｗａｙ－Ｋｎｕｔｈの超現実数の理論に繋る。(2．参照)

ハッケンブッシュというゲームは、図１のような絵を画いて行うものである。　ただし各枝は、本来ならば、赤と青の二色に塗分けなければいけないのだが、印刷が困難なので、やむなく一方を破線で表現した。　皆さんが紙や黒板の上でおやりになるときには、二色の鉛筆や白墨を使って下さい。

---

*) 本稿 5. 参照.

以下二人の対局者を、赤と青、或は右と左と呼ぶことにする。　対応は赤が右、青が左。一何故左が赤でないかって？　これは英語の洒落で、red とright とが同じ頭字であり、blueとleftとがl（とe）を共有しているからである。

さて　ハッケンブッシュの手は、次の通りである。　二人の対局者は交互に１本の枝を取る。　このとき、赤の人は赤の枝のみ、青の人は青の枝しか取れない。　しかも取られた枝だけでなく、付根を切られて宙に浮いてしまった部分も、自動的になくなる。　この操作を交互に繰返して、先に自分が取れる枝がなくなった方が負である。

手が打てなくなった方が負というのは自然である。　最後にいった方が負というのは、いささか邪道のような気がする。　後には後者の形も考えるが、ここでは主に前者の形を扱う。　ところでハッケンブッシュは、両者の打つべき手が違うという意味で、いわゆる党派的なゲームである。　もっとも大抵のゲームは党派的であって、そうでない三山崩しなどは、むしろ例外である。

この規則からもわかるように、勝つためにはなるべく自分の色の枝を残して、相手の色の枝を切落すようにすべきである。　しかしこのゲームは、最初に与えられた形によって、赤か青かいずれか一方の必勝になるときと、どちらでも先手になった方が負けるときとがある。　もちろんどちらも毎回最善の手を尽すものとする。　図形は全体として連結でなくてもよいので、例えば全体が赤と青の別々の図形であり、一方の枝の数が他方のよりも多ければ、前者の場合のような不公平なゲームになる（図2）。　しかしこれを数と対応づけると、以下のような面白い理論ができる。

後者の簡単な例は、別々の図形で、枝の数がまったく同じであるとき、或は赤と青とがまったく対称な形をしている場合である。

二つの独立な図形で、左が青のみｍ本、右が赤のみｎ本ならば、これを（ｍ｜ｎ）と表すことができる。　これは数ｍ－ｎを表すものと考えてよい。　これで整数はすべてゲームと解釈できる。　次に分数を考えてみよう。

2.　分数は何を表すか？

図３を見てほしい。　ａ，ｂ，ｃ，ｄ　はそれぞれ左にとって、３／２，３／２，－３／２，０　だけ有利な場面を示す。　その意味は、当日説明する。

ハッケンブッシュの例

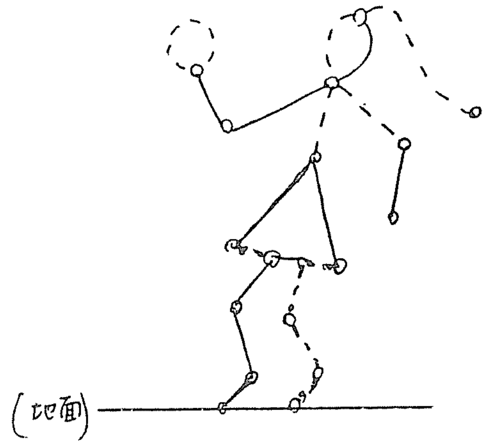

図1

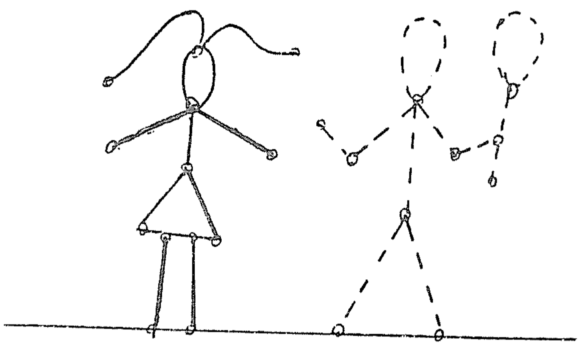

図2

左(女の子) 14
右(男の子) 11

[左優利な例]

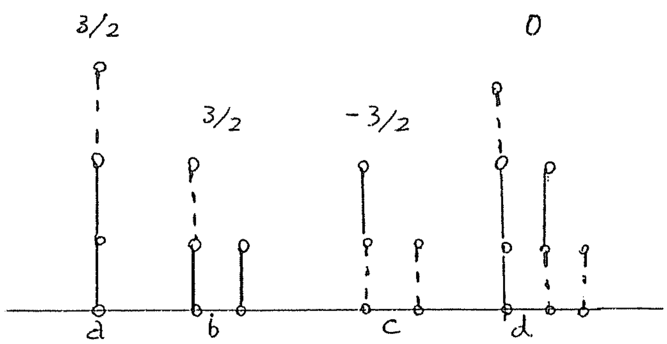

図3

ところで、ドイツの　R．Dedekind　は集合の概念を、積極的に数学に活用した最初の学者であるが、彼は空集合を基として、数の体系を構成した。一　色則是空　空則是色？その方法は、まず空集合$\emptyset$を０とし、次に$\emptyset$を唯一の要素とする集合$\{\emptyset\}$（これ自体は、空集合ではない！）を作って１とし、以下$\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$を２とし、同様に続けて、自然数を作り上げる。　今日では、自然数の構成は　Peano　の公理によるのが普通であり、Dedekind の方法は、厳密でないという人さえあるらしいが、要はやり方の違いであろう。

よく考えてみると、Dedekind の方法は、一つの箱を用意して、そこに次々に既製の数（実は集合）を代入してゆく操作である。　ここで、箱を２個とすると、一挙に有理数全体が構成できる。一その具体例は別ページに記した。一　さらに、このアレフ０日の創造の後、Big　Ban　が起り、箱の中に無限集合をも入れることが許されるようになると、一挙に実数全体が出来上がる。　但しいささか生産力過剰で、多数の招かれざる客も現れる。　それが超現実数である。

その中から普通の実数を取出す制限法は、色々あるが、この講義の本論から外れるので、これ以上述べない。Conway の皮肉；超現実数に関する最大の未解決の難問は、これが既製の数学においていかなる位置を示め、いかなる応用があるか、であるという語を引用しておく。

このような方法による数の構成の段階で、Conway が採ったのは、最簡規則：適合する数があれば、その中の最も簡単なものを採れ一であった。　これはいささか曖昧だが、厳密に定式化可能なものである。　彼の主張は、このような数の対がゲームの局面に対応することと、さらに数を表さないような数の対を、ある種のゲームと解釈しようということである。これが彼の著書

On Numbers and Games,Academic Press,1976

の中心課題であった。

ハッケンブッシユとその変形の他、スキー・ジャンプ、蛙跳び、ケーキ切りなど、このような数の組と解釈できるゲームは少なくない。　時間があれば、これらのゲームについても説明する。

Conway の数の構成例

$0=(\ |\ ),\ 1=(0|\ ),\ 2=(1|\ ),\ldots,\ n+1=(n|\ );$ 正の整数

$-1=(\ |0),\ -2=(\ |-1),\ldots,\ -(n+1)=(\ |-n),$ 負の整数

$1/2=(0|1),\ \ 3/2=(1|2),\ 5/2=(2|3),\ldots$ 1/2の奇数倍

$-1/2=(-1|0),\ -3/2=(-2|-1)\ ,\ldots$

$\dfrac{2p+1}{2^{q+1}}=\left(\dfrac{p}{2^q}\middle|\dfrac{p+1}{2^q}\right)$ 二進有限小数

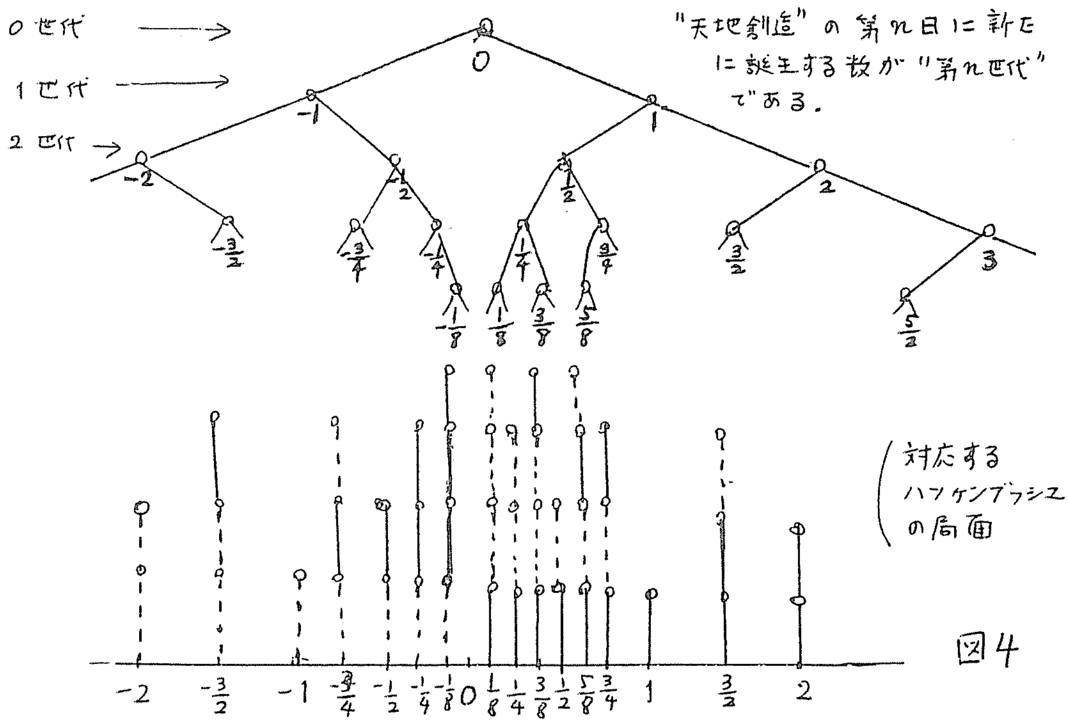

図4

上記は、二進法に基づく二分木の方法であるが、いわゆるFaray数列によって、有理数全体を直接に構成する方法もある。

3．ゲームの定義

上に名を挙げたいくつかのゲームに共通している特長は、次の通りである。

1°．二人の対局者がいる。　それを左と右とか、赤と青とか呼ぶ。— 党派的ゲームでは、先手と後手というのは、別の意味をもつ。

2°．いくつかの— といっても普通には有限個 —の局面があり、特別な初期局面があることもある。

3°．毎回打つべき手を規定した規則がある。　各局面に対する手は、大抵の場合選択の余地がある。

4°．二人の対局者左と右とは、対局全体を通じて、交互に手を打つ。

5°．正規型の規則では、手を打てなくなった方が負である。— 逆型といって、最後に手を打った方を負とする規則もあるが、この方が理論的にずっと難しくなる。　ここでは二三の例以外には論じない。

6°．ゲームの規則は、無限ループに陥ることなく、必ず有限回でどちらかが勝って終るようになっている。

7°．完全情報ゲーム、即ちどちらも最初から今迄の局面の推移を全部知っている。

8°．サイコロを振るような偶然の要素はまったくない。

このように述べると、恐らく多くの方は、各自のおもちのゲームに対するイメージとひどく違うと思うだろう。　これらの条件をすべて満すゲームは、極めて限られている。各自で、どういうゲームはどの条件を満さないのか、検討してごらんになるとよい。

上記の条件を満すゲームを二人有限的完全情報ゲームと呼ぶ。　これには”必勝法”があるというのが、ゲームの理論の最初の基本定理である。　ただしこれはチェスの神様 Fisher の名言 ”I played correctly.” を厳密に表現した抽象的な存在定理であって、具体的に今の局面における必勝の手は何かを教えてくれるものではない。　また最終局面から逆に帰納的にたどるのは、手間が急増して実行不可能である。　普通（この講義でもそう）必勝法が知られているというのは、遙かに少い手間で、必勝形（良形）の判定ができる方法の知られているゲームを意味する。

4．ハッケンブツシュの変形

左と右のいずれかが先手でゲームをしたとき、どちらが勝つかについて、理論的に次の表のような四つの場合が考えられる。

		左先手の場合	
		左の勝ち	右の勝ち
右先手の場合	左の勝ち	正　左勝	零　後手勝
	右の勝ち	曖昧　先手勝	負　右勝

ゲームGが正、負、零、曖昧　に応じて、$G>0$，$G<0$，$G=0$，$G \parallel 0$　と記す。これらはそれぞれ、左有利、右有利、後手有利、先手有利　を表す。

ところで、ハッケンブッシュは、先手必勝という場合がないという点で、いささか特異なゲームである。— 大抵は、先に手を打った方が有利になるはずである。 —それを修正するには、左・右のいずれも取ることができる、緑の線を加えることにすればよい。図５は先手必勝の一例である。 ただし、緑の線を波形で現した。

もしもすべての線が緑色なら、これは左も右もどの線を取ってもよいという、非党派的ゲームになる。 いわゆる三山崩し（ニム）は、この特別な場合にあたる。

さて、記号的にゲームGを　$(G^L \mid G^R)$ と表すとき、二つのゲームの直和$G+H$を

$$G+H=(G^L+H,\ G+H^L \mid G^R+H,\ \ G+H^R)$$

と定義する。 このとき、GとHの正・負・零　に応じて、$G+H$　の正・負・零なども、ほぼ普通の不等式と似た関係が成立する。 一方が正で、他方が負ならば、$G+H$の符号は一般には定まらない。 Gが曖昧ならば、$H=0$，$H>0$，$H<0$　に応じて、$G+H \parallel 0$，$\parallel> 0$，$<\parallel 0$　になるが、Hも曖昧のときには、一般に$G+H$の符号は定まらない。 なお一般にゲームGの符号を変えたもの　$-G$を定義することができ、

$$G+(-H)>0 \quad のとき \quad G>H$$

として、ゲームに順序を入れることができるが、その詳細は省略しよう。 ハッケンブッシュでは、$-G$は、赤と青の線をすべて入換え、緑の線があればそのままにしたもので表される。

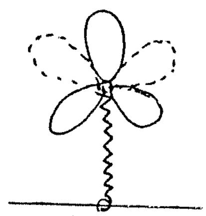

図 5

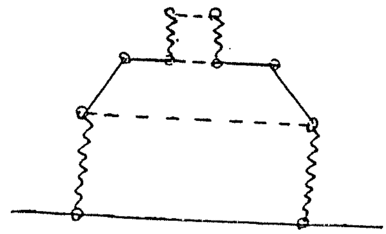

図 6　左有利の一例

ところで、唯一手で勝てるような局面は、任意の正の値よりも小さい値をもつが、それを０とするわけにはゆかない。 零は後手必勝の局面を表すからである。 Conway は、これを＊（星印）で表した。 これは普通の数ではないが、ある制限の下で、普通の数と演算ができる。 この＊の微細構造は、一種の無限小に相当する面がある。 しかしその詳細は、省略する。

５．ニムの値

多くのゲームでは、これまでに述べてきたように、各局面に数を対応させるのが、その解析に便利である。 しかしニムのような非党派的ゲームとなると、どれだけ相手に対して有利かを定量的に計算しなくても、単に今の局面が、自分にとって好都合か否かを知るだけで、必勝戦術の判定ができる。 それが Grundy 数の理論である。

その帰納的定義は簡単である。 最終局面、すなわちもはや手が打てない局面の値（Grundy数）を０とする。 以下今の局面に対して、その次の局面、すなわちそれに一手打った後の局面に対する値がすべて定義されているとき、それらの値の集合に含まれない最小の正または零の整数を、今の局面の値と定義する。 この定義により、後手必勝の局面とは、今の値が０である局面と一致することがわかる。

ニムの場合には、一度に取ってよい石の個数に制限がなければ、ｎ個の石のある局面の値はｎである。 そして二個以上の石の山全体からなる局面の値は、各々の値の二進和（二進法で各数を表して、各桁ごとに桁上げせずに足した数）で与えられる。 これが本質的に昔からよく知られているニムの必勝法である。

実はもっと定性的に、値が零である局面を定義することもできる。 そういう局面を良形と呼ぶ。 但しこの名前には異論が多く、色々の名が提唱されている。

その定義は、帰納的に簡単にできる。 最終局面は良形である。 今の局面の次の局面（一手打ってできる局面）のうち、一つでも良形があれば、今の局面は良形ではない。もしそれらがすべて良形でないならば、今の局面は良形である。 もしも規則が逆型ー最終着手者が負けというときには、最終局面を良形でないと定義しなおせばよい。

しかしながら、これで問題が解決したと思うのが、伝統的な数学者の欠点（？）といいたくなる。 現実のゲームについて、この定義だけで良形を判定しようとすれば、ニムのようなごく簡単なゲームについてさえ、ゲームの樹を全部追い掛けることとなり、いくら高速度の計算機を使っても、ごく小さい場合以外には実用にならない。 それが有用であって、普通に必勝法が知られているというのは、前記のような Grundy 数が簡単な式で与えられ、良形の判定が直接に容易にできる場合を意味する。 そのような例としては、ニムの外に、以下に述べる Fermi 粒子のニム、糸切りゲーム、それと同値な Kayles など多数のものがある。 拙著

石取りゲームの数理、森北書店、 1969 年

の主題は、 Grundy 数の概念とその実例であった。

ニムは正の整数の組を局面とし、そのいずれかの成分を減らす操作を手とするゲームである。 従って、石を取るのでなくて、図７のような番号を付けた枠を用意し、n番目の枠（但し０番から始まる）に石が一個あるのを、n個の石の山とみて、毎回どれか一つの石を左（番号の小さい方）へ移す操作を手としても同じことになる。 この場合、各石は Bose 粒子であって、一つの枠に何個でも入るとすれば、普通のニムと同じになる。 しかしもしも石が Fermi 粒子であって、一つの枠には同時に一個しか入れないものとすると、別のゲームになる。

このゲームは昔から何度も再発見を繰返しているらしく、色々の名前があって、何と呼ぶのが正式なのかはっきりしない。 我々は佐藤（幹夫）のマヤゲームと呼んでいたが、Conway は、 Welter's Game と呼んでいる。 名前はともかく、これには簡単な良形判定法が知られており、また逆型の場合も解析されている。 しかしそれを聞く前に少し皆さんでやってごらんになることをおすすめしたい。

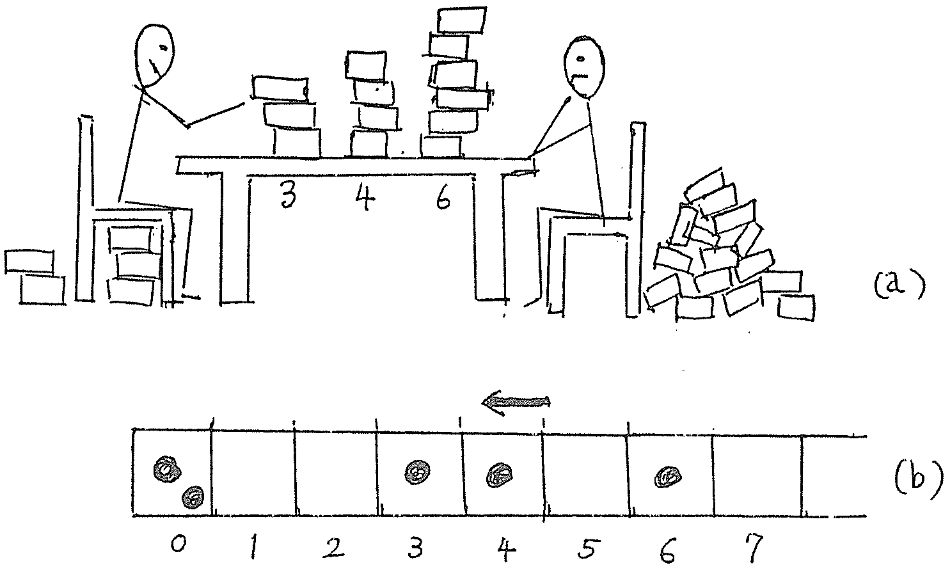

図７　ニムの二つの形

（ａ）普通の形　　（ｂ）ｎ個の石をｎの位置に置いた碁石（Bose粒子）で表現

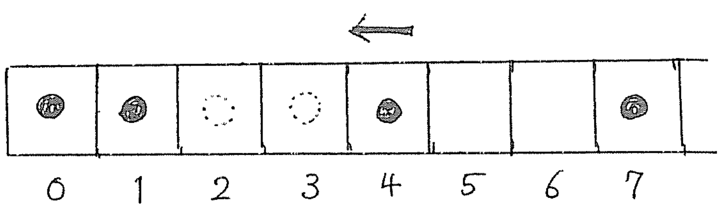

図８　Fermi 粒子のニム

☞ニムに関する覚書

1°. 通例の三山崩しについて。 二つの0または正の整数m, nに対して、{m, n, p}が良形になるようなpが、必ず唯一つ存在する。 それを $p = m ※ n$ と表す。 この演算※は、べき零（$m※m = 0$）であり、交換法則を満たす。 実はこれが結合法則をも満たすことが証明できる。 それがわかれば、0または正の整数全体Nは、演算※について可換群をなす。

2°. この演算※は二進和、すなわちm, nを二進法で表現し、各桁ごとに繰り上りなしに二進法の加法（exclusive or）の操作を施したものである。

一般にn山崩しでも、局面 $\{a_1, \ldots, a_n\}$ が良形であることは、

$$a_1 ※ \ldots ※ a_n = 0$$

と同値であり、この式によって判定できる。

3°. 逆型のニムについても、良形はほぼ同じである。 ただすべての山の石の数 $a_1, \ldots, a_n$ が1か0になったときには、1の山の個数が奇数、と修正すればよい。

4°. Fermi 粒子のニム（正規型）については、山の数nが2のときには、

$$a_1 = 偶数, \quad a_2 = a_1 + 1$$

である組 $\{a_1, a_2\}$ が良形である。 同様に、nが3のときには、

$\{a_1 + 1, a_2 + 1, a_3 + 1\}$ が普通のニムの良形

である組が良形であり、nが4のときには、普通のニムの良形と同じである。

5°. 以上の具体例に関する条件は、色々の形にまとめられる。 佐藤幹夫教授の示した条件は次の通りである。

$$N(a) = (a-1) ※ a, \quad M(p, q) = N(p ※ q),$$

$$M(a_1, \ldots, a_n)$$

$=(i < j)$である番号の組に対する $M(a_i, a_j)$ 全体を※で加えた値

と置く。 このとき、良形の条件は次の式で与えられる。

6°. Fermi 粒子のニムで、逆型の場合もこれと似た良形の判定条件が知られている。

$$a_1 ※ \ldots ※ a_n = M(a_1, \ldots, a_n)$$

6．　糸切りゲームの類

糸切りゲームとは、単位長Ｉを決めて、与えられた糸を交互に切り、単位長の糸を作るゲームである。　単位長よりも短い片を切出すのは反則である。　糸が切れなくなった方が負である。（図10）

単位長Ｉよりも短くなった糸は、なくなったのも同然であるし、Ｉと２Ｉの間の長さになった糸はもはや切れないので、単位長の糸と同じとみなしてよい。　糸の長さは連続量であるが、ゲームとしては単位長について計った実数値の整数部分のみを考えればよいことになる。　その意味で長さがｎの糸が切られて、長さがａとｂの糸になったとすれば、

$$a+b=n \quad \text{または} \quad a+b+1=n$$

と考えてよい。　糸の長さを、すべて１を引いた値で表すことにすると、これは並んだ石の列から、１個または相隣る２個の石を取るのと同じことになる。

実はこの最後のような形のゲームがある。　イギリスの古いゲームにケイルス(Kayles)という一種のボーリング・ゲームがあった。　それは図９に示したように、二人が交互に、整然と一定の間隔に並べられた多数のピンの列にボールを投げて、一度に一つまたは相隣る二つのピンを倒すゲームである。　最後にピンを倒した方が勝である。　ボールが跳返って、遠くにあるピンが同時に倒れるようなことはないものとする。　このゲームは、机の上に碁石か豆を並べて遊ぶことができる。

最初の形が一列だけならば、まず中央を取って対称な二本の列にし、以後相手の真似をしてゆけば必ず勝てる。　しかし最初から連結でない何本もの列が与えられていたら、こういう単純な戦術では勝てない。

この場合、前述の　Grundy数の理論が役に立つ。　長さがａとｂとの列からなる局面のGrundy数Ｇ（ａ，ｂ）は、Ｇ（ａ）とＧ（ｂ）との二進和で表される。　もっと多くの列でも同様である。　Ｇ（ｎ）の値は、下の表のように１２を周期とする。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	1	2	8	1	4	7	2	1	8	2	7

この表の上は　ｎ（mod 12）、下はＧ（ｎ）を示す。　覚え方：『良い庭石、菜に岩餅』

但し次の値は例外。　G(0)=0,G(3)=3,G(6)=3,G(9)=4,G(11)=6,G(18)=3,G(21)=4,G(22)=6,G(28)=5,G(34)=6,G(39)=3,G(57)=4,G(70)=6。

図９　本来のＫａｙｌｅｓのゲーム

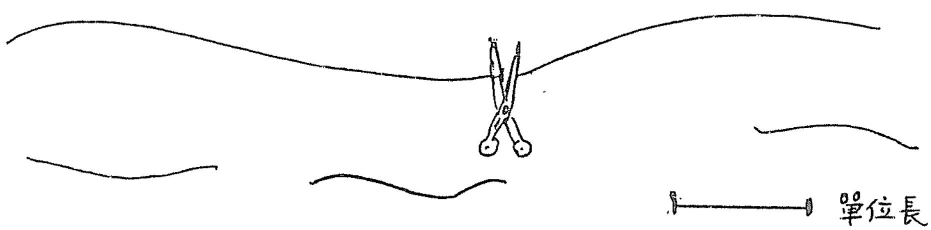

図１０　糸切りゲーム

注意：実際にこのゲームをおやりになるときには、単位長を機械的に１センチメートルとすると、短か過ぎてやりにくい。　メートル法には反するが、１インチ（２．５４センチ）か、１寸（３センチ）位にとるのが便利である。

これとよく似たゲームとして、Dawson's Chessと呼ばれるものがある。それは３×ｎの盤の両側にｎ個ずつ黒と白とのポーンを並べ、普通のチェスの手に従って駒を動かし、動けなくなった方が負というものである。　これは少し変形すると、石の列から常に相隣る２個の石を取るゲームと同じになる。　そのために、この後の形のゲームを Dawson's Kaylesということが多い。

このゲームも古くから研究されているが、誤った結論を述べている論文がある。　やはり Grundy 数の理論が有効であるが、奇妙なことに（？）Grundy数の列は、３４という周期をもつ。　逆型の場合や、相隣るｍ（$\geq$３）個の石を取るゲームについては、このような規則性は知られていない。

この同類に、Grundy's Game と呼ばれるものがある。　それは石の列を、相異る長さの二つの列に分割するゲームである。　石の数は変らないが、長さが１か２になったら、手が付けられないから、なくなったも同然である。　従って有限回で完了する。　このゲームにも Grundy 数の理論は有効であり、その列は近似的に３を周期とする傾向があるが、これが何時かは完全に周期的になるかどうかが古くからの大問題である。　近年 Conway らは、計算機で２５万まで追跡して、色々の点から究極的に周期的になりそうだと述べているが、まだそうと証明されたわけではない。　また数十万にわたる表では、普通に人間に出来る範囲では、事実上全数計算と大差ない話である。

このほか Kayles の仲間というか、その変形ゲームは色々ある。　理論的には、Grundy 数の列が、究極的に周期的になるものに興味がある。

当日時間があれば、その種のゲームの実例を解説したい。

∞． <u>結び</u>

今回はわざと述べなかったのだが、２人ゲームの前に<u>１人ゲーム</u>（Ｓｏｌｉｔａｉｒｅ）というジャンルがある。 具体的には、ソリテアとよばれる棒を跳びこして除いてゆくもの、箱詰めパズルの類、Ｒｕｂｉｋ　Ｃｕｂｅ　およびその変形、Ｌｉｆｅ　ｇａｍｅ　などがある。 これらはむしろパズルというべきかもしれない。 最後のライフ・ゲームは、ゲームというよりも、むしろ　ｃｅｌｌ　ａｕｔｏｍａｔｏｎ　の典型例であり、万能　Ｔｕｒｉｎｇ　機械になりうる点で興味がある。 そして現在では専用の並列高速計算機で調べるべき対象になったようである。

上記のどの一つをとっても、この夏期講座の話しになるだけの内容があるが、今回は徒に話題を拡げないために、すべて割愛した次第である。

ところで、人生はゲームだといわれる。 例えば”<u>世は一局の　棋なりけり</u>”　とは、土井晩翠の有名な長編の　”星落秋風五丈原”　という詩の一節である。 また多少ふざけた言葉だが、２１世紀になってはやると予想されている　<u>３Ｇ</u>⟵Ｇｏｄ，Ｇａｍｅ，Ｇａｍｂｌｅ　というのがある。 もちろん人生のゲームとして２人ゲームは特殊すぎるが、ここではゲームの理論の入口として、紹介した次第である。

［参考書］　Ｅ。Ｒ。Ｂｅｒｌｅｋａｍｐ－Ｊ。Ｈ。Ｃｏｎｗａｙ－Ｒ。Ｋ。Ｇｕｙ：Ｗｉｎｎｉｎｇ　Ｗａｙｓ，ｖｏｌ。　１，２，　Ａｃａｄｅｍｉｃ　Ｐｒｅｓｓ，１９８２。

２冊合せて本文だけで８５０ページという大著だが、内容は極めて豊富かつ多彩である。 引用文献も多く、一種の百科辞典といえる。 今回の話は主としてこれによった。