

# 数学入門公開講座

昭和62年8月11日(火)から8月20日(木)まで

日	8月 11日 (火)	12日 (水)	13日 (木)	14日 (金)	15日 (土)	16日 (日)	17日 (月)	18日 (火)	19日 (水)	20日 (木)
時間	齋 藤	齋 藤	笠 原	齋 藤	休  講		一 松	一 松	一 松	一 松
13:15~15:00	休 憩						休 憩			
15:00~15:15	笠 原	笠 原	笠 原	齋 藤			南	南	南	南
15:15~17:00										

主催 京都大学数理解析研究所

## 講師及び内容

### 1. 曲面の位相幾何 (7時間)

京都大学数理解析研究所助教授 齋藤 恭 司

曲面には球面・トーラスやクラインのつぼ等々いろいろあるが、その上にどのような多角形を敷きつめられるか、という問題をオイラー数等の位相幾何を用いて考えてみる。

### 2. 微分できない連続関数のお話し (7時間)

京都大学教養部教授 笠原 皓 司

至るところ微分できない連続関数についての歴史を述べ、今までに考えられた数多くの例について、そのグラフを描き性質を調べる。また、このような関数がどれだけ多数あるかについても考察する。

### 3. 計算機による数式処理 (7時間)

京都大学数理解析研究所教授 一松 信

計算機に数式の計算をさせることは、近年漸く実用になってきた。数値計算と比べて、難しかった原因を中心に、近年開発された因数分解算法などを解説する。

### 4. 対称性(及び反対称性)は自然界にどのように遍在するか (7時間)

京都大学数理解析研究所助手 南 政 次

自然界に存在する対称性を概観したあと、特に左右対称の問題に戻り、その意味及び反対称性の働きをロジェ・カイヨワに従って論じ、スピノール表示による電子・陽電子の関係などで例証する。次にアイソスピン空間とリー代数の関係、更に一般にリー代数が素粒子の対称性を如何に支配するかを述べる。時間があれば、その対称性の破れと宇宙初期の問題等に触れたい。

## 時 間 割

日	8月 11日 (火)	12日 (水)	13日 (木)	14日 (金)	15日 (土)	16日 (日)	17日 (月)	18日 (火)	19日 (水)	20日 (木)
時 間	齋藤	齋藤	笠原	齋藤	休		一松	一松	一松	一松
	休 憩				休 憩					
	笠原	笠原	笠原	齋藤	講		南	南	南	南

## 1. 曲面の位相幾何 (7時間)

京都大学数理解析研究所助教授 齋藤恭司

1987, AUGUST 11, 12

13:15 - 15:00

AUGUST 14

13:15 - 15:00, 15:15 - 17:00

## 曲面の位相幾何

齋藤恭司

平面や球面上の図形は、旧く古代ギリシャから研究されており、又、和算でも複雑な平面図形がいろいろ研究されている。しかし、これ等曲面一般について、角度、長さや面積とかいう量を捨像して、連続的に変型していてもなお不変に残る構造（いわゆる位相不変量）に着目して、それ等の自覚的な研究がPoincaréにより始まってから、まだ一世紀しか経っていない。（多分、その背景には、力学系の研究、Riemann面の研究、Riemann多様体の研究等々があったのだろう。）

その後、位相幾何の発展は著しく、その適用対象も、無限次元の空間をもあつかう様になり、応用も広がっている。にもかかわらず、その中で曲面は未だその豊富な構造により興味はつきない様に思える。例えば、位相構造を同じにする様なすべての曲面全体をとりあつかうTeichmüllerの理論は現在もいろいろな面から、活発に研究されており、その中のある部分は、現在素粒子論で、先端的に研究されているSuper-String(超弦)理論の本質的な構成要素となっている。

本講座では、曲面の簡単な定義から始まってその上に作用する群に焦点をあてながら、次の予定の様に話しをすすめてみる。できる限り具体例に則しながら考えてみたい。理解の助けの為に図版をそえる。

- [1] H. Coxeter: Regular Polytopes.
- [2] H. Coxeter and W. Moser: Generators and Relations for Discrete Groups.
- [3] F. Klein: The Icosahedron.
- [4] F. Klein and R. Fricke: Vorlesungen ueber die Theorie der elliptischen Modulfunktionen.
- [5] W. Magnus: Non-euclidean Tesselations and their groups.

§ 1 曲面とは

- 曲面とその境界
- 向きをつけられるか
- ベッチ数、オイラー数
- 曲面の分類

§ 2 曲面とその被覆

- 基本群
- 単連結な曲面(球面、平面、非ユークリッド平面)

§ 3 距離と曲率

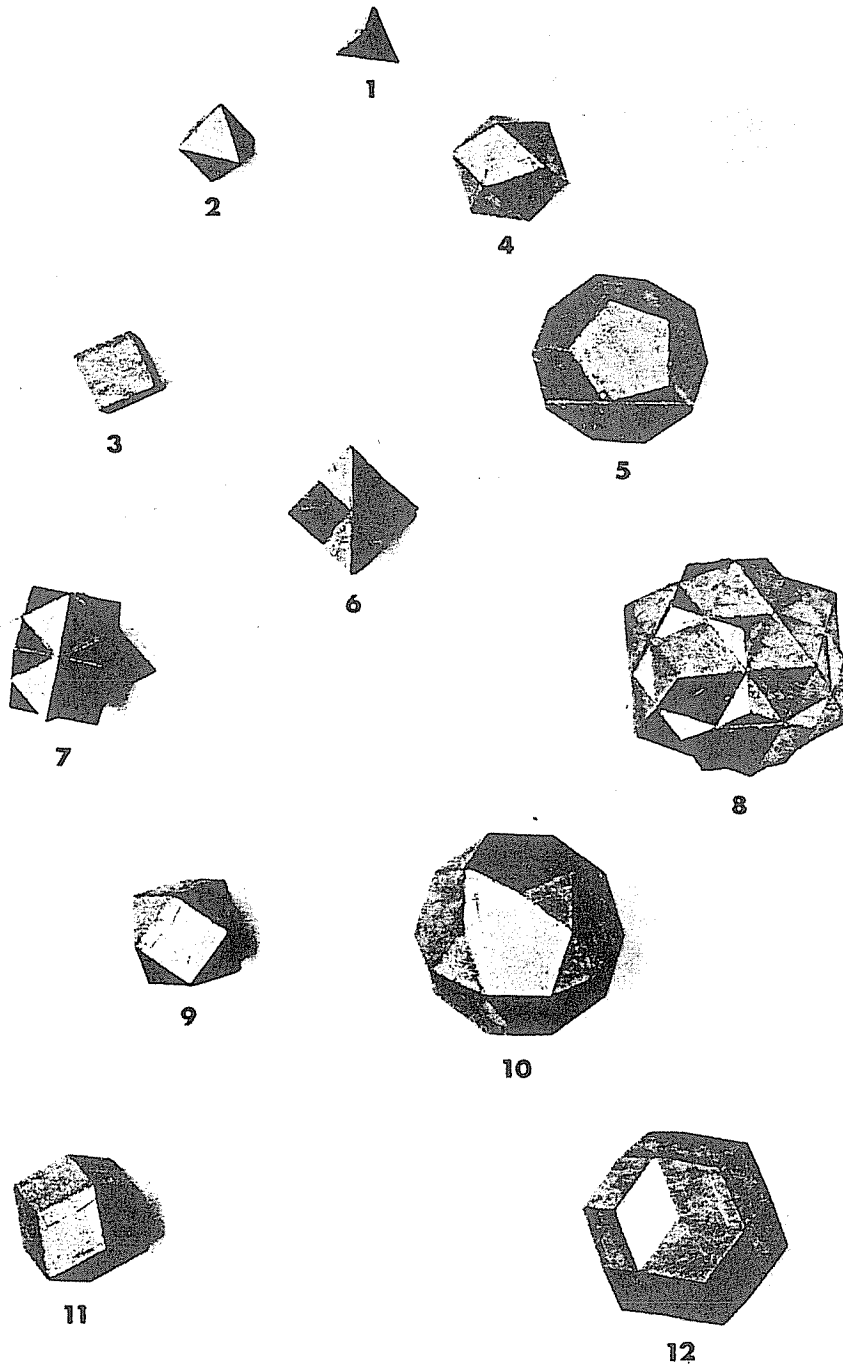
- 運動群
- 球面(genus 0)の時
- 正多面体 と正多面体群

§ 4 一般の曲面の時

- Euclid群、Fuchs群、Schwary群
- 高次元の場合には?
- その他

[11]

PLATE I



REGULAR, QUASI-REGULAR AND RHOMBIC SOLIDS

[5]

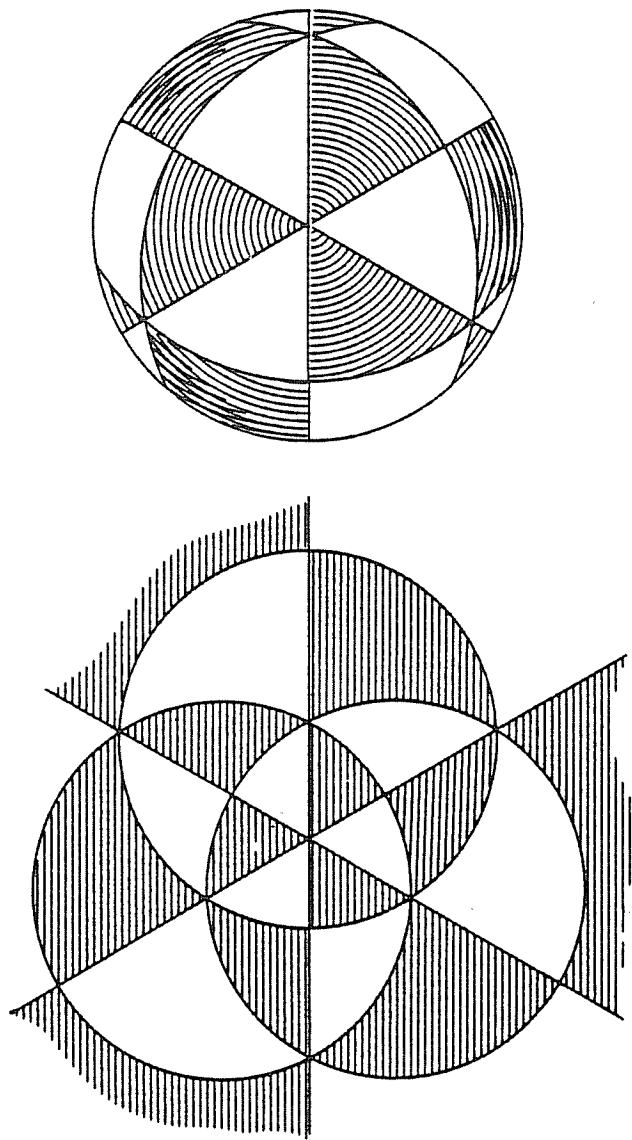


Figure 3 (a, b)  
Tessellation of the tetrahedral group on plane and sphere  
[K-F, 104 II.4, 74]



[5]

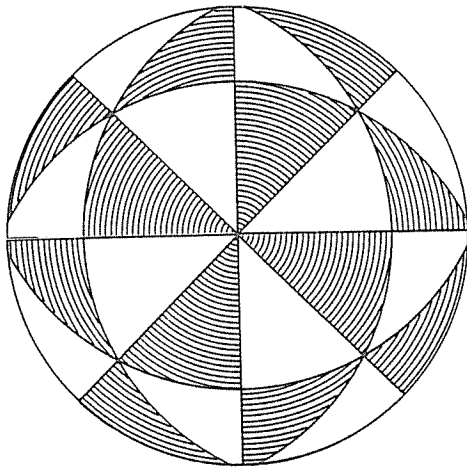


Figure 4 (b)  
Tesselation of the octahedral group on sphere  
[K-F, 76 II.4, 76]

163

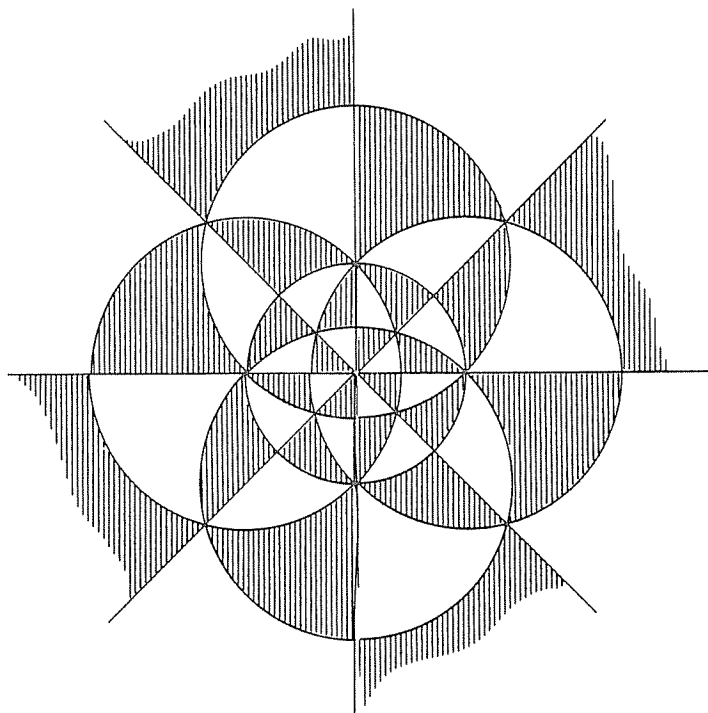


Figure 4 (a)  
Tesselation of the octahedral group on plane  
[K-F, 75 II.4, 76]

162

[5]

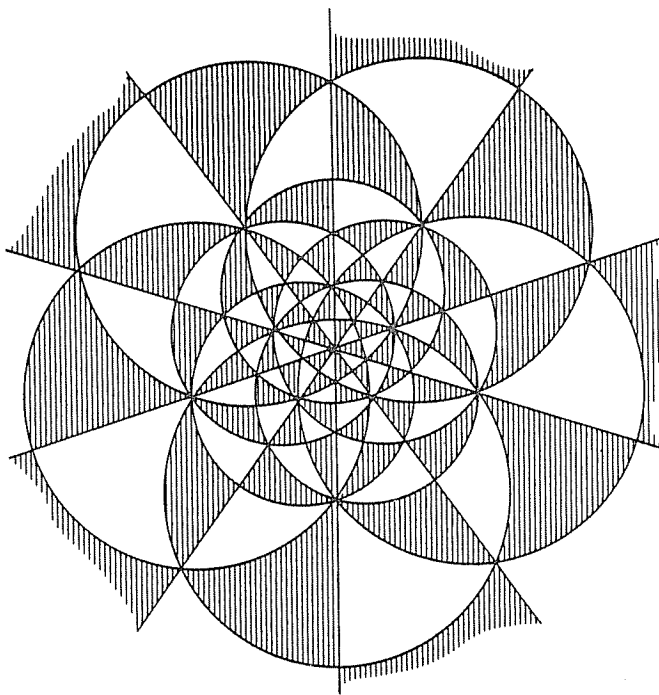


Figure 5 (b)  
Tesselation of the group of the icosahedron on plane  
[F, 46 II.4, 76]

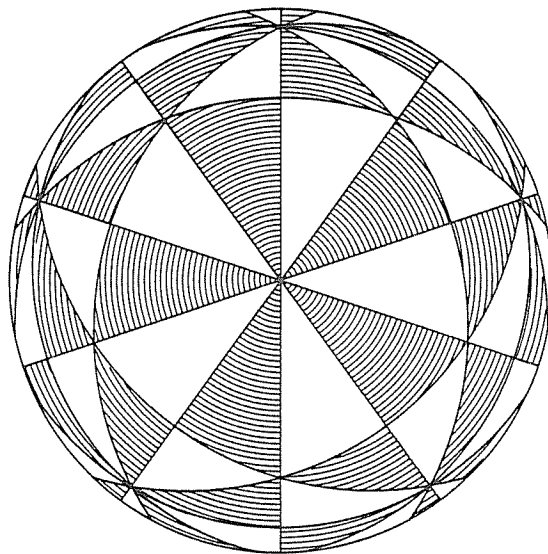


Figure 5 (a)  
Tesselation of the group of the icosahedron on sphere  
[F, 46 II.4, 76]

[5]

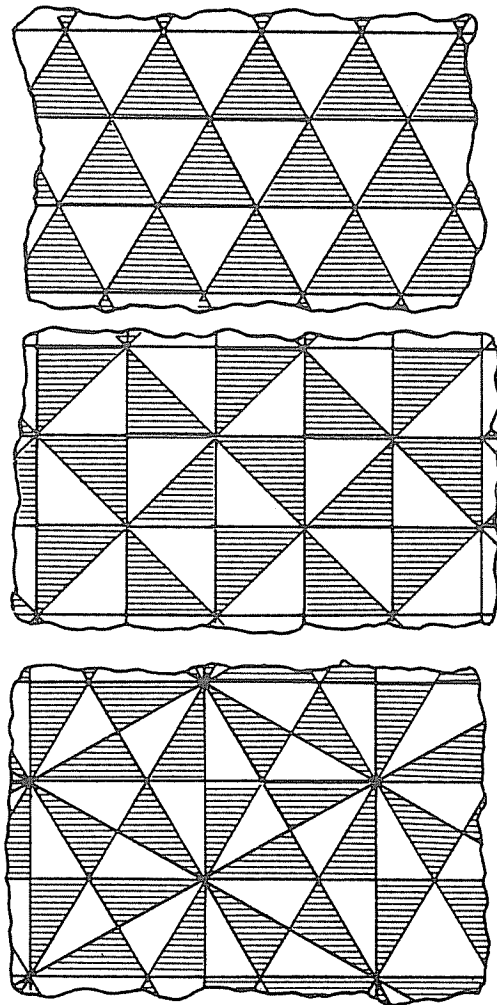


Figure 2 (a, b, c)

Triangle tessellations of the euclidean plane  
[K-F, 107 II.4, 69, 70]

[5]

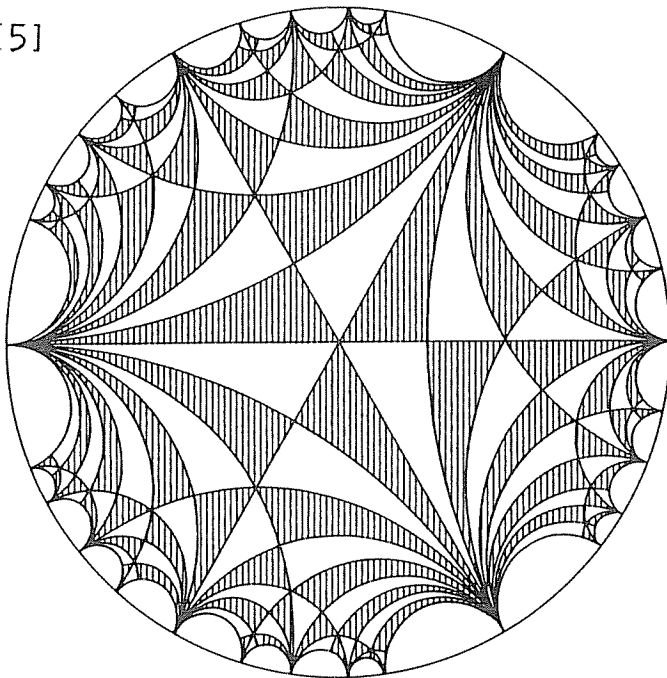


Figure 17

Tesselation of unit disk induced by extended modular group  
[K-F, 112 III.1, 111, 112; IV.1, 140]

176

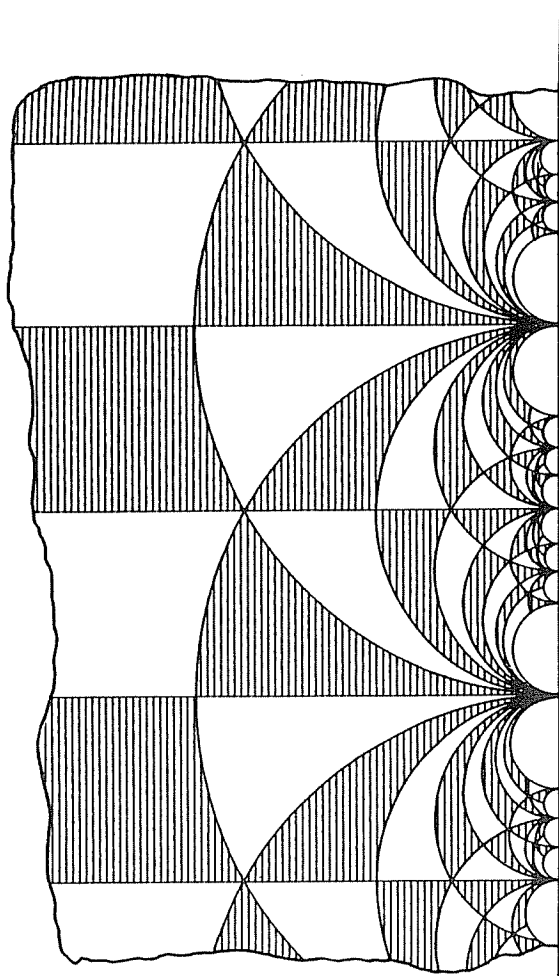


Figure 15

Tesselation of upper halfplane induced by the extended modular group  
[F, 30 II.5, 90; III.1, 111]

174

[5]

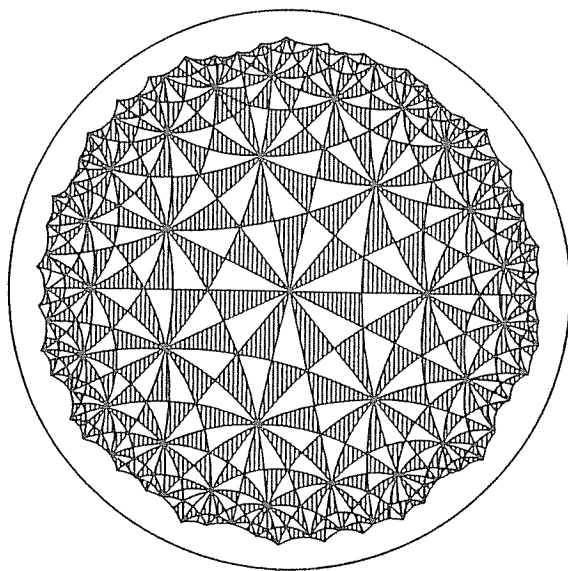


Figure 23

Tesselation of the unit disk belonging to the triangle group  $T^*(2, 3, 7)$   
 [K-F, 109 II.5, 90]

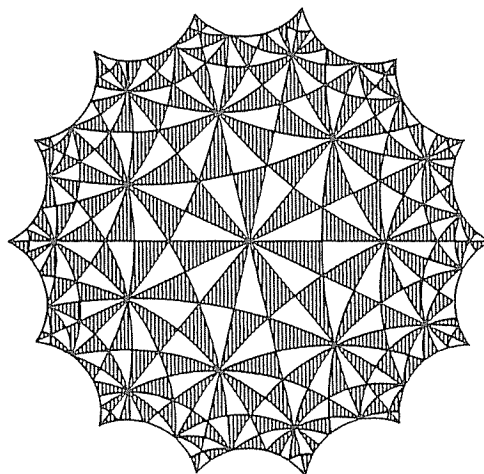


Figure 24

Fundamental region of a subgroup of index 168 in  $T(2, 3, 7)$   
 [K-F, 370 II.6, 94]

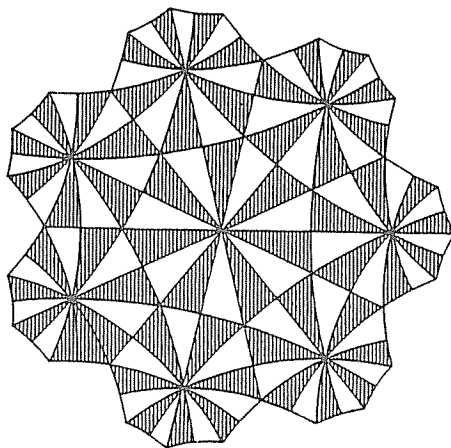


Figure 25

A heptagon and its seven neighbors in the tessellation of  $T(2, 3, 7)$   
 [K-F, 464 II.6, 95]

[5]

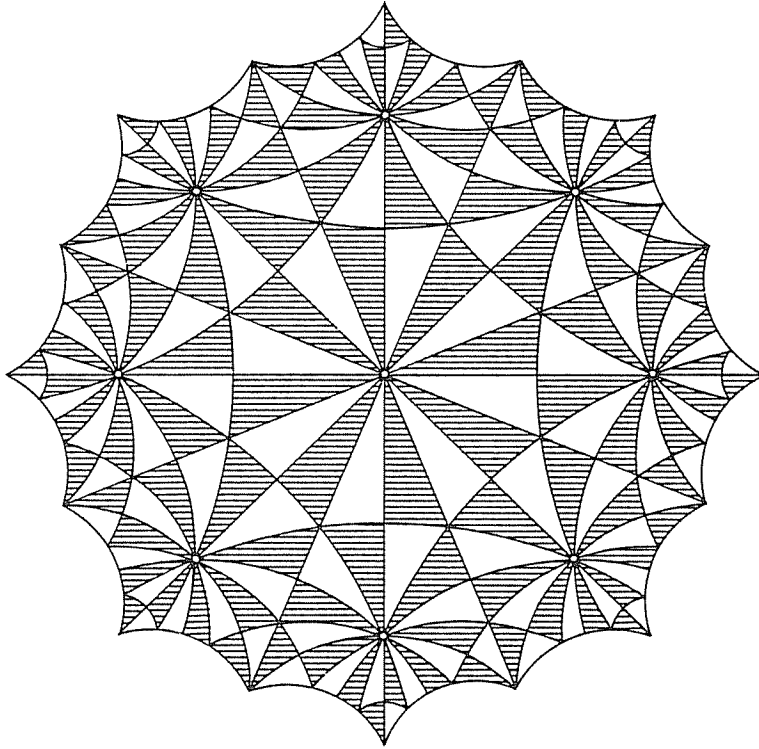
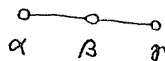
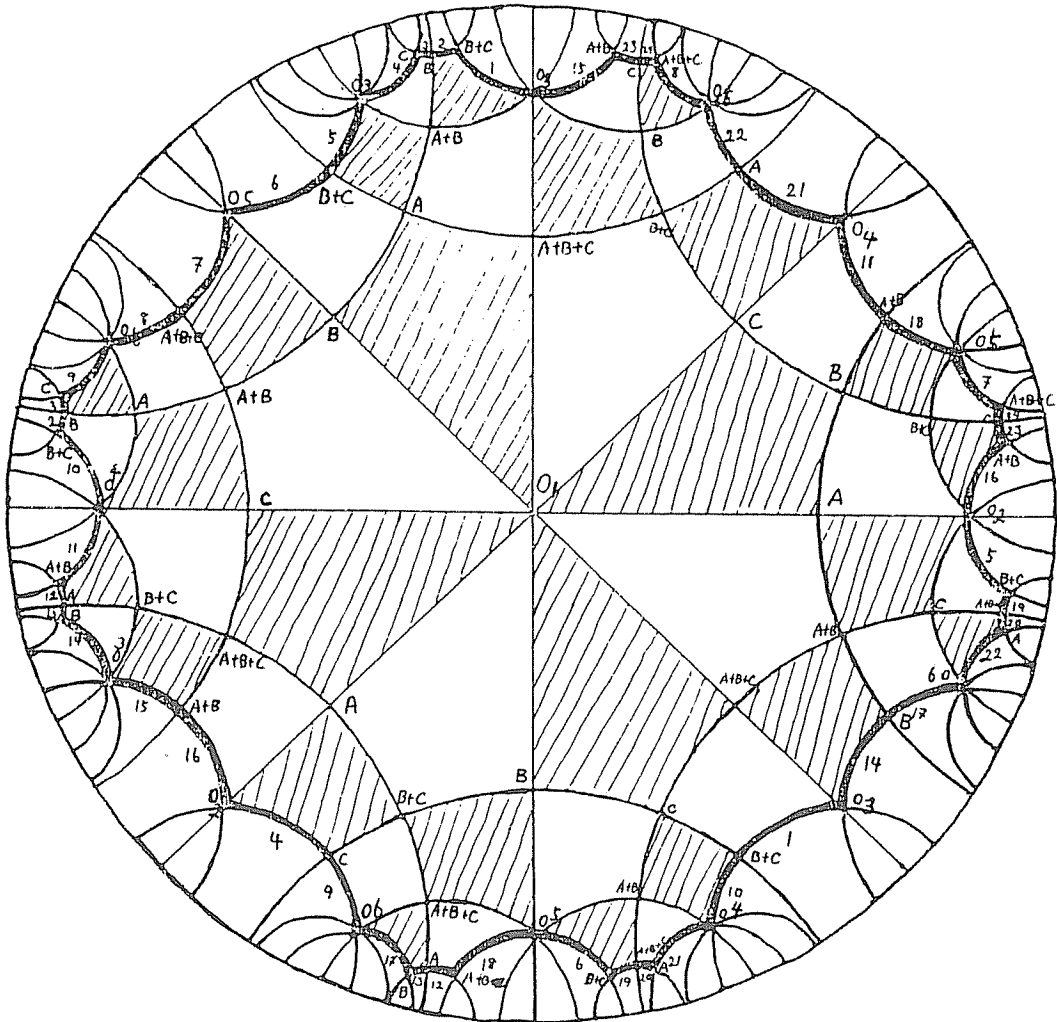


Figure 27

Tessellation by the triangle group  $T^*(2, 3, 8)$   
[D, 17 II.6, 94]

# Fundamental domain for $A_3$ -curve



$w_\alpha :=$  reflexion at A

$w_\beta :=$  reflexion at B

$w_\gamma :=$  reflexion at C

Coxeter transf. := rotation  $\frac{\pi}{2}$  at O