

積分の周期について

教授 斎藤恭司

円周率 $\pi = 3,141592\cdots$ (以下無限に続く) は円周の長さとして、積分

$$\frac{\pi}{2} = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

で与えられます。 π の様に超越的な数が右辺の様に、高々根号の入る積分で表示されるのは非常に面白いと思います。積分を不定積分にすると

$$\sin^{-1}(t) = \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

三角関数の逆関数 (2π はその周期) となります。ガウスは更に、不定積分

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}}$$

を考察して、複素変数の2重の周期関数 (楕円関数の特別な場合) を得ました。この講義では積分の周期、又その高次元化等について考えてみたいと思います。