

The singularity of Szegő kernel

倉西 正武
(Columbia University)

\mathbb{C}^{n+1} の domain Ω をとったとき, $M = \partial\Omega$ として, $L_2(M)$ の元で Ω 上の holomorphic function の境界値になって居るものの全体 $H(M)$ は closed subspace になって居る. $L_2(M)$ の $H(M)$ への projection operator ρ_M は kernel を使って

$$\rho_M u(y) = \int K_M(y, y') u(y') dy'$$

とかける. dy' は \mathbb{C}^{n+1} からきまる M の volume element である. $K_M(y, y')$ は y と \bar{y}' とに $M \times M$ の diagonal の外で holomorphic に depend して居る. K_M を Ω の Szegő kernel と呼ぶ.

K_M は Ω の函数論的性質を内蔵して居ると考へられる. K_M は M に global に depend して居て, これを具体的にかきあらはすのはむづかしい.

上のべたように K_M は $M \times M$ の diagonal に singularity がある. この singularity は M の local な構造できまり, K_M よりはあつかいやすい. 特に M が strongly pseudoconvex な場合については色々の研究がなされて居る. 数理研の柏原先生にはじまる佐藤超函数を使った仕事は, 小松 - 平地により Fefferman の仕事をとり入れて, ほぼ完成した立派な理論になって居る. Fourier 解析を使ふ方法は, Hörmander, Sjöstrand, Boutet de Monvel 等により開発されて居て, これも一般論としてはほぼ完成して居る. 私は Fourier 解析を使った方法で M の定義函数を使って Szegő kernel の singularity を具体的に書きあらはすことをこゝ数年こゝろみて居るが, まだ完成にはほど遠い. この話はその研究報告である.