数理解析研究所講究録
第 92 巻 1970 年 118-121

高速気体粒子を含む気体論模型 II

東大宇宙研 小口伯郎

1. 高速気体粒子を含む流れに適用する2流体分布を昨年提案した。すなわち分布関数 f を

$$f = f_1 + F \qquad 1\text{-}1$$

と表わし, f_1 は高速気体粒子についてまた F は衝突を経験した平衡分布に近い粒子の分布関数とする。

I においては f_1 として単にデルタ関数を撰んだ. これは高速気体粒子を熱運動をともなわない理想的にビーム状であるとすることで実際には温度, 圧力, 数密度が有限に与えられなければならない。そこで今回はその点に改良を加えた。すなわち f_1 として

$$f_1 = n_1\delta + \frac{n_1 R T_{10}}{2}\frac{\partial^2}{\partial C_i \partial C_i}\delta \qquad 1\text{-}2$$

とおいた。ここで n_1, T_{10} は高速気体粒子の数密度, 温度で C_i は熱速度の i 成分を表わす。δ はデルタ関数で高速気体粒子の平均速度 U のとき

$$\delta(c_x = U)$$

Ⅰにおける手法を全く同様に取り扱うと

$$\left.\begin{aligned} c_x \frac{\partial f_1}{\partial x} &= -n_2 U Q f_1 \\ c_x \frac{\partial (f_1+F)}{\partial x} &= \nu (F_0 - F) \end{aligned}\right\} \quad 1\text{-}3$$

ここで
$$\nu = \nu_s + n_1 U Q \quad 1\text{-}4$$

$$F_0 = n_2 \left(\frac{m}{2\pi k T_2}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{m}{2kT_2}(c - u_2 i)^2\right] \quad 1\text{-}5$$

また Q は衝突断面積，添字 2 は衝突経験粒子に関する量である．ν は衝突頻度で ν_s は衝突経験粒子のもの．

2. 強い衝撃波構造の解析への応用

衝撃波前方の量ですべて無次元化することにし，定義により数密度 n，平均速度 u，温度 T はそれぞれ

$$\left.\begin{aligned} n &= n_1 + n_2 \\ nu &= n_1 U + n_2 u_2 \\ nT &= n_1 + n_2 T_2 + \frac{2}{3} n_2 (u_2 - u)^2 \end{aligned}\right\} \quad 2\text{-}1$$

と得る．

ここで便利のためマッハ数 M に代えて速度比 S を導入する

$$S = \sqrt{\gamma/\pi}\, M$$

γ は気体の比熱比である。

式(1-3)より

$$n_1 = \exp\left[-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{-\infty}^{\xi}\frac{n_2}{S n_1+\sqrt{T_2}\,n_2}\,d\xi\right] \tag{2-2}$$

が容易に得られる。ただし

$$\xi = \int_0^x \nu\, dx = \int_0^x (\nu_s + n_1 U Q)\, dx \tag{2-3}$$

また式(1-3)の形式解は容易に得られる。

計算の便宜上 F の代わりに

$$\left.\begin{aligned} F^1 &= \int F\, dc_y\, dc_z \\ F^2 &= \int (c_y^2+c_z^2) F\, dc_y\, dc_z \end{aligned}\right\} \tag{2-4}$$

を導入すると式(1-3)の解は

$$F^k(c_x>0) = \int_{-\infty}^{\xi} \frac{F_0^k}{c_x} \exp\frac{\xi'-\xi}{c_x}\, d\xi' + \frac{\delta}{\sqrt{2}}\int_{-\infty}^{\xi} n_1 n_2 \exp\frac{\xi'-\xi}{U}\, d\xi'$$

$$F^k(c_x<0) = \int_{+\infty}^{\xi} \frac{F_0^k}{c_x} \exp\frac{\xi'-\xi}{c_x}\, d\xi'$$

ここで

$$F_0^1 = \frac{n_2}{\sqrt{\pi T_2}} \exp\left[-\frac{(c_x-u_2)^2}{T_2}\right]$$

$$F_0^2 = \frac{n_2\sqrt{T_2}}{\sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{(c_x-u_2)^2}{T_2}\right]$$

結果は形式的にⅠのものと変りがないが，無限前方の温度，圧力が有限に与えられるため，いわゆるRankine-Hugoniotの条件は厳密に満足される。なお実際の数値計算の結果を見ないと定量的な点にふれることはできないが，式( )に見られるように単純B-G-K模型の解を衝撃波前方で大きく変える傾向にあり，強い衝撃波の解析に適するとされているMott-Smithの解に近いものが得られるものと期待したい。

Ⅰ　小口伯郎　高速気体粒子を含む気体論模型
数理解析研究録 70 (輻射ガス力学の運動方程式の研究会)
報告集 1969年4月