

数理解析研究所講究録 188

佐藤超函数論入門

京都大学数理解析研究所

1973年10月

# 佐藤超函数論入門

小松考三郎

矢野環記

京都大学数理解析研究所, 1973.

## よ え が き

これは、京都大学数理解析研究所の招きで、1970年11月30日より12月4日まで同大学理学部で行なつた講義の記録である。翌年度に佐藤教授による超函数の講義が予定されており、また短かい時間の講義にまとまりを与えるため、一変数に重点をおいて、佐藤超函数と微分方程式に対するいくつかの応用を述べた。

一変数の場合については、巻末の附録1にまとめられている特殊な局所凸線型位相空間の知識以外は何らの予備知識を仮定せず、ほぼ完全な証明を与えた。なお、講義の後で、線型常微分方程式に対する指数定理の証明が得られたので、附録2として追加した。

多変数については、定義と、一変数の場合と同様の手法を用いて得られる若干の応用に限定せざるを得なかった。基本的な諸定理の証明も省略した。矢野環氏は、最初、東大の講義録などを参照されて、多くの定理の証明をおこなつたノートを用意されたのであるが、講義全体の調子をみだすように思われたので、省略して頂いた。私には、この種の入門講義に適した基本定理の証明は、まだ得られていないように思われる。

このノートは難波憲司氏及び河合隆裕氏の協力を得て、矢野氏が作成された。上述の省略、附録2及びRungeの定理の証明の講義中の誤りの訂正を除けばもとのまゝである。時間の関係で細部を略したところも少なくなかった講義を、このようにまとめられた矢野氏に感謝の意を表わしたい。佐藤超函数に関する全論文を含む巻末の文献表も矢野氏が作成された。この労力に対して、読者を代表して感謝したい。

最後に、このノートの清書として下さった数理解析研究所研究部事務室の方々にお礼を申上げる。

1973年1月24日

小松考三郎

# 目次

## Introduction

## 第一章 一変数函数論補遺

§1. Duality theorem	10
1. 函数空間 $\mathcal{O}(V)$ , $\mathcal{O}_c(L)$ , $\mathcal{O}(K)$	10
2. S. e. Silva-Köthe-Grothendieck's theorem	12
§2. Runge's theorem, Mittag-Leffler's theorem	16
1. Runge's theorem	16
2. Mittag-Leffler's theorem	20

## 第二章 一変数超函数論

§1. 準層, 層	25
1. 定義	25
2. soft sheaf, flabby sheaf	28
§2. 超函数の定義, 基本性質	30
§3. 微分, 積分	34
1. 微分作用素, 不定積分	34
2. 定積分, 標準定義函数	36
§4. Distribution の埋蔵	40

§5. 常微分方程式	42
§6. 超函数の空間の位相	48
§7. 超函数の特異性	51

### 才三章 層係数 cohomology, 多変数函数論

§1. 層係数 cohomology	54
1. Resolution による cohomology	54
2. Covering cohomology	63
§2. 多変数函数論	66
1. 諸定理	66
2. Martineau-Harvey duality	68

### 才四章 多変数超函数

§1. 定義と基本的性質	72
§2. 正則函数の類としての超函数	76
§3. 偏微分方程式	86
1. 定数係数偏微分方程式	86
1) 基本定理	86
2) Alexander-Pontrjagin's theorem	91
2. 変数係数単独偏微分方程式の解の境界値	93

Appendix 1. (FS)-space, (DFS)-space

1) (FS)-space	.....	101
2) (DFS)-space	.....	104
3) (FS) と (DFS) の双対性. Serre's lemma	.....	108
4) Schwartz's lemma	.....	110

Appendix 2. 常微分作用素の指数定理	.....	112
-------------------------	-------	-----

Bibliography

I. General References	.....	119
II. Hyperfunction 関係	.....	124
1. 佐藤論文以後 Hyperfunction に直接関係するもの		124
2. 正則函数の境界値. Ultradistribution, Analytic functional etc.	.....	143
3. その他関係あるもの	.....	150