数理解析研究所講究録
第 208 巻 1974 年 20-33



# Markov Field for Fermion

東工大 理　中神祥臣

Nelson は Euclidean field theory に関する彼の仕事 [6, 7, 8] の中でマルコフ場をもとにして場の量子論を構成する方法を示した. そこでは中性スカラー場しか扱かわれていないが同様な方法がスピノール場に対しても適用できないであろうかとの試みがこの報告の当初の目的であった。しかし Wilde [14] の仕事の延長線上での議論には未だ成功していない. 難点は主としてローレンツ変換による場の共変性の扱い方にあると思われる. Osterwalder and Schrader [9] による Euclidean field theory では Nelson とは少し異った立場と方法でこの点を上手に処理している.

1. 作用素環からの準備.

$M$ を von Neumann 代数とする. $M_+ \equiv \{x \in M : x \geq 0\}$ から $[0, +\infty]$ への写像 $\varphi$ が $\varphi(x+y) = \varphi(x) + \varphi(y)$ と $\varphi(\lambda x) = \lambda\varphi(x)$ をみたすとき weight という. ここでは $(+\infty)\cdot 0 = 0\cdot(+\infty) = 0$

という規約を使う. $\mathfrak{n} \equiv \{x \in M : \varphi(x^*x) < +\infty\}$ に対し $\mathfrak{m}$ を $\mathfrak{n}^*\mathfrak{n}$ から代数的に生成された $*$-代数とすれば, $\varphi$ は自然に $\mathfrak{m}$ 上へ拡張される. それを $\dot{\varphi}$ で表わす. $\varphi$ は $\mathfrak{m}$ が M で weakly に稠密なとき *semi-finite*, $\varphi(x^*x) = 0$ ならば $x = 0$ のとき *faithful*, 或る normal な正値1次形式の集合 F により

$$\varphi(x) = \sup_{\omega \in F} \omega(x) \qquad x \in M_+$$

と表わせるとき *normal* であるという.

いま $M_+$ 上の semi-finite faithful normal weight $\varphi$ と1径数 $*$-自己同型写像群 $\{\sigma_t : t \in \mathbb{R}\}$ が与えられていたとする. もし任意な $x, y \in \mathfrak{m}$ に対し $\{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Im}\, z \in [0, 1]\}$ 上に連続関数 F が存在し, その内部で正則かつ

$$F(t) = \varphi(\sigma_t(x)\, y)$$

$$F(t+i) = \varphi(y\, \sigma_t(x))$$

をみたすとき, $\sigma$ は $\varphi$ の *Modular 自己同型写像*と云われ $\sigma^\varphi$ で表わす.

命題 [13]. M を von Neumann 代数とし N をその部分 von Neumann 代数とする. もし $M_+$ 上の semi-finite faithful normal weight $\varphi$ を N に制限したものも semi-finite とすれば, 次の二条件は同値になる.

(i) $N$ は $\sigma^\varphi$ で不変である.

(ii) $M$ から $N$ 上への $\sigma$-weakly に連続で faithful なノルム 1 の写像 $\mathcal{E}$ が存在して $\dot{\varphi}(x) = \dot{\varphi}(\mathcal{E}(x))$ , $x \in \mathcal{M}$ .

このとき, この $\mathcal{E}$ を $\varphi$ に関する $M$ から $N$ への <u>条件付期待値</u> と云い, $\mathcal{E}(x)$ を $E\{x|N\}$ などとも表わす. $\mathcal{E}$ は次の性質をもっている.

1° $\mathcal{E}(x^*x) \geqq 0$ $\quad x \in M$

2° $\mathcal{E}(axb) = a\,\mathcal{E}(x)\,b$ $\quad x \in M$ , $a, b \in N$

3° $\mathcal{E}(x)^*\mathcal{E}(x) \leqq \mathcal{E}(x^*x)$ $\quad x \in M$.

2. 自己双対CAR代数

先ず荒木 [1] に従って自己双対CAR代数の準備をしよう.

反ユニタリーな対合 $\Gamma$ をもつ複素ヒルベルト空間 $(K, \Gamma)$ に対し次のような $\{B(\xi) : \xi \in K\}$ から生成される $*$-代数を <u>自己双対CAR代数</u> と云い $\mathfrak{A}_{SDC}(K, \Gamma)$ で表わす:

(i) $B(\lambda\xi + \eta) = \lambda B(\xi) + B(\eta)$ $\quad \lambda \in \mathbb{C}$ , $\xi, \eta \in K$

(ii) $[B(\xi), B(\eta)]_+ = (\xi | \Gamma\eta)\,1$

(iii) $B(\Gamma\xi) = B(\xi)^*$.

この代数には自然なノルムが入り, それによる完備化 $\overline{\mathfrak{A}}_{SDC}(K, \Gamma)$ は $C^*$-代数になっている.

$\Gamma U = U\Gamma$ なる $K$ 上のユニタリー作用素 $U$ をボゴリューボフ変換という．これは上の (i), (ii), (iii) を不変にするので次のような $\mathfrak{A}_{SDC}(K, \Gamma)$ 上の $*$-自己同型写像 $\sigma(U)$ を導き $\overline{\mathfrak{A}}_{SDC}(K, \Gamma)$ 上へ一意に拡張される：

$$\sigma(U) : B(\xi_1)\cdots B(\xi_n) \longmapsto B(U\xi_1)\cdots B(U\xi_n).$$

この $\sigma(U)$ は $\overline{\mathfrak{A}}_{SDC}(K, \Gamma)$ のボゴリューボフ $*$-自己同型写像とよばれる．

$\overline{\mathfrak{A}}_{SDC}(K, \Gamma)$ 上の State $\varphi$ が次の条件をみたすとき Quasifree state という：

$$\varphi(B(\xi_1)\cdots B(\xi_{2n-1})) = 0$$

$$\varphi(B(\xi_1)\cdots B(\xi_{2n})) = \sum \mathrm{sgn}(s) \prod_{j=1}^{n} \varphi(B(\xi_{s(j)})B(\xi_{s(j+n)})),$$

ただし $s(1) < \cdots < s(n)$ ; $s(j) < s(j+n)$, $j = 1, \cdots, n$.

命題 [1]．$K$ 上で $0 \le S \le 1$, $\Gamma S \Gamma = 1 - S$ なる $S$ 全体の集合と Quasifree states 全体の集合の間には

$$(S\xi | \eta) = \varphi(B(\eta)^* B(\xi))$$

なる関係により 1 対 1 の対応が付く．

今後このような $S$ に対応する Quasifree state を $\varphi_S$ で表わす．$\xi_1, \cdots, \xi_n \in K$ により生成される $\Gamma$-不変な $K$ の部分空間を $[\xi_1, \cdots, \xi_n]_\Gamma$ と表わす．もし $[\xi_1]_\Gamma, \cdots, [\xi_n]_\Gamma$ が互に直

交し，さらに $[\eta_1]_\Gamma, \cdots, [\eta_n]_\Gamma$ が互に直交しているならば

$$\varphi_S(B(\eta_n)^* \cdots B(\eta_1)^* B(\xi_1) \cdots B(\xi_n)) = \det((\xi_i | S\eta_j))$$

となる．$\bar{\mathfrak{A}}_{SDC}(K,\Gamma)$ 上の state $\varphi$ による GNS 表現 $\{\pi_\varphi, \mathfrak{K}_\varphi, \eta_\varphi\}$ により $\Phi(\xi) \equiv \pi_\varphi(B(\xi))$ とおく．$\varphi = \varphi_S$ としたとき，$US = SU$ なるボゴリューボフ変換 $U$ は $\mathfrak{K}_\varphi$ 上ユニタリー作用素 $T_\varphi(U)$ を導き

$$T_\varphi(U)\pi_\varphi(x)T_\varphi(U)^* = \pi_\varphi(\sigma(U)x), \quad T_\varphi(U)\eta_\varphi(1) = \eta_\varphi(1)$$

と表わされる．

命題[1, 4]．$\bar{\mathfrak{A}}_{SDC}(K,\Gamma)$ 上の state $\varphi_S$ に対し次の三条件は同等である．

(i) $\varphi_S$ は central である．

(ii) $2S = 1$.

(iii) 任意な $\xi_1, \cdots, \xi_n, \eta_1, \cdots, \eta_m \in K$ に対し，もし $[\xi_1, \cdots, \xi_n]_\Gamma$ と $[\eta_1, \cdots, \eta_m]_\Gamma$ が直交していれば

$$\varphi_S(B(\xi_1) \cdots B(\xi_n) B(\eta_1) \cdots B(\eta_m))$$
$$= \varphi_S(B(\xi_1) \cdots B(\xi_n))\, \varphi_S(B(\eta_1) \cdots B(\eta_m)).$$

3．Euclidean field over $\mathbb{C}^4 \otimes \mathbb{H}^{-1}(\mathbb{R}^4)$.

$\mathcal{D}(\mathbb{R}^d)$ を内積 $(f|g)_{-1} = ((-\Delta+1)^{-1}f|g)$ により完備化して得られる Sobolev 空間を $\mathbb{H}^{-1}(\mathbb{R}^d)$ とし，前節の $(K,\Gamma)$ とし

て $\mathbb{C}^4\otimes\mathcal{H}^+(\mathbb{R}^d)$ と複素共役の演算を運ぶ. $K$ の元 $\mathfrak{f}$ は $\mathcal{H}^+(\mathbb{R}^d)$ の元 $f_1,\cdots,f_4$ により $\mathfrak{f}=(f_1,\cdots,f_4)$ と表わせる. $f\in\mathcal{H}^+(\mathbb{R}^d)$ に対し

$$\phi_1(f)\equiv\phi((f,0,0,0)),\qquad \phi_2(f)\equiv\phi((0,f,0,0))$$

$$\phi_3(f)\equiv\phi((0,0,f,0)),\qquad \phi_4(f)\equiv\phi((0,0,0,f))$$

とおく. $M^d$ を $\mathbb{R}^d$ に計量

$$\begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & & & -1 \end{pmatrix}$$

を入れて得られるミンコフスキー空間とする.

$SL(2,\mathbb{C})\times SL(2,\mathbb{C})$ から複素ローレンツ群への対応 $\Lambda$ を

$$\Lambda(A,B):\ x=(x^0,x^1,x^2,x^3)\longmapsto \underset{\sim}{x}\equiv x^j\sigma_j$$

$$\mapsto A\underset{\sim}{x}\,{}^tB=y^j\sigma_j\longmapsto y=(y^0,y^1,y^2,y^3)$$

とし, $SU(2)\times SU(2)$ から $SO(4)$ への対応 $R$ を

$$R(U,V):\ x=(x^0,x^1,x^2,x^3)\longmapsto \hat{x}\equiv -ix^0+\mathbf{x}\boldsymbol{\sigma}$$

$$\mapsto U\hat{x}\,{}^tV=-iy^0+\mathbf{y}\boldsymbol{\sigma}\longmapsto y=(y^0,y^1,y^2,y^3)$$

とする. $S$ を $SL(2,\mathbb{C})\times SL(2,\mathbb{C})$ から $L(4,\mathbb{C})$ への解析的な表現で

$$S(A,{}^tA^{-1})=\begin{pmatrix} A & 0\\ 0 & A\end{pmatrix}\qquad S(A,{}^tA)=\begin{pmatrix} a^0 & \mathbf{a}\boldsymbol{\sigma}\\ \mathbf{a}\boldsymbol{\sigma} & a^0\end{pmatrix}$$

を満たすようなものとする. ここで $A=a^j\sigma_j$ である. もし

$U, V \in SU(2)$ ならば $S(U,V) \in U(4)$ である.

$SL(2,\mathbb{C})$ と $M^4$ の Semi-direct 積は次の積で群になる:

$$\{a_1, A_1\}\{a_2, A_2\} = \{a_1 + \Lambda(A_1, \bar{A}_1)a_2,\ A_1A_2\}.$$

$SU(2)\times SU(2)$ と $\mathbb{R}^4$ の Semi-direct 積は次の積で群になる:

$$\{b_1, \{U_1, V_1\}\}\{b_2, \{U_2, V_2\}\} = \{b_1 + R(U_1, V_1)b_2, \{U_1U_2, V_1V_2\}\}.$$

これは ~~$\mathbb{R}^4$ の~~ 非斉次な $SO(4)$ の普遍被覆群である.

定義. $E = \mathbb{R}^d$ の部分集合 $F$ に対し

$$K_F \equiv \mathbb{C}^4 \otimes \{f \in H^{-1}(\mathbb{R}^d) : \operatorname{car} f \subset F\}$$

$$M_F = \{\phi(f) : f \in K_F\}$$

とする. 任意な $t \in \mathbb{R}$ に対し

$$Y_t \equiv \{(s, x) \in \mathbb{R}^d : s \leq t\}$$

とする. $\overline{\mathcal{O}}_{SPC}(K, \Gamma)$ の State $\varphi$ に対し $M_{Y_t}$ と $M_{\partial Y_t}$ が $\sigma_t^\varphi$, $t \in \mathbb{R}$ で不変であり, 任意な $f_1, \cdots, f_n \in K_{E \setminus Y_t}$ に対し, もし $\phi(f_1)\cdots\phi(f_n) \geqslant 0$ ならば

$$E\{\phi(f_1)\cdots\phi(f_n) \mid M_{Y_t}\} = E\{\phi(f_1)\cdots\phi(f_n) \mid M_{\partial Y_t}\}$$

となるとき, $\phi$ はマルコフ性を持つという. $\sigma$ を $E$ のユークリッド群 $G$ の $\overline{\mathcal{O}}_{SPC}(K, \Gamma)$ 上の $*$-自己同型写像による弱連続な表現とし, $\varphi = \varphi \circ \sigma_g$, $g \in G$ が成りたっているものとする. もし $d = 4$ でマルコフ性を持つ $\phi$ が

$$g = \{b, \{U, V\}\}, \quad b \in \mathbb{R}^4, \quad U, V \in SU(2)$$

に対して

$$\sigma'_g(\phi_\alpha(f)) = \sum_{\beta=1}^{4} S^{-1}_{\alpha\beta}(U, V)\,\phi_\beta(f\circ g^{-1})$$

を満すとき，$\phi$ は Euclidean field over $\mathbb{C}^4 \otimes H^{-1}(\mathbb{R}^4)$ と云う．ただし $gx = R(U, V)x + b$ かつ $\sigma'_g(\pi_\varphi(x)) = \pi_\varphi(\sigma_g(x))$, $x \in \overline{\mathfrak{A}}_{SDC}(K, \Gamma)$ である．

上の定義と関連して次の事を注意しておこう．

a) $F$ が閉集合ならば $K_F$ は $K$ の閉部分空間である．

b) $\varphi = \varphi_S$ で $K_F$ が $S$ を約していれば，$M_F$ は $\sigma^\varphi_t$, $t \in \mathbb{R}$ で不変である．

c) $U_{\{b,\{1,1\}\}} f(x) = f(\{b,\{1,1\}\}x)$, $b \in \mathbb{R}^4$, $f \in K$ により得られる $U_{\{b,\{1,1\}\}}$ はボゴリューボフ変換である．さらに

$$\sigma'_{\{b,\{1,1\}\}}(\phi(f)) = \pi_\varphi(\sigma(U_{\{b,\{1,1\}\}})(B(f)))$$

となる．

$\mathbb{R}^4 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$ 上で

$$x = (s, \mathbf{x}) \longmapsto (s+t, \mathbf{x})$$

なるユークリッド変換により導かれる $\mathbb{C}^4 \otimes H^{-1}(\mathbb{R}^4)$ 上のボゴリューボフ変換を $U_t$ で表わす．さらに $K_{\mathbb{R}^3}$ は $\Gamma$－不変であるから $\Gamma \upharpoonright K_{\mathbb{R}^3}$ を改めて $\Gamma$ と書き $\eta_\varphi(\mathfrak{A}_{SDC}(K_{\mathbb{R}^3}, \Gamma))$ の $K_\varphi$ での閉包を $\mathcal{H}_\varphi$ で表わす．

定理1. $\phi$ が Euclidean field over $\mathbb{C}^4\otimes\mathcal{H}^{-1}(\mathbb{R}^4)$ ならば，任意な $x\in\overline{\mathfrak{A}}_{SDC}(K_{\mathbb{R}^3},\Gamma)$ に対し

$$e^{-th}\eta_\varphi(x)=\eta_\varphi(E\{\pi_\varphi(\sigma(U_t)x)\mid M_{\mathbb{R}^3}\}),\quad t\in\mathbb{R}_+$$

を満たす $\mathcal{H}_\varphi$ 上の正値自己共役作用素 $h$ が一意に存在する．

$h^{n/2}$, $n\in\mathbb{Z}$ の定義域 $D(h^{n/2})$ を

$$\|\xi\|_n\equiv\|(1+h)^{n/2}\xi\|,\quad \xi\in D(h^{n/2})$$

で与えられるノルム $\|\ \|_n$ で完備化した $\mathcal{H}_\varphi^n$ を使って

$$\mathcal{H}_\varphi^\infty\equiv\bigcap\nolimits_{n\in\mathbb{Z}}\mathcal{H}_\varphi^n$$

とする．

$f=(f_1,\cdots,f_4)\in\mathbb{C}^4\otimes\mathcal{S}(\mathbb{R}^{d-1})$ に対し $\delta\otimes f=(\delta\otimes f_1,\cdots,\delta\otimes f_4)$ とすれば $\delta\otimes f\in\mathbb{C}^4\otimes\mathcal{H}^{-1}(\mathbb{R}^d)$ となる．$\psi_0(f)=\phi(\delta\otimes f)$ とする．$f\in\mathbb{C}^4\otimes\mathcal{S}(M^d)$ に対し $f_t(\mathbf{x})=f((t,\mathbf{x}))$, $t\in\mathbb{R}$ とすれば $f_t\in\mathbb{C}^4\otimes\mathcal{S}(\mathbb{R}^{d-1})$ である．

定理2. $d=4$ とする．もし或る $k,l\in\mathbb{Z}$ が存在して

$$\psi_0(f_t)\in L(\mathcal{H}_\varphi^k,\mathcal{H}_\varphi^l),\quad f\in\mathbb{C}^4\otimes\mathcal{S}(M^d)$$

がすべての $t\in\mathbb{R}$ に対して成り立てば

$$\psi(f)\equiv\int e^{ith}\psi_0(f_t)\,e^{-ith}\,dt$$

は $B(\mathcal{H}_\varphi^\infty)$ の元である．

$f \in \mathcal{S}(M^4)$ に対し

$$\varphi_1(f) \equiv \varphi((f, 0, 0, 0)), \quad \varphi_2(f) \equiv \varphi((0, f, 0, 0))$$

$$\varphi_3(f) \equiv \varphi((0, 0, f, 0)), \quad \varphi_4(f) \equiv \varphi((0, 0, 0, f))$$

とする. $\Omega = \eta_\varphi(1)$ とすれば $\Omega \in \mathcal{H}_\varphi^\infty$ で, $f_1, \cdots, f_n \in \mathcal{S}(M^4)$ に対し

$$(\varphi_{j_1}(f_1) \cdots \varphi_{j_n}(f_n)\Omega | \Omega) \qquad j_i \in \{1, 2, 3, 4\}, \ i, n \in \mathbb{N}$$

が定義でき, 各 $f_j$ 毎に連続である. 核型定理により次のような緩増加な超関数 $W_{j_1 \cdots j_n}$ が一意に存在する:

$$(\varphi_{j_1}(f_1) \cdots \varphi_{j_n}(f_n)\Omega | \Omega)$$
$$= \int \cdots \int W_{j_1 \cdots j_n}(x_1, \cdots, x_n) f_1(x_1) \cdots f_n(x_n)\, dx_1 \cdots dx_n .$$

定理3. Euclidean field $\phi$ over $\mathbb{C}^4 \otimes H^{-1}(\mathbb{R}^4)$ に対し, 或る $k, l \in \mathbb{Z}$ が存在して $\varphi_0(f) \in L(\mathcal{H}_\varphi^k, \mathcal{H}_\varphi^l)$ がすべての $f \in \mathbb{C}^4 \otimes \mathcal{S}(M^3)$ に対して成り立つならば, $W_{j_1 \cdots j_n}$ は

a) Ralativistic invariance

b) Spectral condition

c) Hermiticity

d) Local commutativity

e) Positive definiteness

を満す. さらに, $\mathbb{R}^4$ の平行移動の表現 $\sigma$ がエルゴード的なら

f) Cluster decomposition property

も満す.

## 4. Euclidean field over $\mathbb{C}^4\otimes H^{-1}(\mathbb{R}^4)$ の模型.

$f\in H^{-1}(\mathbb{R}^3)$ に対しフーリエ変換を行うと $\hat{f}(p)=\widehat{\delta\otimes f}(p^0,p)$ かつ $\hat{f}\in L^2(\mathbb{R}^3,(p^2+1)^{-\frac{1}{2}}dp)$ となる. 以後 $f$ と $\delta\otimes f$ を同一視する. $L\equiv\mathbb{C}^4\otimes L^2(\mathbb{R}^3,(p^2+1)^{-\frac{1}{2}}dp)$ の $n$ 階テンソル積 $\overset{n}{\otimes}L$ から反対称な部分空間上への射影を $A_n$ とし

$$\hat{\mathfrak{f}}_1\wedge\cdots\wedge\hat{\mathfrak{f}}_n=(n!)^{1/2}A_n(\hat{\mathfrak{f}}_1\otimes\cdots\otimes\hat{\mathfrak{f}}_n)$$

とする. たゞし $\mathfrak{f}=(f_1,\cdots,f_4)$ に対し $\hat{\mathfrak{f}}=(\hat{f}_1,\cdots,\hat{f}_4)$ とする. $\overset{n}{\otimes}L$ での内積は

$$(\hat{\mathfrak{f}}_1\wedge\cdots\wedge\hat{\mathfrak{f}}_n\,|\,\hat{\mathfrak{f}}'_1\wedge\cdots\wedge\hat{\mathfrak{f}}'_n)=\det((\hat{\mathfrak{f}}_i\,|\,\hat{\mathfrak{f}}'_j))$$

で与えられる. $\overset{0}{\wedge}L=\mathbb{C}$, $\overset{n}{\wedge}L=A_n(\overset{n}{\otimes}L)$ かつ $\mathfrak{F}\equiv\oplus_{n=0}^{\infty}\overset{n}{\wedge}L$ とする.

命題. $H\equiv\{\mathfrak{f}\in K_{\mathbb{R}^3}:\Gamma\mathfrak{f}=\mathfrak{f}\}$ を実ヒルベルト空間と見たときの直交基底を $\{\mathfrak{f}_\iota:\iota\in I\}$ とする. もし $\varphi$ が central ならば

$$D:\hat{\mathfrak{f}}_{\iota_1}\wedge\cdots\wedge\hat{\mathfrak{f}}_{\iota_n}\longmapsto\eta_\varphi(i\sqrt{2}B(\mathfrak{f}_{\iota_1})\cdots i\sqrt{2}B(\mathfrak{f}_{\iota_n}))$$

なる対応は $\mathfrak{F}$ から $\mathcal{H}_\varphi$ 上への同型写像 $D$ を与える.

$\mathfrak{F}$ 上での生成, 消滅作用素 $a^+(\hat{\mathfrak{f}})$, $a(\hat{\mathfrak{f}})$, $\mathfrak{f}\in H$ を

$$a^+(\tilde{f})\,\hat{f}_1\wedge\cdots\wedge\hat{f}_n \equiv \hat{f}\wedge\hat{f}_1\wedge\cdots\wedge\hat{f}_n$$

$$a^+(\tilde{f})\,1 \equiv \hat{f}$$

$$a(\hat{f})\,\hat{f}_1\wedge\cdots\wedge\hat{f}_n \equiv \sum_{j=1}^{n}(-1)^{j-1}(f_j\,|\,f)_{-1}\,\hat{f}_1\wedge\cdots\wedge\check{\hat{f}}_j\wedge\cdots\wedge\hat{f}_n$$

$$a(f)\,1 \equiv 0$$

で与える．ただし $f_j\in H$．

命題．各 $f\in H$ に対し

$$\psi_0(f)=\sqrt{2}\,i\,D(a(\hat{f})-a^+(\hat{f}))D^{-1}$$

ここでもし

$$D h_0 D^{-1}\,\hat{f}_1(p_1)\wedge\cdots\wedge\hat{f}_n(p_n)$$
$$=(\sqrt{p_1^2+1}+\cdots+\sqrt{p_n+1})\,\hat{f}_1(p_1)\wedge\cdots\wedge\hat{f}_n(p_n)$$

が示されれば $\psi_0(f)\in L(\mathcal{H}_\varphi^1,\mathcal{H}_\varphi^{-1})$， $f\in\mathbb{C}^4\otimes\mathcal{S}(R^3)$ が得られるから次の定理を得る．

定理4．$\varphi$ が central ならば，$\Phi$ は Euclidean field over $\mathbb{C}\otimes H^{-1}(R^4)$ で，すべての $f\in\mathbb{C}^4\otimes\mathcal{S}(R^3)$ に対して $\psi_0(f)\in L(\mathcal{H}_\varphi^1,\mathcal{H}_\varphi^{-1})$ をみたす．

定理3，4 の証明はまだ手許にたりません．

# 引用文献


1. H. Araki, On quasifree states of CAR and Bogoliubov automorphisms, Publ. RIMS, Kyoto Univ. 6 (1970), 385–442.
2. Н. Боголюбов, А. Логунов и И. Тодоров, "Основы аксиоматического подохода в квантовой теории поля," Наука, Москва, 1969. (江沢, 亀井, 関根他訳; 場の量子論の数学的方法, 東京図書, 1972).
3. Y. Nakagami, Skew distribution について, 第5回関数解析研究会報告集 (1970), 98–110.
4. Y. Nakagami, Covariance operators of skew distributions, Publ. RIMS, Kyoto Univ. 7 (1971), 69–83.
5. E. Nelson, Time-ordered operator products of sharp time quadratic forms, J. Functional Analysis 11 (1972), 211–219.
6. E. Nelson, Construction of quantum fields from Markov fields, ibid. 12 (1973), 93–112
7. E. Nelson, The free Markov fields, ibid 12 (1973), 211–227.
8. E. Nelson, Quantum field and Markov fields, AMS, Summer Inst. on Partial Diff. Eq. at Berkeley, 1971.
9. K. Osterwarder and R. Schrader, Euclidean fermi fields and Feynmann-Kac formula for Boson-Fermion models,

preprint.

10. I. Segal, Tensor algebras and Hilbert spaces, II, Ann. of Math. 63 (1956), 160–175.

11. D. Shale and W. F. Steinspring, States of the Clifford algebra, Ann. of Math. 80 (1964), 365–381.

12. R. F. Streater and A. S. Wightman, "PCT, spin & statistics, and all that," Benjamin Inc., New York, 1964.

13. M. Takesaki, Conditional expectations in von Neumann algebras, J. Functional Analysis 9 (1972), 306–321.

講演の中での誤りを指適して下さり Preprint [9] を示して下さった荒木先生に心から感謝致します.