数理解析研究所講究録
第245巻 1975年 98-99

大和氏の講演"トーラス上のあるエルゴード系"に関する討論

名大 教養 池上宜弘

大和氏の講演に関して1つの注意をし，この注意に関連して1つの予想のような問題を提起した．

$\mathcal{D}(\mathbb{T}^3)$ を $\mathbb{T}^3$ 上の diffeomorphism 全体の空間，$\mathcal{A}(\mathbb{T}^3)$ を $\mathbb{T}^3$ 上の Anosov diffeomorphism 全体から成る $\mathcal{D}(\mathbb{T}^3)$ の部分集合とし，$\mathcal{A}_0$ を $\mathcal{A}(\mathbb{T}^3)$ の1つの連結成分とする．

φ が $\mathcal{A}_0$ の元ならば，tangent space の splitting $T\mathbb{T}^3 = C^1 \oplus D^2$（又は $C^2 \oplus D^1$）があり φ_* は C 上で contract し D 上では expand する．又 $\mathcal{A}_0$ の中で φ が連続的に移動すれば，それに対して splitting $C \oplus D$ も連続的に動く．

<u>注意</u>．φ_0 が quasi-hyperbolic な $\mathbb{T}^3$ 上の diffeomorphism ならば $\mathcal{A}(\mathbb{T}^3)$ の1つの連結成分 $\mathcal{A}_0$ が存在して φ_0 は $\mathcal{A}_0$ の境界に含まれる．

大和氏の主張は次のようなものであった．

* φ_0 の近傍 U_0 と U_0 の中の open dense な集合 U が存在して，

φ が $\mathcal{U}$ に含まれれば φ はエルゴード性を持つ.

これに関して次の様な問題がでて来る.

問題. $\mathcal{A}_0$ の境界 $\partial\mathcal{A}_0$ の中の適当な dense set $\mathcal{B}$ をみつけて, $\varphi_0 \in \mathcal{B}$ ならば φ_0 は性質 $*$ を持つようにできないか.

もしもこの問題が肯定的ならば Anosov diffeomorphism の集合 $\mathcal{A}(\mathbb{T}^3)$ の closure を内部に含むような広い open set $\mathcal{A}^*$ が存在して $\mathcal{A}^*$ の中にはエルゴード性を持つ system が generically に存在することになる.

当日, 会場では上の $\mathcal{B}$ として具体的なものを提案した. しかし, その定式化が簡単でないことと, この具体的な $\mathcal{B}$ に関して問題が肯定的であるという強い確信があまりないので, 具体的なことはここには書かない.

〔付記〕　他の講演の討論において,「微分可能多様体上の位相力学系でいかなる微分可能力学系にも位相同値にならないものが存在する例を最近見た」と話しましたが, その論文は下記のものです.

W. C. Chewning, A dynamical system on E^4 neither isomorphic nor equivalent to a differential system. Bull. A. M. S. 80 No. 1 (1974)