

『ホモロジー理論と力学系

(一楽重雄)』

招待討論

中央大 理工 松江 広文

一楽氏の講演の中から、特に次の問題を取りあげ、今までに知られている結果を述べる。なお詳しくは [1] を参照。

問題 $f \in \text{Diff}^r(M)$ が *structurely stable*

かつ f の *top. entropy* = 0

$\implies f$ は *Morse-Smale diffeo* か?

まず、Palis - Smale の予想 [2] をあげる。

予想 $f \in \text{Diff}^r(M)$ が *structurely stable*

$\iff f$ が *Axiom A* と *strong transversality condition* を満たす。

\Leftarrow は Robbin [3], Robinson [4] により云えている。

\implies が未解決。

もしも 問題 が否定的だとすると、予想 の (\implies) に反例がある。

なぜならば、問題 の条件を満たし、かつ *Morse-Smale*

diffeo でない f が存在する。そして、予想の (\Rightarrow) が正しいと仮定すると、その f は Axiom A と strong transv. condition を満たす。ところが Bowen [5] の次の定理により、 $\Omega(f)$ は finite。よって f は Morse-Smale diffeo。これは矛盾。

定理 $f \in \text{Diff}^r(M)$ が Axiom A を満たすとする。

f の top. entropy = 0

$\iff \Omega(f) : \text{finite}$

ただし $\Omega(f)$ は $f: M \rightarrow M$ の nonwandering set.

問題が肯定的な場合、Morse-Smale diffeo は simplest diffeo であるということが、[1] に詳しく述べられている。

また、次の結果が知られている。

定理 (Palis - Smale) [2]

$f \in \text{Diff}^r(M) : \text{Morse-Smale}$

$\iff \Omega(f) : \text{finite}$ かつ $f : \text{structurely stable.}$

References

- [1] M. Shub, Dynamical Systems, Filtrations and Entropy, Bull. A.M.S. vol 80. No. 1. (1974) pp. 27-41.
- [2] J. Palis - S. Smale, Structural Stability Theorems. Proc. Sympos. Pure Math. vol. 14. (1970) pp. 223-232.
- [3] J. Robbin, A Structural Stability Theorem. Ann. of Math. vol. 94. (1971) pp. 447-493.
- [4] C. Robinson, Structural Stability of Vector Fields, Ann. of Math. vol. 99. (1974) pp. 154-175.
- [5] R. Bowen, Topological Entropy and Axiom A, Proc. Sympos. Pure Math. vol. 14. (1970) pp. 23-41.