数理解析研究所講究録
第 248 巻 1975 年 188-198



# 混合問題に対する基本解の特異性

東教大 理　　若林誠一郎

§1. 序.　混合問題に対する基本解の特異性に関して、Duff[3], Deakin[2], Matsumura[4]等の研究がある。Duff[3]は stationary phase method を用いて、reflected Riemann function の特異性について研究した。 Deakin[2]は同様の方法によって、1階双曲系を取り扱った。 一方、Cauchy問題に対して、Atiyah-Bott-Gårding[1]は、localization theoremを用いて、特異台の inner estimate を与え、また基本解の表示における積分の鎖を変更することにより、outer estimateを与えた。 Matsumura[4]はこの localization method を混合問題に適用して、reflected Riemann function の反射波に対応する特異台の inner estimateを与えた。 Wakabayashi[8]において、ある種の制限の下で、側面波に対応する特異台の inner estimate が与えられた。 Tsuji[7], Wakabayashi[9]において、境界波に対応する特異性をも含めた形で、特異台の

inner estimateが与えられた。また、いくつかの仮定の下で、Shirota [6] は特異台の outer estimate を与えた。ここでは、1/4-空間における定係数双曲型混合問題に対する基本解の特異台の inner estimate 及び outer estimate に関する結果を述べる([9], [10] 参照,)。

§2. 記号及び仮定. 次の記号を用いる:

$\mathbb{R}^n$: $n$次元(実)Euclid 空間, $x=(x_1,\cdots,x_n)\in\mathbb{R}^n$, $x'=(x_1,\cdots,x_{n-1})$, $x''=(x_2,\cdots,x_n)$, $\Xi^n$: $\mathbb{R}^n$の(実)双対空間, $\xi=(\xi_1,\cdots,\xi_n)\in\Xi^n$, $\xi'=(\xi_1,\cdots,\xi_{n-1})$, $\tilde{\xi}=(\xi,\xi_{n+1})\in\Xi^{n+1}$, $\vartheta=(1,0,\cdots,0)\in\Xi^n$, $\hat{\vartheta}=(\vartheta,0)\in\Xi^{n+1}$, $\mathbb{R}^n_+=\{x\in\mathbb{R}^n;\ x_n>0\}$, $X=\mathbb{R}^{n-1}\times\mathbb{R}^1_+\times\mathbb{R}^1_+$, $D=i^{-1}(\partial/\partial x_1,\cdots,\partial/\partial x_n)$.

$P(\xi)$を次数$m$の hypebolic polynomial w.r.t. $\vartheta$とする。すなわち、 $P^\circ(\vartheta)\neq 0$, $P(\xi+s\vartheta)\neq 0$ when $\xi\in\Xi^n$, $\mathrm{Im}\, s<-\gamma_0$。ここで、$P^\circ$は$P$の主部を表わす。さらに、$P^\circ(0,1)\neq 0$を仮定する。

次の混合問題を考える:

$$\begin{cases} P(D)\,u(x)=f(x), & x\in\mathbb{R}^n_+,\ x_1>0,\\ (D_1^k u)(0,x'')=0, & 0\le k\le m-1,\ x_n>0,\\ B_j(D)\,u(x)|_{x_n=0}=0, & 1\le j\le l,\ x_1>0,\end{cases}$$

ここで、$B_j(D)$は定係数境界作用素であり、$l$は$P(\xi'-i\gamma\vartheta',\lambda)$

$=0\ (\gamma>\gamma_0)$ の $\lambda$ に関して、虚部正の根の個数に等しい。

$\Gamma=\Gamma(P,\vartheta)\ (\subset \Xi^n)$ によって $\{\xi\in\Xi^n;\ P^0(\xi)\neq 0\}$ の $\vartheta$ を含む連結成分を表わし、$\Gamma_0=\{\eta'\in\Xi^{n-1};\ (\eta',0)\in\Gamma\}$ とおく。$\xi'\in\Xi^{n-1}-i\gamma_0\vartheta'-i\Gamma_0$ のとき、$P(\xi',\lambda)=0$ の $\lambda$ に関する根は実にならないので、虚部正の根を $\lambda_j^+(\xi')\ (j=1,\cdots,l)$, 虚部負の根を $\lambda_j^-(\xi')\ (j=1,\cdots,m-l)$ と表わすことにする。

$$P_+(\xi',\lambda)=\prod_{j=1}^{l}(\lambda-\lambda_j^+(\xi')),\quad \xi'\in\Xi^{n-1}-i\gamma_0\vartheta'-i\Gamma_0$$

とおき、Lopatinski 行列式を

$$R(\xi')=\det\left(\frac{1}{2\pi i}\oint\frac{B_j(\xi',\lambda)\lambda^{k-1}}{P_+(\xi',\lambda)}d\lambda\right)_{j,k=1,\cdots,l},\quad \xi'\in\Xi^{n-1}-i\gamma_0\vartheta'-i\Gamma_0$$

によって定義する。

以下次の仮定をおく。

(A.1) strictly hyperbolic polynomials w.r.t. $\vartheta$ $p_j(\xi)\ (j=1,\cdots,q)$ が存在して、$P(\xi)=p_1(\xi)^{\nu_1}\cdots p_q(\xi)^{\nu_q}$ と表わされる。

(A.2) 系$\{P,B_j\}$は $\Xi$-well posed である。すなわち、$R(\xi'+s\vartheta')\neq 0$ when $\xi\in\Xi^{n-1}$, $\mathrm{Im}\, s<-\gamma_1$, $\tilde{R}_0(\vartheta')\neq 0\ (\gamma_1>\gamma_0)$。ここで、$\tilde{R}_0(\xi')$ は $R(\xi')$ の主部である (Sakamoto [5])。

§3. Localization theorem. $G(x,y)$ を $\{P,B_j\}$ に対する基本解とする ($y=(0,y_2,\cdots,y_n)\in\mathbb{R}^n_+$ に与えられた単位衝撃による波動伝播を記述する)。そのとき、

$$G(x,y)=E(x-y)-F(x,y),\quad x\in\mathbb{R}^n_+,\ x_1>0,\ y=(0,y_2,\cdots,y_n)\in\mathbb{R}^n_+$$

$$E(x) = (2\pi)^{-n} \int_{\Xi^n - i\eta} e^{ix\cdot\xi} P(\xi)^{-1} d\xi, \quad \eta \in \gamma_0 \vartheta + \Gamma$$

: Cauchy 問題の基本解

$$(3.1) \quad F(x) = (2\pi)^{-(n+1)} \int_{\Xi^{n+1} - i\eta} \frac{1}{i} \sum_{j,k=1}^{l} e^{i\{(x'-y')\cdot\xi' - y_n\xi_n + x_n\xi_{n+1}\}}$$

$$\times \frac{R_{jk}(\xi') B_k(\xi) \xi_{n+1}^{j-1}}{R(\xi') P_+(\xi', \xi_{n+1}) P(\xi)} d\xi, \quad \eta \in \gamma_1 \vartheta + \Gamma, \ \eta' \in \gamma_1 \vartheta' + \Gamma_0, \ \eta_{n+1} = 0$$

: reflected Riemann function

ここで、

$$R_{jk}(\xi') = (k, j)\text{-cofactor of } \left( \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{B_j(\xi', \lambda) \lambda^{k-1}}{P_+(\xi', \lambda)} d\lambda \right)_{j,k=1,\cdots,l}$$

であり、$F(x, y)$ を $\mathbb{R}^n_+ \times \mathbb{R}^n_+$ 上の超函数と考える。

$$\tilde{F}(x', y_n, x_n) = F(x, 0, y_n)$$

とおくと、$\tilde{F}(x', y_n, x_n)$ は $X$ 上の超函数とみなされる。 $E(x)$ に関しては Cauchy 問題の結果があるので、$\tilde{F}(x', y_n, x_n)$ の特異台について調べればよい。 まず、$E(x)$ について [1] の結果を述べておく。

<u>命題 3.1.</u> ([1])

$$\bigcup_{\xi \in \Xi^n \setminus \{0\}} \operatorname{supp} E_\xi \times \{\xi\} \subset WF(E) \subset WF_A(E) \subset \bigcup_{\xi \in \Xi^n \setminus \{0\}} K_\xi \times \{\xi\}$$

が成立ち、さらに

$$\overline{\mathrm{ch}}[\operatorname{supp} E_{\xi^0}] = K_{\xi^0}$$

である。 ここで、

$$E_{\xi^0}(x) = (2\pi)^{-n} \int_{\Xi^n - i\eta} e^{ix\cdot\xi} P_{\xi^0}(\xi)^{-1} d\xi, \quad \eta \in \gamma_0 \vartheta + \Gamma,$$

$P_{\xi^0}$ は $\xi^0$ における $P$ の localization であり、

$$K_{\xi^0} = \{ x \in \mathbb{R}^n ; \ x \cdot \eta \geq 0, \ {}^\forall \eta \in \Gamma(P_{\xi^0}, \vartheta) \}$$

である。

$$\dot{\Gamma} = \{\xi' \in \mathbb{R}^{n-1};\ (\xi', \xi_n) \in \Gamma \ \text{ for some } \xi_n \in \mathbb{R}\}$$

とおく。そのとき、$R(\xi')$ は $\mathbb{R}^{n-1} - i\gamma_0\vartheta' - i\dot{\Gamma}$ で正則である([5]参照)。$\dot{\Sigma}(\subset \mathbb{R}^{n-1})$ によって $\{\xi' \in \dot{\Gamma};\ \hat{R}_0(-i\xi') \neq 0\}$ の $\vartheta'$ を含む連結成分を表わす。$\dot{\Sigma}$ は開凸錐であり、

$$R(\xi') \neq 0 \qquad \text{for } \xi' \in \mathbb{R}^{n-1} - i\gamma_1\vartheta' - i\dot{\Sigma}$$

が成立つ([5], [10])。ここで定義した $\dot{\Gamma}, \dot{\Sigma}$ は Sakamoto [5] で定義されたものと一致する。

$\xi^{0\prime} \in \mathbb{R}^{n-1} \setminus \{0\}$ を任意に固定する。$p_j^0(\xi^{0\prime}, \mu) = 0$ が実多重根をもつような番号を $j_k$ $(k = 1, \cdots, r_1)$、その根を $\mu_k$ とする($j_k$ は重複してよい)。そのとき

$$\dot{\Gamma}_{\xi^{0\prime}} \times \mathbb{R} = \bigcap_{k=1}^{r_1} \Gamma(p_{j_k}(\xi^{0\prime}, \mu_k), \vartheta)$$

によって、$\dot{\Gamma}_{\xi^{0\prime}}$ を定義する($\dot{\Gamma}_{\xi^{0\prime}} \supset \dot{\Gamma}$ が従う)。また、$\xi^0_{n+1}$ を虚部が正である根に対応する実単純根としてもつ方程式 $p_j^0(\xi^{0\prime}, \xi^0_{n+1}) = 0$ の番号を $s_k$ $(k = 1, \cdots, r_0)$ で表わし、

$$\tilde{\Gamma}_{(\xi^{0\prime}, \xi^0_{n+1})} = \bigcap_{k=1}^{r_0} \{\tilde{\xi} \in \mathbb{R}^{n+1};\ (\xi', \xi_{n+1}) \in \Gamma(p_{s_k}(\xi^{0\prime}, \xi^0_{n+1}), \vartheta)\}$$

とおく。$R(\xi')$ の $\xi^{0\prime}$ における localization が定義でき、それを $R_{\xi^{0\prime}}(\xi')$ で表わし、その主部を $Q_0^0(\xi')$ とおく。$\dot{\Sigma}_{\xi^{0\prime}}(\subset \mathbb{R}^{n-1})$ によって $\{\xi' \in \dot{\Gamma}_{\xi^{0\prime}};\ Q_0^0(-i\xi') \neq 0\}$ の $\vartheta'$ を含む連結成分を表わす。そのとき

<u>補題 3.2.</u> $\dot{\Sigma}_{\xi^{0\prime}}$ は開凸錐であり、

$$R_{\xi^{0\prime}}(\xi') \neq 0 \quad \text{for } \xi' \in \Xi^{n-1} - i\gamma_1\vartheta' - i\dot{\Sigma}_{\xi^{0\prime}},$$

$$Q_0^0(\xi') \neq 0 \quad \text{for } \xi' \in \Xi^{n-1} - i\dot{\Sigma}_{\xi^{0\prime}}$$

が成立つ。

$\tilde{\xi}^0 \in \Xi^{n+1} \setminus \{0\}$に対して

$$\Gamma_{\tilde{\xi}^0} = (\Gamma(P_{\xi^0}, \vartheta) \times \Xi) \cap \tilde{\Gamma}_{(\xi^{0\prime}, \xi^0_{n+1})} \cap (\dot{\Sigma}_{\xi^{0\prime}} \times \Xi^2)$$

とおく。 但し、$\xi^{0\prime} = 0$のとき

$$\dot{\Gamma}_0 = \dot{\Gamma}, \quad \dot{\Sigma}_0 = \dot{\Sigma}, \quad \tilde{\Gamma}_{(0,0)} = \{\tilde{\xi} \in \Xi^{n+1}; (\xi', \xi_{n+1}) \in \Gamma(P, \vartheta)\}$$

と解釈する.

<u>定理 3.2.</u> $\tilde{\xi}^0 \in \Xi^{n+1}$に対して

(3.2) $$t^{N/L}\{t^{p_0} e^{-it(x'\cdot\xi^{0\prime} - y_n\xi^0_n + x_n\xi^0_{n+1})}\tilde{F}(x', y_n, x_n) - \sum_{j=0}^{N-1}\tilde{F}_{\tilde{\xi}^0, j}(x', y_n, x_n)t^{-j/L}\} \longrightarrow \tilde{F}_{\tilde{\xi}^0, N}(x', y_n, x_n) \text{ as } t \to \infty, \text{ in } \mathcal{D}'(X),\ N = 0, 1, \cdots,$$

が成立つ。 ここで、$p_0$は有理数、$L$は正整数である。

さらに、$\tilde{\xi}^0 \in \Xi^{n+1} \setminus \{0\}$に対して

(3.3) $$\bigcup_{j=0}^{\infty} \operatorname{supp} \tilde{F}_{\tilde{\xi}^0, j}(x', y_n, x_n) \times \{(\xi^{0\prime}, -\xi^0_n, \xi^0_{n+1})\} \subset WF(\tilde{F}(x', y_n, x_n))$$

が成立ち、

(3.4) $$\overline{\mathrm{ch}}[\bigcup_{j=0}^{\infty} \operatorname{supp} \tilde{F}_{\tilde{\xi}^0, j}(x', y_n, x_n)] \subset \tilde{K}_{\tilde{\xi}^0}$$

である。 ここで、

$$\tilde{K}_{\tilde{\xi}^0} = \{(x', y_n, x_n) \in X;\ x'\cdot\eta' - y_n\eta_n + x_n\eta_{n+1} \geq 0,\ {}^\forall\tilde{\eta} \in \Gamma_{\tilde{\xi}^0}\}$$

であり、(3.4)における閉包は$X$におけるものとする。

<u>注意 1.</u> (3.2)及び(3.3)は、$P(\xi)$, $B_j(\xi)$が斉次多項式のときには、Tsuji [7]においても証明されている。

注意2. (3.4)は、一般には等号でないが、大抵の場合等号が成立する。 また、Lopatinski行列式のlocalizationの構造が簡単な場合は($R_{\xi^{0\prime}}(\xi')$の逆Fourier変換が空隙領域をもたない)、大抵の場合

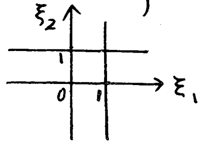
(3.5) $$\bigcup_{j=0}^{\infty} \operatorname{supp} \tilde{F}_{\xi^0, j}(x', y_n, x_n) = \tilde{K}_{\xi^0}$$

が成立つ。 これに関連して、例を2つ与える。

例1. (3.1)において右辺積分内の分子に、$R_{jk}(\xi')B_k(\xi)\xi_{n+1}^{j-1}$があるために、(3.5)が成立しない可能性がある。 このことは、例えば1階双曲系のCauchy問題においても同様である。

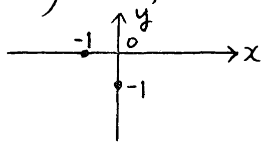
(3.6) $$\begin{cases} u_t - u_x = 0 \\ v_t - v_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{基本解} \quad E = \begin{pmatrix} \delta(t+x)\delta(y) & 0 \\ 0 & \delta(x)\delta(t+y) \end{pmatrix}, t>0.$$

slowness surface



$(\xi_1, \xi_2) \overset{\text{dual}}{\longleftrightarrow} (x, y)$

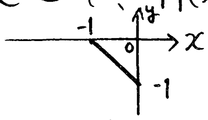
ray surface



一方低階が加わると、例えば

(3.7) $$\begin{cases} u_t - u_x - v = 0 \\ v_t - v_y = 0 \end{cases} \Rightarrow E = \begin{pmatrix} \delta(t+x)\delta(y), & H(-x)H(-y)\delta(t+x+y) \\ 0 & \delta(x)\delta(t+y) \end{pmatrix}, t>0.$$

ここで、$H(x)$はHeviside fun.を表わす。 これのray surface



は左図で、(3.6)は(3.7)より広い範囲で$C^\infty$になる。

例2. (Shirota [6])

$$\begin{cases} P = \left(\dfrac{\partial^2}{\partial x_1^2} - \Delta\right)\left(\dfrac{\partial^2}{\partial x_1^2} - a^2\Delta\right), \quad a>1, \quad x \in \mathbb{R}^3_+ \\ B_1 = 1, \quad B_2 = \dfrac{\partial^2}{\partial x_3^2} \end{cases}$$

のとき、(3.1)の右辺を$\xi_{n+1}$で積分した$F(x,y)$の表示で考えて、

$\exp[\cdots]$の係数がより広い範囲で正則となる(本来、Pに固有のbranch pt.をもつが、この場合はそれが消えている)。　このとき、branch pt.に対応して生じる側面波が現われず、(3.5)は成立しない。

## §4.　$WF_A(\tilde{F}(x', y_n, x_n))$について.

<u>補題4.1.</u>　$^\forall M$: compact $\subset \dot{\Gamma}_{\xi^{0\prime}}$に対して、$\xi^{0\prime}$のconic nbd. $\Delta_1 (\subset \Xi^{n-1})$及び$C, t_0 > 0$が存在して、$P_+(\zeta', \lambda)$(したがって、$R(\zeta')$, $R_{jk}(\zeta')$)は、$\{\zeta' = \xi' - it|\xi'|\eta' - i\gamma_0 \vartheta' ; \xi' \in \Delta_1, |\xi'| \geq C, \eta' \in M, 0 < t \leq t_0\}$で正則である。

$R(\xi')$の主部$\tilde{R}_0(\xi')$の$\xi^{0\prime}$におけるlocalizationが定義でき、それを$\tilde{R}_{0\xi^{0\prime}}(\xi')$とおく。　$\dot{\Sigma}^0_{\xi^{0\prime}}$によって$\{\xi' \in \dot{\Gamma}_{\xi^{0\prime}} ; \tilde{R}_{0\xi^{0\prime}}(-i\xi') \neq 0\}$の$\vartheta'$を含む連結成分を表わす。

<u>補題4.2.</u>　$^\forall M$: compact $\subset \dot{\Sigma}^0_{\xi^{0\prime}}$に対して、$\xi^{0\prime}$のconic nbd. $\Delta_1 (\subset \Xi^{n-1})$及び$C, t_0 > 0$が存在して、

$$R(\xi' - it|\xi'|\eta' - i\gamma_1 \vartheta') \neq 0 \quad \text{when } \eta' \in M, \xi' \in \Delta_1, |\xi'| \geq C, 0 < t \leq t_0,$$

が成立つ。

$$\Gamma^0_{\xi^0} = (\Gamma(P_{\xi^0}, \vartheta) \times \Xi) \cap \tilde{\Gamma}_{(\xi^{0\prime}, \xi^0_{n+1})} \cap (\dot{\Sigma}^0_{\xi^{0\prime}} \times \Xi^2)$$

$$\tilde{K}^0_{\xi^0} = \{(x', y_n, x_n) \in X ; x' \cdot \eta' - y_n \eta_n + x_n \eta_{n+1} \geq 0, {}^\forall \tilde{\eta} \in \Gamma^0_{\xi^0}\}$$

とおく。　そのとき、上の2つの補題より、次の定理が証明される。

定理4.3.([10])

$$(WF(\widehat{F})\subset)\, WF_A(\widehat{F}(x', y_n, x_n)) \subset \bigcup_{\xi\in \Xi^{n+1}\setminus\{0\}} \widetilde{K}^0_{\xi} \times \{(\xi', -\xi_n, \xi_{n+1})\}$$

が成立つ。

注意

$$\bigcup_{\xi\in \Xi^{n+1}\setminus\{0\}} \bigcup_{j=0}^{\infty} \operatorname{supp} \widetilde{F}_{\xi,j}(x', y_n, x_n) \subset \operatorname{sing\,supp} \widehat{F}(x', y_n, x_n)$$
$$\subset \operatorname{anal\,sing\,supp} \widehat{F}(x', y_n, x_n) \subset \bigcup_{\xi\in \Xi^{n+1}\setminus\{0\}} \widetilde{K}^0_{\xi}$$

但し、$\xi'=0$のとき、$\operatorname{supp} \widetilde{F}_{\xi,j}=\phi$とおく($\because \widetilde{K}^0_{\xi}=\phi$となる)。

証明は、(3.1)において積分の鎖を変更することによってなされる。 次の補題を述べておく。

補題4.4. $(x^{0\prime}, y^0_n, x^0_n)\notin \widetilde{K}^0_{\xi^0}$のとき、$(\xi^{0\prime}, -\xi^0_n, \xi^0_{n+1})$の open conic nbd. $\Delta_1$, $\tilde{\eta}\in \Gamma^0_{\xi^0}$, $(x^{0\prime}, y^0_n, x^0_n)$の近傍$U$, $\delta>0$, 有理数$\alpha$, $C>0$, $t_0>0$が存在して、

(i) $x'\cdot\eta' - y_n\eta_n + x_n\eta_{n+1} < 0$ when $(x', y_n, x_n)\in U$,

(ii) $|R(\xi' - i(t|\xi|\eta' + \gamma_2\vartheta'))P_+(\xi' - i(t|\xi|\eta' + \gamma_2\vartheta'), \xi_{n+1} - it|\xi|\eta_{n+1})P(\xi' - i(t|\xi|\eta' + \gamma_2\vartheta'), -\xi_n - it|\xi|\eta_n)| \geq \delta|\xi|^{\alpha}$, when $\xi\in\Delta_1, |\xi|\geq C, 0\leq t\leq t_0$,

が成立つ。 ここで、$\gamma_2=\gamma_1+1$。

定理4.3において、$WF_A(\widehat{F})$を$\widetilde{K}_{\xi}$でなく集合としてより大きい$\widetilde{K}^0_{\xi}$を用いて上から評価した。 これは混合問題においては、避けられないことのように思われる。 次の例は、このことを暗示している。

$$\{P(\xi) = (\xi_1^2 - \xi_2^2 - \xi_3^2 + a\xi_2)((\xi_1-\xi_2)^2 - \xi_3^2),\ a>0,$$

$$\begin{cases} B_1(\xi)=1 \ , \quad B_2(\xi)=(-\xi_1+(1-i)\xi_2)\xi_3-\xi_3^2 . \end{cases}$$

なる場合を考える。 そのとき、

$$R(\xi')=i\xi_2+\sqrt[+]{\xi_1^2-\xi_2^2+a\xi_2} \ , \quad \tilde{R}_0(\xi')=i\xi_2+\sqrt[+]{\xi_1^2-\xi_2^2}$$

であり、$\{P, B_j\}$は仮定(A.1),(A.2)を満足する。 $\xi^{0\prime}=(0,-1)$に対して、$Q_0^0(\eta')=\frac{ia}{2}$ , $\tilde{R}_{0\xi^{0\prime}}(\eta')=-\frac{i}{2}\eta_1^2$である。 よって、$\xi^0=(0,-1,1,-1)$に対して、$\tilde{K}^0_{\xi^0}\supsetneq\tilde{K}_{\xi^0}$となる。

$x_1=4$ , $y_3=1$

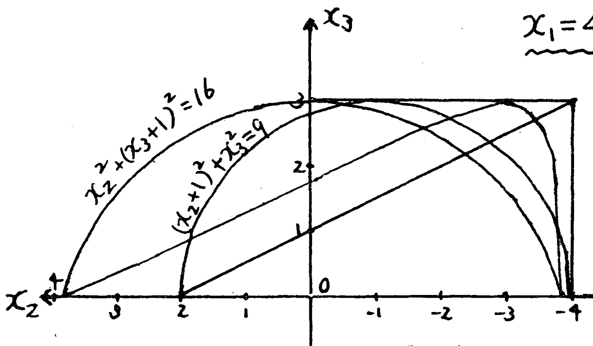



図 1.

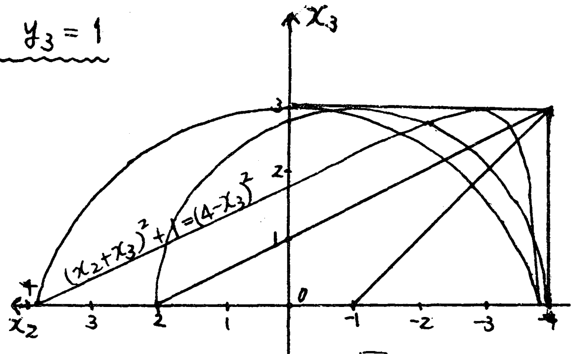



図 2.

図1は、$\bigcup_{\xi\in\Xi^4\setminus\{0\}}\tilde{K}_\xi$と$x_1=4$, $y_3=1$との切り口を表わし、図2は、$\bigcup_{\xi\in\Xi^4\setminus\{0\}}\tilde{K}^0_\xi$のそれを表わす。 $(x_2,x_3)=(-1,0)$と$(-4,3)$を結ぶ線分の集合だけ2つの間に差がある。 一方、

$$\begin{cases} P^0(\xi)=(\xi_1^2-\xi_2^2-\xi_3^2)((\xi_1-\xi_2)^2-\xi_3^2) \\ B_1^0(\xi)=1 \ , \quad B_2^0(\xi)=(-\xi_1+(1-i)\xi_2)\xi_3-\xi_3^2 \end{cases}$$

に対して得られる集合$\bigcup_{\xi\in\Xi^4\setminus\{0\}}\tilde{K}_\xi \ (=\bigcup_{\xi\in\Xi^4\setminus\{0\}}\tilde{K}^0_\xi)$の$x_1=4$, $y_3=1$との切り口は図2である。

## References


[1] Atiyah, M.F., Bott, R., and Gårding, L.: Lacunas for hyperbolic differential operators with constant coefficients I, Acta Math., 124, 109-189 (1970).

[2] Deakin, A.S.: Uniform asymptotic expansions for a hyperbolic-boundary problem, Comm. Pure Appl. Math., 24, 227-252 (1971).

[3] Duff, G.F.D.: On wave fronts, and boundary waves, Comm. Pure Appl. Math., 17, 189-225 (1964).

[4] Matsumura, M.: Localization theorem in hyperbolic mixed problems, Proc. Japan Acad., 47, 115-119 (1971).

[5] Sakamoto, R.: $\mathcal{E}$-well posedness for hyperbolic mixed problems with constant coefficients, J. Math. Kyoto Univ., 14, 93-118 (1974).

[6] Shirota, T.: 定係数双曲型混合問題の解の滑めらかさの伝播について. 堅田シンポジウム(1972).

[7] Tsuji, M.: Fundamental solutions of hyperbolic mixed problems with constant coefficients.

[8] Wakabayashi, S.: Singularities of the Riemann functions of hyperbolic mixed problems in a quarter-space, Proc. Japan Acad., 50, 821-825 (1974).

[9] ______________ : Singularities of the Riemann functions of hyperbolic mixed problems in a quarter-space, to appear.

[10] ______________ : Analytic wave front sets of the Riemann functions of hyperbolic mixed problems in a quarter-space, in preparation.