数理解析研究所講究録
第 268 巻 1976 年 10-13

genusが 0である linkの reduced A-polynomial

大阪府大　中川 洋子

μ個の component からなる link $L = l_1 \cup l_2 \cup \cdots \cup l_\mu$ を考える。l_i $(i=1, \cdots, \mu)$ の orientation を逆にすることにより、link type として $2^{\mu-1}$ 個の異なる links が得られる。

link L の A-polynomial を $\Delta(t_1, \cdots, t_\mu)$ とし、i-component l_i の orientation が L とは逆になっている link L_i の A-polynomial を $\Delta_i(t_1, \cdots, t_\mu)$ とすると、

$$\Delta_i(t_1, \cdots, t_i, \cdots, t_\mu) \doteq \Delta(t_1, \cdots, t_i^{-1}, \cdots, t_\mu)$$

が成りたつ.

これらを一変数にしたもの、即ち、reduced A-polynomials $\Delta_i(t, \cdots, t)$ と $\Delta(t, \cdots, t)$ との間に、何らかの関係がないだろうか、また、reduced A-polynomials の invariant (?) が存在するならば、それは orientation を考えない link の invariant (従って、link manifold) の invariant

になるのではないだろうかを考えてみたかった.

一般に、linkの A-polynomialについては、ほとんど何も得られていないし、手のつけようがないため、計算出来そうであると云うことから linkの genus $g(L)=0$ と云う条件をつけてみる. また componentsの数が2のとき、Lは annulusの boundaryとなって、話が trivial (?) になるので、componentsの数が3の場合を考えてみる.

$\Delta(t,t,t)$ と $\Delta_i(t,t,t)$ $(i=1,2,3)$ との関係は解らないが、次の様なことが成り立ちそうである.

Conj. $L=l_1\cup l_2\cup l_3$, $g(L)=0$ なる link を考える. i-component の orientation を逆にした link L_i の A-polynomial を $\Delta_i(\quad)$, L の A-polynomial を $\Delta(\quad)$ とする.

$$\Delta(t,t,1) \doteq (1-t)f(t)$$

とすると、

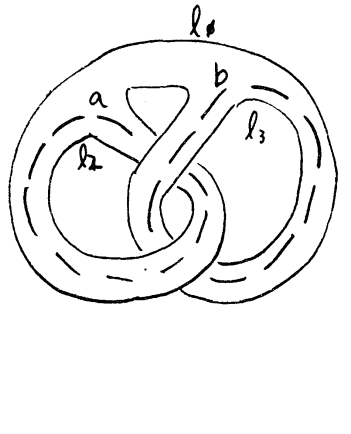
$$\Delta_i(t,t,t) \doteq (1-t)f(t^2).$$

($\Delta(t_1,t_2,t_3)$ で orientation を逆にした component によって represent される t_i を $\to 1$ とし、残りを $\to t$, としたものが $\Delta(t,t,1)$ etc. である.)

この計算は、ほとんど出来かかっており、計算方法は components の数に depend しそうもないので、$g(L)=0$ という条件のみで、類似の結果が得られそうである.（$(1-t)$ ではなく、$(1-t)^*$ がかかり、$*$ は components の数に depend するある整数となる.）

また、$g(L)=0$ より、Torres の方法（定義）によると、$\Delta(t,t,t)\doteq 0$ となるが、一般に Torres 流の定義によって、$\doteq 0$ となる A-polynomial を考え直して、non-zero になるようにしたい. 例えば、trivial link の A-polynomial は "0" ではなくて、"1" とした方が適当のように思える. この考えによると、$\Delta(t,t,t)$ と $\Delta(t,t,1)$, etc. の関係が求められ、$\Delta(t,t,t)$ と $\Delta_i(t,t,t)$ との関係が得られるだろうと、"甘い" 期待を抱いている.

注）$f(t)$ は次の様なものである.



$L = l_1 \cup l_2 \cup l_3$

$\tilde{\Delta}(\ ,\ )$; a と b が作る link の A-polynomial とする.

$$f(t) = \begin{cases} \tilde{\Delta}(t,1)\cdot g_1(t) & (t_3 \to 1) \\ \tilde{\Delta}(1,t)\cdot g_2(t) & (t_2 \to 1) \\ \tilde{\Delta}(t,t)\cdot g_3(t) & (t_1 \to 1) \end{cases} .$$