数理解析研究所講究録
第 290 巻 1977 年 130-142

C^*代数の接合積の双対性とOlesen不変量 $\Gamma(\alpha)$ について

京大 理 岸本晶孝
都立大理 高井博司

§1、序論

Ⅲ型因子環の構造理論は、最近、Connes と Takesakiを中心にその全容を明らかにしつつあるが、その中で決定的な役割を果たしているのが、Connes による不変量 $S(\mathcal{M})$ と、Takesaki による W^*代数の接合積の双対定理である。その結果、Ⅲ型理論は、Ⅱ型の理論と力学系の研究に移行され得ることが示された。(cf:[3],[15]) 一方、C^*代数に関して、Takesaki は、非Ⅰ型 C^*代数の典型と云えるUHF-代数を或る種の可換compact群によって C^*接合積を作るとⅠ型 C^*代数になる事を示した。([17]) この結果と W^*代数の双対定理に刺激されて、Takai は可換群による C^*代数の接合積の双対性を論じたが、([13]) Nakagamiにより、非可換群による W^*代数の接合積の双対性が示されると、([9]) Imai と共同で非可換群のそれに拡張された。([7]) 他方、Connes 不変量 $S(\mathcal{M})$ は、同じく Connes による $\Gamma(\sigma^\varphi)$ に $\{0\}$を加えたものになっているが、

話が C^* 代数になると射影による定義は一般的に意味を持たなくなる。そこで、Olesen は、射影の代りに、遺伝的な C^* 代数を用いて Connes 不変量 $\Gamma(\alpha)$ の C^*-代数的解釈を行なった。([10]) 更に、Olesen, Pedersen と Størmer は、単純環 $\mathfrak{A}$ と有限巡回群 $\mathbb{Z}/(p)$ について、C^* 力学系 $(\mathfrak{A}, \mathbb{Z}/(p), \alpha)$ を考えた時、$\mathfrak{A}$ の α による不動点のなす C^* 代数 $\mathfrak{A}^\alpha$ が素である為の必要十分条件を $\Gamma(\alpha) = Sp(\alpha)$ でとらえた。又この時、$\mathfrak{A}^\alpha$ が単純であることも示した。([11]) 可換な W^* 力学系 $(\mathfrak{M}, G, \alpha)$ に対して、Connes と Takesaki は、$\Gamma(\alpha)$ を W^*-接合積 $G \otimes_\alpha \mathfrak{M}$ 上の α の双対作用 $\hat{\alpha}$ で特徴付けた。([4]) 更にこの非可換化を Nakagami が示している。([9])

我々はこの講演に於いて、単純環 $\mathfrak{A}$ と、可換 discrete 群 G について、C^* 力学系 $(\mathfrak{A}, G, \alpha)$ に対して、Olesen 不変量 $\Gamma(\alpha)$ は $\mathfrak{A}$ の Multiplier 代数 $M(\mathfrak{A})$ の、α の $M(\mathfrak{A})$ への拡張作用 $\bar{\alpha}$ による C^* 接合積 $C^*(M(\mathfrak{A});\bar{\alpha})$ 上への $\bar{\alpha}$ の双対作用 $(\bar{\alpha})^\wedge$ を $C^*(M(\mathfrak{A});\bar{\alpha})$ の中心代数 $\mathcal{Z}_{C^*(M(\mathfrak{A});\bar{\alpha})}$ に制限した時の kernel 群になっていることを示す。このことは、Connes－Takesaki の結果の C^* 代数的解釈を与えている。更に、Olesen, Pedersen, Størmer の結果を、可換 compact な C^* 力学系 $(\mathfrak{A}, G, \alpha)$ に対して拡張する。又一般に、$Sp(\alpha) = \Gamma(\alpha)$ は $\mathfrak{A}^\alpha$ の単純性と同値にならないことを示す。最後に、C^* 接合積の双対性を用いて、C^*

接合積 $C^*(\mathfrak{A};\alpha)$ が素である為の必要十分条件は $\Gamma(\alpha)=\hat{G}$ であることを示す。よって特に、CAR－代数 $\mathfrak{A}(\mathfrak{H})$ 上への gauge 作用 α に関して、$\Gamma(\alpha)=\mathbb{Z}$ となるので、$C^*(\mathfrak{A}(\mathfrak{H});\alpha)$ は原始的となり、$\Gamma(\alpha)=\ker\hat{\alpha}|_{Z_{C^*(\mathfrak{A}(\mathfrak{H});\alpha)}}=\mathbb{Z}$ を得る。

§2、準備、

$(\mathfrak{A},G,\alpha)$ を C^*-力学系とする。(cf:[14]) $\mathfrak{A}$ に値をとる G 上の Bochner 可積分関数全体に、

$$(2.1)\qquad \begin{cases} (xy)(g) = \int_G x(h)\,\alpha_h[y(h^{-1}g)]\,dh \\ x^*(g) = \delta(g)^{-1}\alpha_g[x(g^{-1})]^* \\ \|x\|_1 = \int_G \|x(g)\|\,dg \end{cases}$$

なる Banach $*$-代数の構造を入れたものを $L^1_\alpha(G;\mathfrak{A})$ と書く。その展開環を $C^*(\mathfrak{A};\alpha)$ と書き、$\mathfrak{A}$ の α による <u>C^*-接合積</u>と云う。

$Cov\,rep\,(\mathfrak{A},G)$ を $\mathfrak{A}$ の共変表現全体とし、$Rep\,\mathfrak{A}$ を $\mathfrak{A}$ の非退化表現全体を表わすものとする。$\rho\in Rep\,\mathfrak{A}$ に対して、$Ind\,\rho$ で

$$(2.2)\qquad \begin{cases} (\bar{\rho}(a)\eta)(g) = \rho\circ\alpha_g^{-1}(a)\eta(g) \\ (\lambda(h)\eta)(g) = \eta(h^{-1}g) \end{cases}$$

なる $(\bar{\rho},\lambda)\in Cov\,rep\,(\mathfrak{A},G)$ に対応する $C^*(\mathfrak{A},\alpha)$ の表現とする。ただし η は ρ の表現空間 $\mathfrak{H}_\rho$ に値をとる G 上の二乗可積分関数全体 $L^2(G;\mathfrak{H}_\rho)$ を動くものとする。そして、$L^1_\alpha(G;\mathfrak{A})$ を

$$\|x\|_r = \sup\{\|Ind\,\rho(x)\| : \rho\in Rep\,\mathfrak{A}\}$$

なる C^*-norm で完備したものを $C^*_r(\mathfrak{A};\alpha)$ と書き、$\mathfrak{A}$ の α によ

る縮約されたC*-接合積と呼ぶ。位相群 G が amenable であるとき、$C^*(\mathfrak{A};\alpha)=C^*_r(\mathfrak{A};\alpha)$ となる。([13])

今から G を locally compact な可換群とする。$\mathfrak{A}$ の部分C*-代数 $\mathcal{B}$ が遺伝的であるとは、$\mathcal{B}$ の正の部分 $\mathcal{B}_+$ が $\mathfrak{A}_+$ の中で face になることである。そこで、$\Gamma(\alpha)=\bigcap_{\mathcal{B}} Sp(\alpha^{\mathcal{B}})$ とおく。ただし $\mathcal{B}$ は $\mathfrak{A}$ の $\{0\}$ でない α-不変な遺伝的C*-部分代数である。([10]) その時、$\Gamma(\alpha)$ は G の双対群 $\hat{G}$ で、閉部分群になる。G は可換であるから、

$$(2.3)\qquad \hat{\alpha}_p(x)(g)=\overline{\langle g,p\rangle}\,x(g)\qquad (x\in L^1_\alpha(G;\mathfrak{A}),\ p\in\hat{G})$$

なる $C^*(\mathfrak{A};\alpha)$ 上の作用 $\hat{\alpha}$ が $\hat{G}$ から定まる。そしてC*-力学系 $(C^*(\mathfrak{A};\alpha),\hat{G},\hat{\alpha})$ から作られる $\mathfrak{A}$ の二重接合積 $C^*(C^*(\mathfrak{A};\alpha);\hat{\alpha})$ は $\mathfrak{A}$ と $L^2(G)$ 上の完全連続作用素の作るC*-代数 $\mathcal{C}(L^2(G))$ とのC* tensor 積 $\mathfrak{A}\hat{\otimes}_*\mathcal{C}(L^2(G))$ と同型であることが分かり、更に $\hat{\alpha}$ の双対作用 $\hat{\hat{\alpha}}$ は、α と $Ad(\lambda)$ との対称tensor作用 $\alpha\otimes Ad(\lambda)$ と同値になることが得られる。([13])

最後に、W*-代数に於ける因子代数の役割を果たすC*代数の性質として、次の3つの種類のC*-代数が考えられる。一つは自明でない閉 ideal を持たないC*代数で、単純C*-代数と呼ばれる。その時には、忠実な既約表現をもつが、この性質を持つC*-代数を原始的なC*-代数であると云う。$\mathfrak{A}$ が原始的である時には、$x\mathfrak{A}y=(0)$ ならば $x=0$ か $y=0$ であることは容易に分

かるが、この性質を持つC^*代数を、素なC^*-代数であると云う。$\mathfrak{A}$が可分な時は、素ならば原始的であることが分かり両性質は同じである。（[5]）

§3、離散可換C^*-力学系に対する$\Gamma(\alpha)$について

C^*-力学系$(\mathfrak{A}, G, \alpha)$について、今$G$を離散可換群と仮定すると、$C_r^*(\mathfrak{A}; \alpha)$の任意の要素$x$に対して、

(3.1) $$(\mathrm{Ind}\,\pi)(x)_{g,h} = \pi \circ \alpha_g^{-1}[x(gh^{-1})] \quad , \pi \in \mathrm{Rep}\,\mathfrak{A}$$

なる$\mathfrak{A}$の要素の族$(x(g))_{g \in G}$が一意に存在する。ただし$(\mathrm{Ind}\,\pi)(x)_{g,h}$は、$(\mathrm{Ind}\,\pi)(x)$の$\ell^2(G; \mathfrak{H}_\pi)$上の$(g,h)$-番目の行列因子である。この時、$x \sim (x(g))_{g \in G}$と書くことにする。$\mathfrak{A}$の*Multiplier*代数$M(\mathfrak{A})$上の$\alpha$の拡張作用$\bar{\alpha}$を考えた時、$C^*(M(\mathfrak{A}); \bar{\alpha})$が作れて、$G$が可換であるから、$C^*(M(\mathfrak{A}); \bar{\alpha}) = C_r^*(M(\mathfrak{A}); \bar{\alpha})$となる。（[13]）

(2.3)と(3.1)より、

$$(\bar{\alpha})_p^{\wedge}(x)(g) = \overline{\langle g, p \rangle}\, x(g) \quad , \quad x \sim (x(g))_{g \in G}, x \in C^*(M(\mathfrak{A}); \bar{\alpha})$$

が成立する。そして、$\mathfrak{A}$を単純と仮定すると、$C^*(M(\mathfrak{A}); \bar{\alpha})$の中心代数$\mathcal{Z}_{C^*(M(\mathfrak{A}); \bar{\alpha})}$の任意の要素$x$に対して次の補助定理が成り立つ。

補助定理 3.1、 $x \in \mathcal{Z}_{C^*(M(\mathfrak{A}); \bar{\alpha})}$で$x \sim (x(g))_{g \in G}$とする。
$x(g) \neq 0$ ならば、 $g \in \Gamma(\alpha)^{\perp}$ である。

上の結果と、*Olesen*の定理を使うと、W^*-力学系の*Connes-Takesaki*の結果のC^*-力学系解釈を与えることができる。

定理 3.2、 $(\mathfrak{A}, G, \alpha)$ を C^*-力学系とし、$\mathfrak{A}$ を単純、G は離散可換群とする。$\mathfrak{A}$ の Multiplier 代数を $M(\mathfrak{A})$ とし、その上の α の拡張作用を $\bar{\alpha}$ とする。$C^*(M(\mathfrak{A});\bar{\alpha})$ の中心代数を $Z_{C^*(M(\mathfrak{A});\bar{\alpha})}$ とした時、

$$\Gamma(\alpha) = \ker(\bar{\alpha})^\wedge \Big|_{Z_{C^*(M(\mathfrak{A});\bar{\alpha})}}$$

が成立する。

§4、 compact 可換 C^*-力学系 $(\mathfrak{A}, G, \alpha)$ における $Sp(\alpha) = \Gamma(\alpha)$ について

今 G を compact 可換群と仮定すると、$\Gamma(\alpha)$ について次の使い易い補助定理を得る。

補助定理 4.1、 $\Gamma(\alpha) = \bigcap_x Sp(\alpha^{\overline{x\mathfrak{A}x}})$ ただし $x \neq 0$, $x \in \mathfrak{A}^\alpha$ である。

この結果を用いると、$\mathfrak{A}$ が単純である仮定なしに、$Sp(\alpha) = \Gamma(\alpha)$ である為の十分条件を与えることができる。

命題 4.2、 $(\mathfrak{A}, G, \alpha)$ を compact 可換な C^*-力学系とし、$\mathfrak{A}$ は単位元を持つとする。もし $\mathfrak{A}$ の部分 C^*-代数 $\mathcal{B}$ で単純なものと、C^*-力学系 $(\mathfrak{A}, H, \beta)$ で、(i) $\mathfrak{A}^\alpha \subset \mathcal{B}$, (ii) $\alpha_g \circ \beta_h = \beta_h \circ \alpha_g$ $(g \in G, h \in H)$ (iii) $\mathcal{B}$ は β-central なる条件を満たすものが存在すれば、

$$Sp(\alpha) = \Gamma(\alpha)$$

が成立する。

次の節で、上の命題の仮定を満たす例を調べる。

さて次に、有限巡回群 $\mathbb{Z}/(p)$ を土台にした C^*-力学系 $(\mathfrak{A}, \mathbb{Z}/(p), \alpha)$ に対する Olesen-Pedersen-Størmer の結果を compact 可換な C^*-力学系 $(\mathfrak{A}, G, \alpha)$ に拡張する。しかし、$Sp(\alpha)=\Gamma(\alpha)$ は一般には、$\mathfrak{A}^\alpha$ の単純性には同値にならないことが次節で示される。

定理 4.3. $(\mathfrak{A}, G, \alpha)$ を C^*-力学系とし、今 $\mathfrak{A}$ を素、G を可換 compact 群と仮定する。そのとき、$Sp(\alpha)=\Gamma(\alpha)$ である為の必要十分条件は $\mathfrak{A}^\alpha$ が素であることである。

§5. CAR-代数 $\mathfrak{A}(\mathfrak{H})$ 上の gauge 作用 α に対する $\Gamma(\alpha)$ について

この節では、Fermion 代数の名で呼ばれる CAR-代数 $\mathfrak{A}(\mathfrak{H})$ 上の gauge 作用 α について、その $\Gamma(\alpha)$ と $C^*(\mathfrak{A}(\mathfrak{H}); \alpha)$ を調べてみる。

可分な Hilbert 空間 $\mathfrak{H}$ 上の CAR-代数 $\mathfrak{A}(\mathfrak{H})$ とは、

$$(5.1)\qquad \begin{cases} [a(f), a(g)]_+ = a(f)a(g) + a(g)a(f) = 0 \\ [a(f), a(g)^*]_+ = \langle f|g\rangle 1 \qquad (f, g \in \mathfrak{H}) \end{cases}$$

を満足する $\mathfrak{H}$ から他の Hilbert 空間 $\mathfrak{K}$ 上の有界作用素の空間 $\mathcal{L}(\mathfrak{K})$ への線形写像 $f \mapsto a(f)$ の像 $a(f)$ 全体と単位作用素から生成される C^*-代数を云う。 $\mathfrak{A}(\mathfrak{H})$ が $(2^n)_{n\geq 1}$-型の UHF-代数になる事はよく知られている。今群 G の unitary 表現 U で表現空間を $\mathfrak{H}$ とすると、$\alpha_g(a(f)) = a(U_g f)$ $(g\in G, f\in\mathfrak{H})$ なる条件を

満たす $\mathfrak{A}(\mathfrak{H})$ 上の G の作用 α が決まる。特に、G を一次元 torus T^1 とし、$U_t = e^{it} 1_{\mathfrak{H}}$ としたとき、対応する作用 α を $\mathfrak{A}(\mathfrak{H})$ 上への T^1 の <u>gauge 作用</u>と呼ぶ。この作用 α は $\mathfrak{A}(\mathfrak{H})$ 上強連続であることは (5.1) を使って容易に分かる。(cf: [2]) よって、$(\mathfrak{A}(\mathfrak{H}), T^1, \alpha)$ は C^*-力学系をなすが、我々は、この力学系が命題4.2. の仮定を満たすことを示す。

$u^n \to 0\ (w)\ (n\to\infty)$ なる $\mathfrak{H}$ 上の unitary 作用素 u をとると、$\beta_1(a(f)) = a(uf)\quad (f\in\mathfrak{H})$ なる $\mathfrak{A}(\mathfrak{H})$ の自己同型写像 β_1 が決まる。$\beta_n = (\beta_1)^n\quad (n\in\mathbb{Z})$ とおくと、$(\mathfrak{A}(\mathfrak{H}), \mathbb{Z}, \beta)$ は、$\alpha_t\circ\beta_n = \beta_n\circ\alpha_t\quad (t\in T^1, n\in\mathbb{Z})$ なる C^*-力学系となる。$\gamma(a(f)) = -a(f)$ なる $\mathfrak{A}(\mathfrak{H})$ の自己同型写像 γ をとり、$\mathfrak{A}(\mathfrak{H})$ の γ による不動点全体のなす C^*-代数 $\mathfrak{A}(\mathfrak{H})^\gamma$ を $\mathcal{B}$ とおく。そのとき、$\mathcal{B}$ は $\mathfrak{A}(\mathfrak{H})$ に同型となるので UHF-代数になり単純である。([12]) 更に $\mathcal{B}$ は β-central になる。([6]) $\mathfrak{A}^\alpha \subset \mathcal{B}$ は容易に分かるので命題4.2. より、$Sp(\alpha) = \Gamma(\alpha)$ となる。$\alpha_t(a(f)) = e^{it} a(f)$ $(f\in\mathfrak{H}, t\in T^1)$ より、$1\in Sp(\alpha)$ となる。$\Gamma(\alpha)$ は群をなすので $\Gamma(\alpha) = \mathbb{Z}$ を得る。よって、

命題 5.1. CAR-代数 $\mathfrak{A}(\mathfrak{H})$ 上への一次元 torus の gauge 作用 α に対して、

$$\Gamma(\alpha) = \mathbb{Z}$$

となる。

又、$(\mathfrak{A}(\mathfrak{F}), T^1, \alpha)$ は $Sp(\alpha)=\Gamma(\alpha)$ であるが、$\mathfrak{A}^\alpha$は単純ではない。実際、

$$ {}_m I_n = \overline{\bigcup_{k=n+m}^{\infty} \oplus_{j=n}^{k-m} M_{{}_kC_j}} \qquad (n, m = 1, 2, 3, \cdots\cdots) $$

は $\mathfrak{A}^\alpha$ の自明でない ideal である。ただし ${}_kC_j = k!/j!(k-j)!$ で $M_{{}_kC_j}$ は $I_{{}_kC_j}$ー型の因子代数をあらわす。（[２]）一方、$\mathfrak{A}$ は素であり、$Sp(\alpha)=\Gamma(\alpha)$ より、定理4.3、によって、$\mathfrak{A}^\alpha$は素である。

系 5.2、　$\mathfrak{A}$は単純で $Sp(\alpha)=\Gamma(\alpha)$、かつ $\mathfrak{A}^\alpha$は単純でない、可換 compact C^*ー力学系 $(\mathfrak{A}, G, \alpha)$ が存在する。

今から、$\Gamma(\alpha)$ と $\ker \hat{\alpha}|_{Z_{C^*(\mathfrak{A}(\mathfrak{F});\alpha)}}$ との関係を調べる。その為に、$C^*(\mathfrak{A}(\mathfrak{F});\alpha)$ の構造を解析する必要がある。

$(\mathfrak{A}, G, \alpha)$ を(~~可換~~) C^*ー力学系とし、Gを局所 compact 可換群とする。そのとき、C^*ー力学系 $(C^*(C^*(\mathfrak{A};\alpha);\hat{\alpha}), G, \hat{\hat{\alpha}})$ は $(\mathfrak{A}\hat{\otimes}_* \mathcal{C}(L^2(G)), G, \alpha\otimes Ad(\lambda))$ に同値である。（[13]）よって、$C^*(C^*(\mathfrak{A};\alpha);\hat{\alpha})^{\hat{\hat{\alpha}}}$ は $(\mathfrak{A}\hat{\otimes}_* \mathcal{C}(L^2(G)))^{\alpha\otimes Ad(\lambda)}$ に同型である。今 G を compact と仮定すると、$C^*(C^*(\mathfrak{A};\alpha);\hat{\alpha})^{\hat{\hat{\alpha}}}$ は $C^*(\mathfrak{A};\alpha)$ に同型である。よって次の命題を得る。

命題 5.3、　$(\mathfrak{A}, G, \alpha)$ を C^*ー力学系とし、G を compact 可換群とする。$\mathcal{C}(L^2(G))$ を $L^2(G)$ 上の完全連続作用素全体のなす C^*代数とし、λ を $L^2(G)$ 上の G の正則表現としたとき、

$$ C^*(\mathfrak{A};\alpha) \simeq (\mathfrak{A}\hat{\otimes}_* \mathcal{C}(L^2(G)))^{\alpha\otimes Ad(\lambda)} $$

が成り立つ。

上の命題を使って主結果を導く為に、次の補助定理を用意する。

補助定理5.4、 $(\mathfrak{A}, G, \alpha)$ は命題5.3.と同様な仮定をする。C^*力学系 $(\mathfrak{A} \otimes_* C(L^2(G)), G, \alpha \otimes Ad(\lambda))$ に対して、

$$\Gamma(\alpha \otimes Ad(\lambda)) = \Gamma(\alpha)$$

が成り立つ。

この補助定理と命題5.3.,定理4.3を用いて次の主結果を得る。

定理5.5、 $(\mathfrak{A}, G, \alpha)$ は C^*-力学系とし、$\mathfrak{A}$ は素、G は compact 可換群とする。その時、$C^*(\mathfrak{A}; \alpha)$ が素である為の必要十分条件は、$\Gamma(\alpha) = \hat{G}$ であることである。

よって、$(\mathfrak{A}(\mathfrak{H}), T^1, \alpha)$ について、命題5.1.と定理5.5より $C^*(\mathfrak{A}(\mathfrak{H}); \alpha)$ は素になる。$\mathfrak{A}(\mathfrak{H})$ は可分より、$C^*(\mathfrak{A}(\mathfrak{H}); \alpha)$ は可分になる。よって、$C^*(\mathfrak{A}(\mathfrak{H}); \alpha)$ は原始的である。$C^*(\mathfrak{A}(\mathfrak{H}); \alpha)$ は単位元を含まないので、$Z_{C^*(\mathfrak{A}(\mathfrak{H}); \alpha)} = (0)$ となる。このことより次の定理を得る。

定理5.6、 CAR-代数 $\mathfrak{A}(\mathfrak{H})$ 上の一次元 torus T^1 の gauge 作用 α に対して、$C^*(\mathfrak{A}(\mathfrak{H}); \alpha)$ は原始的である。特に、

$$\Gamma(\alpha) = \ker \hat{\alpha}|_{Z_{C^*(\mathfrak{A}(\mathfrak{H}); \alpha)}} = \mathbb{Z}$$

が成り立つ。

§注意1. 定理5.6. に於いて、$C^*(\mathfrak{A}(\mathfrak{H});\alpha)$ は単純ではない。

§注意2. 定理4.3. は Olesen-Pedersen-Størmer 著の「Compact abelian groups of automorphisms of simple C^*-algebras」Preprint (1976) の定理1と重複している。

§注意3. $(\mathfrak{A}, G, \alpha)$ を compact abelian C^*-dynamical system とした とき、

$$C^*(\mathfrak{A};\alpha) \simeq \overline{\cup}\{\, \mathfrak{A}^{\alpha}(\{p\}) \otimes C^*(G)\hat{u}_p : p \in \hat{G} \,\}$$

となる。

文献

[1] C. A. Akemann, G. K. Pedersen and J. Tomiyama : Multipliers of C^*-algebras, J. Func. Anal. 13 (1973), 277-301.

[2] O. Bratteli : Inductive limits of finite dimensional C^*-algebras, Trans. Amer. Math. Sci. 172 (1972), 195-234.

[3] A. Connes : Une classification des facteurs de type III, Ann. Sci. École. Nor. Sup. 4^e, t 6. (1973), 133-252.

[4] A. Connes and M. Takesaki : The flow of weights on factors of type III. Preprint (1975)

[5] J. Dixmier : Sur les C^*-algèbres, Bull. Soc. Math. France. t 88 (1960), 95-112.

[6] R. H. Hermann and M. Takesaki : States and automorphism groups of operator algebras, Comm. Math. Phys. 19 (1970), 142-160.

[7] T. Imai and H. Takai : On a duality for C^*-crossed products by a locally compact group. Preprint (1976)

[8] A. Kishimoto and H. Takai : On an invariant $\Gamma(\alpha)$ in C^*-dynamical systems, To appear in Tohoku. Math. J.

[9] Y. Nakagami : Dual action of a von Neumann algebra and Takesaki's duality for a locally compact group,

submitted to Publ. RIMS. Kyoto Univ.

[10] D. Olesen : Inner *-automorphisms of simple C*-algebras, Comm. Math. Phys. 44 (1975), 175–190.

[11] D. Olesen, G.K. Pedersen and E. Størmer : Periodic automorphisms of simple C*-algebras, Preprint (1976).

[12] E. Størmer : The even CAR-algebra, Comm. Math. Phys. 16. (1970), 136–137.

[13] H. Takai : On a duality for crossed products of C*-algebras, J. Func. Anal. 19 (1975), 25–39.

[14] H. Takai : The quasi-orbit space of continuous C*-dynamical systems, Trans. Amer. Math. Sci. 216 (1976), 105–113.

[15] M. Takesaki : Duality for crossed products and the structure of von Neumann algebras of type III, Acta. Math. 131 (1973), 249–310.

[16] G. Zeller-Meier : Produits croisés d'une C*-algèbre par un groupe d'automorphismes, J. Math. pures et appl. 47 (1968), 101–239.

[17] M. Takesaki : A liminal crossed product of a uniformly hyperfinite C*-algebra by a compact abelian automorphism group, J. Func Anal 7 (1971), 140–146.