数理解析研究所講究録
第 346 巻 1979 年 64-65

結び目の新しい不変量を定義するための一つの試み

北大 理学部 酒井 健

J.W. Milnor は、[1] で、knot の signature を define した。ここでは、Milnor の signature の、一つの拡張を試みる。

Notation 等 [1] を参照。

$K \subset S^3$ は knot とし、$S^3 - \mathring{N}(K, S^3) = X$ とおく。$p : (\tilde{X}, \tilde{x}_0) \to (X, x_0)$ を infinite cyclic covering, t を covering translation group の 1 つの generator とする。

さて、$\alpha : (X, x_0) \to (X, x_0)$ は同相写像とすると、α は $\tilde{X}$ 上の同相写像に lift できるが、そのうち、$\tilde{x}_0$ を固定するものを $\tilde{\alpha}$ とかく。すなわち、$\tilde{\alpha}$ は、

$\tilde{\alpha} : \tilde{X} \longrightarrow \tilde{X}$: 同相写像で、$\alpha \circ p = p \circ \tilde{\alpha}$, $\tilde{\alpha}(\tilde{x}_0) = \tilde{x}_0$

をみたすもの。

そこで、triple ($K \subset S^3$, α, i) に対して ($i \in \mathbb{Z}$), Milnor の duality theorem を用いて、次の様にして、$H^i(\tilde{X}, \partial\tilde{X})$ 上の Symmetric Bilinear Pairing を define する:

$$\langle\ ,\ \rangle_{\alpha,i} : H^1(\tilde{X}, \partial\tilde{X} : Q) \times H^1(\tilde{X}, \partial\tilde{X} : Q) \longrightarrow Q$$
$$(\ x\ ,\ y\ ) \mapsto \langle x, y\rangle_{\alpha,i}$$

ここで，$\langle x,y\rangle_{\alpha,i} = (t^i\tilde{\alpha})^* x \cup y + (t^i\tilde{\alpha})^* y \cup x$ 。

これは，一般には正則でないことに注意する。

そこで，$\sigma(K,\alpha,i) = \mathrm{Sign}\langle\ ,\ \rangle_{\alpha,i}$ とおく。これが，我々が define しようとした不変量であって，$\sigma(K, id_X, 1)$ が，Milnor の signature に一致する。

$\sigma(K,\alpha,i)$ が，実際にどの様な意義を持つかは，今の所不明である。その理由は，いくつかあげることができるが，

(1) α として，どのようなものを考えるべきか

(2) その時，如何にして $\sigma(K\alpha,i)$ を計算するか，

という問題が重要である。

A. Kawauchi [2] と同様に，$\sigma(K,\alpha,i)$ も，homology handle (circle) と，その上の同相写像の pair に対する不変量に拡張することができるが，同じく，その実質は不明である。//

Reference.

[1] Milnor, J.W.: Infinite cyclic coverings. Conference on the Topology of Manifolds, Boston. Mass. 1968.

[2] Kawauchi, A.: $\tilde{A}$-cobordism, part I. Osaka J. Math. 13. 567~590 (1976)