数理解析研究所講究録
第 393 巻 1980 年 212-214



# Boussinesq 乱流の統計理論とその応用

東大 生産研　吉澤 徴

自然には浮力が重要な役割を果たしている現象が多くある(例えば stellar convection、thermocline erosion)。浮力は重力と密接に関連しており、扱われる乱れの場は本質的に非一様である。そのため統計力学的取扱は容易でない。

著者は最近任意の平均流のもとで生じるレイノルズ応力を求める手法を提案した(refs. 1−3)。その骨子を要約すると

平均場とそのまわりの乱れは別々の時間・空間的スケールをもち、乱れは平均場に対して時間的に定常、空間的に一様と見なすことができる(具体的計算にはDIA定式化を用いる)。

上の手法を速度場 $\mathbf{v}$、スカラー場 $\psi$(例えば温度、密度)に適用する。今

$$\mathbf{v} = \mathbf{U} + \mathbf{u}, \quad \langle \mathbf{u} \rangle = 0,$$

$$\psi = \Theta + \theta\ ; \quad \langle\theta\rangle = 0\ ,$$

（＜ ＞はアンサンブル平均である）と書き、V，ψに対する方程式系

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha}V^\alpha = 0\ ,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}V^\alpha + \frac{\partial}{\partial x^\beta}V^\alpha V^\beta = -\frac{\partial}{\partial x^\alpha}\pi + \nu\frac{\partial^2}{\partial x^\beta \partial x^\beta}V^\alpha + A^\alpha\psi\ ,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\psi + \frac{\partial}{\partial x^\alpha}V^\alpha\psi = \kappa\frac{\partial^2}{\partial x^\alpha \partial x^\alpha}\psi\ ,$$

（πは圧力、$A^\alpha$は定数）に上の方法を適用する。結果は

$$-\langle u^\alpha u^\beta\rangle = -\gamma\delta^{\alpha\beta} + \nu_e^{\alpha\beta a b}\left(\frac{\partial\bar{v}^b}{\partial x^a} + \frac{\partial\bar{v}^a}{\partial x^b}\right) + \lambda^{\alpha\beta a b}\left(A^a\frac{\partial\Theta}{\partial x^b} + A^b\frac{\partial\Theta}{\partial x^a}\right),$$

$$-\langle u^\alpha\theta\rangle = \kappa_e\frac{\partial\Theta}{\partial x^\alpha}\ ,$$

ここで

$$\gamma = 0.44\,\epsilon^{2/3}l_M^{2/3}\ ,$$

$$\nu_e^{\alpha\beta a b} = \begin{cases} 0.046\,\epsilon^{1/3}l_M^{4/3}\delta^{\alpha a}\delta^{\beta b} & \alpha \neq \beta \\ 0.061\,\epsilon^{1/3}l_M^{4/3}\delta^{\alpha a}\delta^{\alpha b} & \alpha = \beta \end{cases}$$

$$\lambda^{\alpha\beta a b} = \begin{cases} 0.0085\,l_M^2\delta^{\alpha a}\delta^{\beta b} & \alpha \neq \beta \\ 0.011\,l_M^2\delta^{\alpha a}\delta^{\alpha b} & \alpha = \beta \end{cases}$$

$$\kappa_e = 0.058\,\epsilon^{1/3}l_M^{4/3}$$

上式中でεは乱流エネルギーの散逸の割合であり、$l_M$は乱流場中の最も大きな乱れ（渦）の大きさである。

上の結果を平均場に対する方程式と組み合わせることによって

(i) stellar convection における熱流の評価

(ii) thermocline erosion の機構の説明

を行なうことができる。なお、詳細に関しては ref. 4 を参照されたい。

References

1) A. Yoshizawa: J. Phys. Soc. Jpn. 46 (1979) 669.

2) A. Yoshizawa: J. Phys. Soc. Jpn. 47 (1979) 659.

3) A. Yoshizawa: J. Phys. Soc. Jpn. 47 (1979) 1665.

4) A. Yoshizawa: submitted to J. Phys. Soc. Jpn.(1979).