数理解析研究所講究録
第395巻 1980年 92-94

modular束に対する語の問題

都立大 理　　武内謙介

自由modular束に対する'語の問題(w.p.)'はそれが提示されてから40年たつが、1970年代になって急に大きな進歩をみせた．それが一般代数系のw.p.の中で占める位置をある程度顧慮しながら綜合報告を行う．以下はその概略．

$\mathcal{V}$を代数系のfinitely presented (f.p.)な variety, $\mathcal{V}_f$を$\mathcal{V}$に含まれる有限な代数系たちのclassとする．$A\in\mathcal{V}$がresidually finite (r.f.)であるとは，Aの異なる2元の組(x, y)のすべてに対してAの準同形φが存在して$\varphi(A)$が有限かつ$\varphi(x)\neq\varphi(y)$となることであるが，これは$A\in SP\mathcal{V}_f$と同値である．Aがf.p.(すなわち生成元も関係も有限)かつr.f.ならばAのw.p.が解けることはよく知られていたが，条件f.p.をrecursively presentedに弱めると解けない例が最近群に対して示された．(Meskin, Proc. AMS, 1974).

Freese (Trans. AMS, 1979)はFM(5)(5個の生成元を

もつ自由modular束）がr.f.でないこと，すなわち5個の生成元をもつf.p.なmodular束LでHSP$\mathcal{M}_f$（ここで$\mathcal{M}$はmodular束全体のvariety）に属さないものがあることを示した．F，Kをそれぞれ異なる標数p，qをもつ可附番無限体とし，L_p，L_qをそれぞれ線形空間F^4，K^4の部分空間が作るmodular束とすれば，LはL_pとL_qを適当に‘くっつけ（glue）’て得られる．

Post（1947）はf.p.な半群でw.p.の解けないものを示したが，そのpresentationは現在（2，5），すなわち2-generated 5-related，にまで改良されている．Hutchinson（J. Algebra, 1973）およびLipshitz（Trans. AMS, 1974）はf.p.なmodular束でそのw.p.が解けないものを示したが，Hutchinson（Alg. Univ. 1979）は更に（5，1）にまでそれを改良した．（n，0）すなわち自由代数系でw.p.の解けない例は，たとえば可換なloopのあるvarietyに対して与えられていたが（Mal'cev, 1966），これは云はば人間が無理に作ったもので，天然に存在するものとしてはmodular束ではじめて与えられることになる．

Freese（preprint, 1979）はFM(5)のw.p.が解けないことを証明した．これは概略さきのLにおいて体Kの代りにCohn（Skew Field Construction, 1977）が構成した斜体Dをもつ

て置きかえる．Dの乗法群D^*は部分群として有限生成な自由群を含むが，その準同形像がw.p.の解けない群と同形になるようにとっておけば，求める結果がえられる．自由modular束に対するw.p.だけに限定すれば，残された問題は$FM(4)$のw.p.がどうなるかということである．