

## Trend の推定: BAYSEA の応用

統数研 石黒真木夫

### 1. Trend の推定が必要なデータ

A. 経済時系列: 季節変動や不規則変動を除去して、景気の大勢を知る必要がある。

B. 物理的観測データ: 計器の 0 点の drift などに由来する trend を除去して、定常的な変動分を抽出する。

### 2. BAYSEA (BAYesian SEasonal Adjustment program)

BAYSEA は、はじめ経済時系列の季節調整のためのプログラムとして開発された。データ  $Y_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) が与えられた時に、これを

$$Y_i = T_i + S_i + I_i \quad (i=1, \dots, N) \quad (1)$$

の形に分解することを目的としている。ここで  $T_i$  は trend,  $S_i$  は季節要素,  $I_i$  が不規則要素を表す。 $\{I_i\}$  を互に独立な平均 0, 分散  $\sigma^2$  の正規分布に従う確率変数の実現値とみなすと、(1) は  $Q = (T_1, T_2, \dots, T_N, S_1, S_2, \dots, S_N)'$  及び  $\sigma^2$  を

(1)

$(2N+1)$  のパラメータとして含むモデルと考えることができる。データ  $y = (Y_1, \dots, Y_N)'$  が与えられた時のこのモデルの尤度は  $f(y|\theta, \sigma^2) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(Y_i - T_i - S_i)^2}$  で与えられる。

BAYSEA は、パラメータ  $\theta$  に事前分布

$$\pi(\theta | k, l, u^2, v^2, w^2, \sigma^2)$$

$$= C \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N \left\{ u^2 (\Delta^k T_i)^2 + v^2 (\Delta_{12}^l S_i)^2 + w^2 \left( \sum_{j=0}^{i-1} S_{i-j} \right)^2 \right\}\right]$$

を想定し、パラメータの事後分布の平均をもってその推定値とする。ここで  $C$  は正規化の定数、 $\Delta^k$  及び  $\Delta_{12}^l$  は、

$$\Delta^1 T_i = T_i - T_{i-1}, \Delta^k T_i = \Delta^1 (\Delta^{k-1} T_i) \quad (k=2, 3, \dots)$$

$$\Delta_{12}^1 S_i = S_i - S_{i-12}, \Delta_{12}^l S_i = \Delta_{12}^1 (\Delta_{12}^{l-1} S_i) \quad (l=2, 3, \dots)$$

で定義される階差作用素である。この事前分布は hyperparameter  $k, l, u^2, v^2$  及び  $w^2$  を含み、これは第2種の尤度  $\int f(y|\theta, \sigma^2) \pi(\theta | k, l, u^2, v^2, w^2, \sigma^2) d\theta$  を最大化するように選択される。詳細は参考文献 [1], [2] 参照。

### 3. BAYSEA の拡張

BAYSEA に多少手を加えることにより、

A. データに欠測がある場合にも  $\{T_i, S_i\}$  を推定できる。

[参考文献 3]

B. 月次データの曜日調整を行うことができる。この場合モデル(1)を拡張して、毎月の曜日構成の差による効果

の項  $TD_i$  を加えたモデル

$$Y_i = T_i + S_i + I_i + TD_i \quad (i=1, \dots, N) \quad (2)$$

をあてはめることになる。[参考文献 4]

#### 4. BAYSEA の応用

(2) における  $TD_i$  の項を、たとえば、 $TD_i = \sum_{m=0}^M a_m X_{i-m}$  で置きかえ  $a_0, a_1, \dots, a_m$  を推定することによつて、他の系列  $\{X_i\}$  に対するインパルスレスポンスを trend を含むデータから推定することができる。

#### 5. 数値例. 省略.

#### 6. 参考文献

- [1] Akaike, H. Likelihood and the Bayes Procedure, in Proceedings of the International Meeting on Bayesian Statistics held at Volencia, Spain, 1979. A special issue of Trabajos de Estadística (to appear).
- [2] Akaike, H. and Ishiguro, M. BAYSEA, A Bayesian Seasonal Adjustment Program Computer Science Monograph Vo.13, Tokyo: The Institute of Statistical Mathematics. 1980
- [3] Akaike, H. and Ishiguro, M. Trend Estimation with Missing Observations, Annals of the

Institute of Statistical Mathematics, 1980.  
(to appear)

- [4] Ishiguro, M. and Akaike, H. A Bayesian Approach to the Trading-day Adjustment of Monthly Data, in Time Series Analysis : Proceedings of the Interval Conference held at Houston, August 1980, O.D. Anderson and M.R. Perrymaneds, eds., Amsterdam North-Holland (to appear)