

## 待ち行列モデルを用いた計算機網における通信方式の評価

国際院々 古谷信雄 (Nobuo Hutuya)

東北大通研 白鳥則郎 (Norio Shitatori)

東北大通研 野口正一 (Shoichi Noguchi)

### 1. はじめ

衛星回線を用いたパケット交換網におけるアクセス方式として、これまで種々のプロトコルが提案されている。これらの諸方式は、(1)ランダムにアクセスする方法、(2)データを送信する位置も固定されている方式 (TDMA)、(3)送信スロットを予約する方法などに大別できる。前記の3つの方式は、更に具体的な制御法に応じて細分化される。

本稿では、分類(3)に属する Conflict-Free ALOHA方式 (以下、C.F.方式と略記する)の定量的な評価法について検討し、近似評価式を与えよう。同時に、計算機シミュレーションにより近似の有効性を確認している。

C.F.方式は、かなり以前に提案<sup>(12)</sup>されたが、解析的な評価はほとんどなされていない。これは、数学的なモデルが

木守りや、木々となつてゐるためである。例えば、C、F方式を待ち行列モデルで表現すると、複数サーバの多種待ち行列となり、よく知られた未解決の問題 (Open problems) に帰着する。

このため、本稿では、複数サーバの多重待ち行列システムの近似的評価を通して、C、F方式の評価式を与え、接近法を採用してゐる。

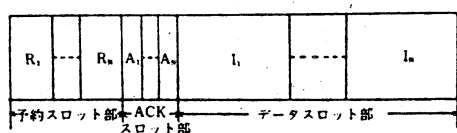
## 2. Conflict-Free ALOHA 方式

C、F方式では、衛星回線を放送モードで使用してゐるため、ある局の送信した情報は、システム内の各局で受信可能である。この情報に、各局が送信しようとするデータの個数等、各局の状態を示す情報を加えて送信すれば、各局においてシステムの状態を把握できる。このため、衛星は単にトランスポンダとしての役割を果たすだけで、システムの監視・制御はすべて、各局で分散して行われる。

送信データの構成については、各局で発生した情報はパケット単位に分割され、時分割で区切られ衛星回線に送出される。衛星回線は、(1) データパケット伝送の予約を行う予約スロット、(2) 情報が正しく、または誤つて送信されたことを通知する、ACK・NAK用のACKスロット、(3) データパケットを送信するデータスロットに分割され、図2. Iに

示すように3種のスロット群から成るフレームを単位として構成される。

伝送手順については、各局で発生した情報をパケットに分割して、各局の待ち行列に入れる。次に、予め各局に割り当てられている予約スロットで、待ち行列中のデータパケット数(これを予約情報という)を送信する。順次、各局が予約スロットで予約情報を送信すると、各局では、システム全体の予約状況を知ることができ、次に、この情報をもとに、各局毎にデータスロットの決定法(これを割り当てアルゴリズムという)により、データスロットの各局への割り当てを決定する。そして、次のフレームにおいて、割り当てられたデータスロットで、パケットを送信する。一方、受信側では、データパケットが誤りなく到着したらACKを、誤って到着したら、NAKを返送する。そして送信側では、NAKが返送された場合、または一定時間待つて、何も返送されない場合には、それに対応するデータパケットを再送する。以上、伝送手順を図2.2に示す。



端局数:  $N$  端局での予約スロット:  $R_i$   
 端局  $i$  の ACK スロット:  $A_i$   
 端局  $i$  のデータスロット:  $I_i$

図2.1. フレーム構造

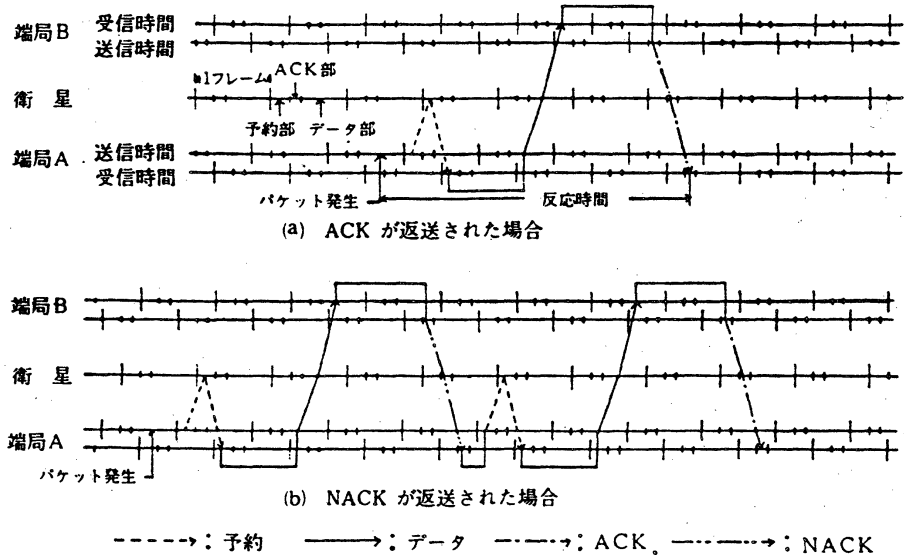
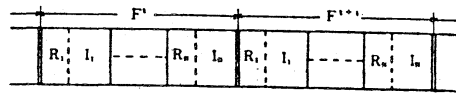


図2.2. 伝 送 手 順

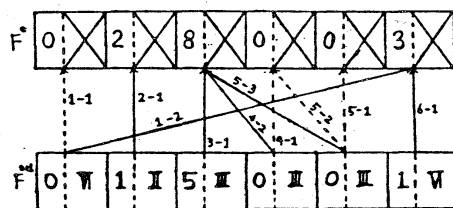
<データスロットの割当てアルゴリズム>

ここでは、便宜上、図2.3に示すようなフレーム構成を  
 考える。まず、 $I_1, I_2, \dots, I_N$  のデータスロットについて割  
 り当てを行う順序を決定する。これをデータスロット順位と  
 いう、本稿では、 $I_1, I_2, \dots, I_N$  の順序とする。次に、各デ  
 ータスロットを割り当てる局の決定を行う。データスロット  
 $I_i$  は、 $i, i-1, \dots, 1, \dots, i+1$  の順序に局の予約情報を調べ  
 、最初に0でない値を示した局に割り当てられる。この順序  
 を割り当て順位という、割り当てられた局では、その予約情  
 報から1を減じる。この割り当ての決定例を、システムの局  
 数をもと、 $t$  時点でのフレームの予約情報が  $(0, 2, 8, 0, 0, 3)$  である場合について、図2.4に示す。



$F^t$ :  $t$  番目のフレーム  $R_i$ : 端末  $i$  の予約スロット  
 $I_i$ :  $i$  番目のデータスロット  $N$ : 端末数

図2.3. フレーム構造



○a-b a: データスロット順位  
 b: 割り当て順位  
 ○-----: 予約スロットの値を調べる操作  
 ———: データスロットの割り当てを決定する操作  
 ○ データスロットのローマ数字は、割り当てられた端末の番号

図2.4. データスロットの割り当てアルゴリズム

### 3. Conflict-Free ALDHA 方式の待ち行列モデル

C, F 方式を待ち行列モデルで表現すると複数サーバの多重待ち行列モデルとなる。まず、近似手法との関連で、個別処理システムについて述べる。ここで、個別処理システムとは、図 3.1 に示すように、各サーバは、対応する待ち行列の packets のみ処理するシステムとする。

一方、各サーバが、対応する待ち行列が空の時に限り、他の待ち行列中の packets を処理することを認めると、このシステムは、C, F 方式の待ち行列モデルとなる。

ここで、他の待ち行列を調べる順番は、サーバー  $i'$  に対して、 $(i'-1), (i'-2), \dots, 2, 1, N, \dots, (i'+1)$  とする。

尚、すべてのサーバーは一定周期毎にサービスを開始するものとする。各サービス時間は各サーバーとも一定である。

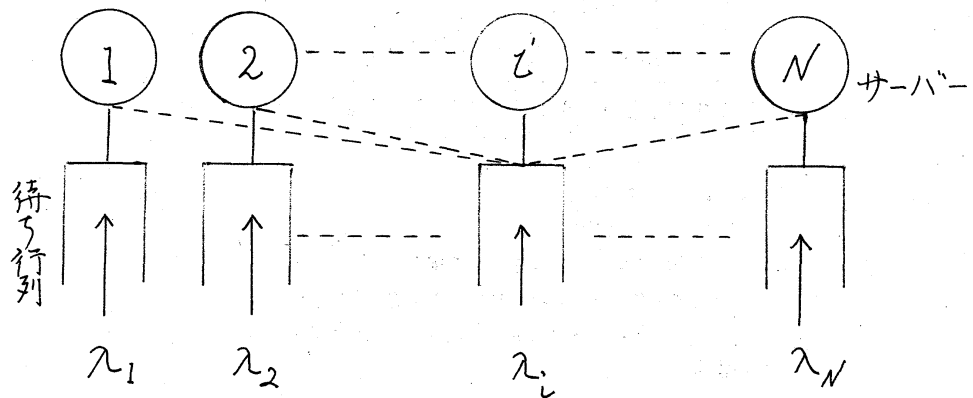


図 3.1 複数サーバーの多重待ち行列

#### 4. 複数サーバー多重待ち行列の近似解析

##### 4.1 解析条件と諸定義

(1) サーバー数 (待ち行列数) を  $N$ , 待ち行列のバッファサイズを無限大とする。(2) パケットは一定長で、待ち行列  $i$  へ平均到着率  $\lambda_i$  のポアソン分布に従って到着する。(3) エラーは無く、パケット中において、予約部と ACK 部は情報部と比べて非常に小さいものとし無視する。

又、 $P(i, j)$  を図 3.1 の個別処理システムにおいて、待ち行列  $i$  中に  $j$  個のパケットが存在する定常確率とする。

## 4.2 解析

まず、図3.1に示す個別処理システムにおける平均待ち時間と待ち行列の定常状態分布を導出する。この平均待ち時間については、B. A. Powell<sup>(13)</sup>により導出されているが、この方式では数値計算をすゝめにあつて、不便であるため、これよりカーニフ<sup>(14)</sup>の形で導出される別の方法で、平均待ち時間を導出する。ここでは、まず定常状態のTDMAの待ち行列分布を求め、これより平均待ち時間を導出する。前者はすでに導出されている<sup>(14)</sup>、これを $P(i, j)$ とすると、

$$\begin{aligned}
 P(i, j) &= (1 - K'(a)) / (1 - K'(a) + L'(a)) \\
 &= \frac{P(i, 0)}{j} \left\{ \frac{K^j(0) - jL^{(j-1)}(0)}{K(0)} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{K(0)} \sum_{k=1}^j \binom{j}{k} f^{(j-k)}(0) \right. \\
 &\quad \left. \times \left\{ \sum_{r=1}^k \binom{k}{r} h^{(r)}(0) \left( \frac{1}{h(0)} \right)^{(k-r)} \right\} \right\} \\
 &\quad j \geq 1
 \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 f^{(j)}(0) &= \begin{cases} -K^{(j)}(0) & j=0 \\ jL^{(j-1)}(0) - K^{(j)}(0) & j>1 \end{cases} \\
 h^{(j)}(0) &= \delta(a-j) - K^{(j)}(0) \\
 h(z) &= z - K(z) \\
 L'(a) &= (1 - \lambda_t) \exp(-\lambda_t(Nt - t)) + \\
 &\quad + (\lambda_t Nt - 1) \\
 &\quad + \{ \lambda_t Nt + (\lambda_t t - 1) / (1 - \exp(-\lambda_t Nt)) \} \\
 &\quad \times \frac{\exp(-\lambda_t(Nt - t))}{1 - \exp(-\lambda_t Nt)} \\
 K'(a) &= \lambda_t Nt \\
 L^{(j)}(0) &= \frac{(\lambda_t t)^{j+1} \exp(-\lambda_t Nt)}{j+1} \\
 &\quad \times \left[ (N-1)^{j+1} + (N+1)^{j+1} - 1 \right] \\
 &\quad \times \left[ \frac{\exp(-\lambda_t Nt)}{1 - \exp(-\lambda_t Nt)} \right] \\
 K^{(j)}(0) &= (\lambda_t Nt)^j \exp(-\lambda_t Nt) \\
 K(z) &= \sum_{k=0}^{\infty} z^k (\lambda_t t)^k \exp(-\lambda_t t) / k!
 \end{aligned}$$

次に、第 $i$ 局の平均待ち時間 $t_h(i)$ は、図々により次のように導出される。

今、第 $i$ 局にパケットが何も無い時、 $I_1$ 時点ではパケット①が到着すると、 $(N-2)$ 時間待つて、 $O_1$ 時点で送出される。この平均時間を $\theta_0$ とすると、

$$\begin{aligned}\theta_0 &= \frac{\lambda_i}{(1 - \exp(-\lambda_i N))} \int_0^N \exp(-\lambda_i x)(N-x) dx \\ &= \{N - (1 - \exp(-\lambda_i N))/\lambda_i\} / (1 - \exp(-\lambda_i N))\end{aligned}$$

また、パケット③は $I_3$ 時点に到着し、 $O_3$ 時点で送出されるが、これは、パケット③が到着した時の待ち行列の時間と $r$ の和の時間、待つ $r$ とに等しい。ここで $r$ は $M/G/1$ の残余寿命<sup>(15)</sup>に相当し、 $r$ は $r = N/2$ と等しい。

$$r = N/2$$

局 $i$ の平均待ち行列長を $g_h(i)$ とし、この待ち行列が0である確率を $P(i, 0)$ とすると、

$$t_h(i) = P(i, 0)\theta_0 + (1 - P(i, 0))N/2 + g_h(i)N$$

ここでトリルの公式により(4.12)から、 $g_h(i)$ を導出すると、

$$g_h(i) = \{P(i, 0)\theta_0 + (1 - P(i, 0))N/2\} / \{1/\lambda_i - N\}$$



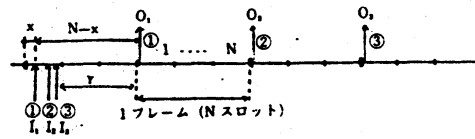


図4. パケットの送出

次に, C. F. 方式の待ち時間を導出する。システム中の各局の待ち行列長が  $(r_1, r_2, \dots, r_i, \dots, r_N)$  であった場合, C. F. 方式を適用することにより, 第  $i$  局では割り当てアルゴリズムによって, さらに  $h(i, \cdot)$  ( $0 \leq h(i, \cdot) \leq N-1$ ) 個スロットを使用できる。ここで  $h(i)$  は次のように示される。

$$h(i, r_1, r_2, \dots, r_i, \dots, r_N) \\ = r_i - A(i, r_1, r_2, \dots, r_i, \dots, r_N) - 1$$

ここで,  $A(i, \cdot)$  は, システム中の待ち行列長が  $(r_1, r_2, \dots, r_N)$  であった時, 割り当てアルゴリズムにより, 第  $i$  局で使用可能となった分を差し引いた残りのパケット数である。これは, 一般形で示すのが困難であるため, その導出アルゴリズムを付録 1 に示す。次に, 第  $i$  局が使用できる他局のスロット数の平均値  $\alpha(i)$  を求めると, これは  $(r_1, \dots, r_N)$  である時の  $h(i)$  に, 与える確率を掛けて和をとったものである。

$$\alpha(i) = \sum_{\{r_1, \dots, r_N\}} h(i, r_1, \dots, r_N) P(r_1, \dots, r_N)$$

ここで  $\sum_{\{r_1, \dots, r_N\}}$  は、システム中の各局の待ち行列が  $\{0, 0, \dots, 0\}$  から、 $\{N, N, \dots, N\}$  までのすべての場合について和をとることを示す。この場合、 $\{N, \dots, N\}$  の場合まで計算すればよいのは、少なくともこれより各局の待ち行列が大きい場合は、 $h(i, r_1, \dots, r_N)$  が 0 となるからである。また、 $P(r_1, \dots, r_N)$  は TDMA において、システム中の各局の待ち行列長が  $(r_1, r_2, \dots, r_N)$  となる確率で、これより各局が別の待ち行列長となる確率の積となるので、

$$P(r_1, r_2, \dots, r_N) = \prod_{i=1}^N P'(i, r_i)$$

$$P'(i, r_i) = \begin{cases} P(i, r_i) & 0 \leq r_i \leq N-1 \\ 1 - \sum_{r_i=0}^{N-1} P(i, r_i) & r_i = N \end{cases}$$

よって、C, F. 方式の平均待ち行列長  $g_c(i)$  とすると、

$$g_c(i) = g_h(i) - \alpha(i)$$

これに、リトルの公式を適用して、TDMA, C, F. 方式の平均待ち時間、 $t_h(i)$ ,  $t_c(i)$  を導出する。

$$t_h(i) = g_h(i) / \lambda_i$$

$$t_c(i) = g_c(i) / \lambda_i$$

そして、両方式のシステムの平均待ち時間、 $T_h, T_c$ , ムラヒツク  $\lambda$  を次のように定義する。

$$T_h = 1/N \sum_{i=1}^N t_h(i)$$

$$T_c = 1/N \sum_{i=1}^N t_c(i)$$

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^N \lambda_i$$

## 5. 数値例と考察

以上の結果の具体的な数値例を図5.1, 5.2, 5.3と5.4に示す。これらの図において, TDMAは図5.1での個別処理システムを表わしている。

図5.1と5.2は, システムに負荷される総トラヒックに対するシステム全体(局2から局5まで)におけるパケットの平均系滞在時間の特性を示している。同図より, 近似解と計算機シミュレーション結果がよく一致していること分かる。これは, 本稿での近似手法が, 平均値を議論する上では, 合理的であることを示している。

又, 図5.3と5.4は, それぞれ各局のトラヒックのアンバランスの度合が大きい場合と小さい場合, 各局における待ち行列長を通じたC.F.方式の効果を表わしている。

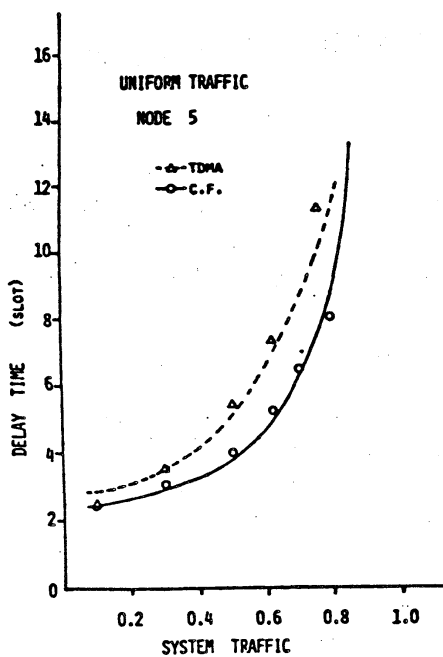


図5.1 均一トラヒック

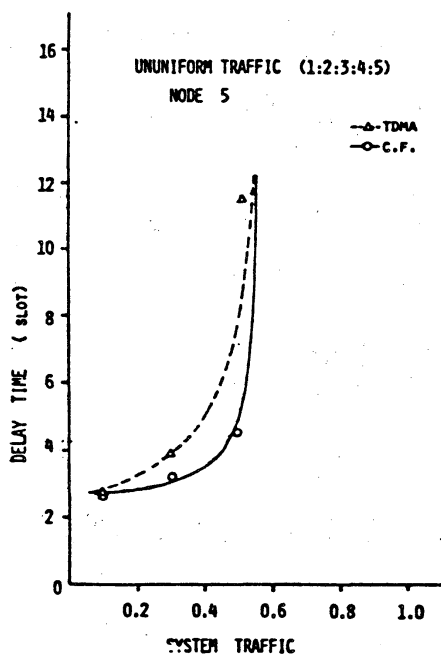


図5.2 不均一トラヒック

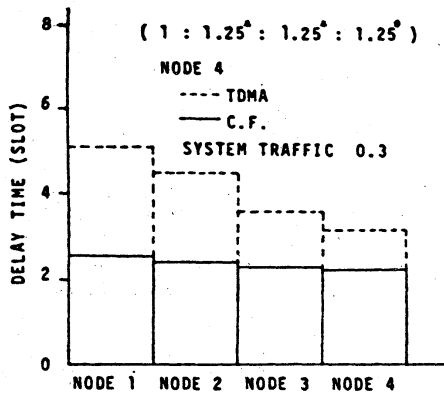


図 5.3 トラヒックの不均衡が  
小さい場合

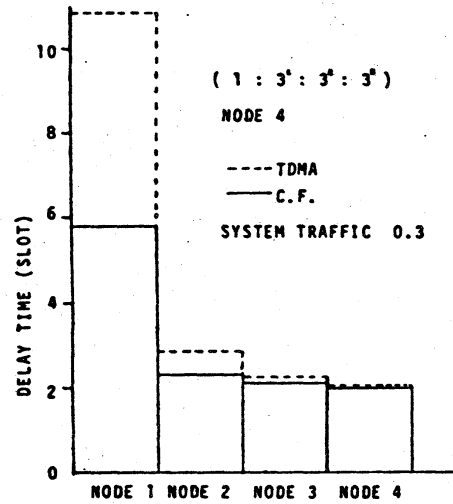


図 5.4 トラヒックの不均衡が  
大きい場合

## 6. おまじ

衛星回線を用いたパケット交換網におけるアクセス方式の一つである Conflict-Free ALOHA 方式の評価について検討した。この方式を待ち行列モデルで表現すると、複数サーバーの多重待ち行列システムとなる。このような待ち行列システムは、未だに解決の問題 (Open problems) として知られている。

本稿では、複数サーバーの多重待ち行列システムの近似解を与え、これにより C.F. 方式の定量的な評価式を導出した。又、計算機シミュレーションを行った結果、近似の有効性を確認した。以上のことから、本稿での近似手法は、平均値を議論する上では、合理的であると考えられる。

## [参考文献]

1. N. Abramson, : "The ALOHA system—another alternative for computer Communication", AFIPS Conf. Proc. NCC, Vol37 (1970)
2. S. Lam, : "Packet-switching in a slotted satellite channel", AFIPS Conf. Proc. NCC (1973)
3. W. Crowtber, : "A system for broadcast communication", 6th HICSS (1973)
4. 岡田, : "衛星パケット交換における Framed—アロハチャネルの解析と応用 FADRA 方式", 信学論(B) J60—B, 8, (1977. 8)
5. Robert, : "Dynamic allocation of satellite capacity through packet reservation", AFIPS Conference Proceeding, Vol.42 (1973)
6. Ono, : "The performance tradeoff of periodic reservation satellite channels for packet switching multi access system", Trans. IECE JapanE 63.2 Feb. (1980)
7. Binder, : "A dynamic packet-switching system for satellite broadcast channel", Proceeding of ICC—75 (1975)
8. Pickholtz, : "Analysis of a reservation multiple access technique for data transmission via satellite", IEEE Trans. Vol COM-27 Oct. (1979)
9. Imrich, : "BRAM: The Broadcast Recognizing Access Model", IEEE Trans. Commun. Vol COM-27, 8 Aug. (1979)
10. 斎藤, : "衛星データ通信における順次予約方式", 信学論(D) J 62—D, 3 (1979. 3)
11. 岩橋, : "通信衛星を用いたパケット交換方式に関する一考察", 信学会交換研資 SE 74—56 (1974. 12)
12. H. R. Hwa, : "A Conflict Free ALOHA System", Sydney ALOHA Working Paper 3 January 1975.
13. B. A. Powell, : "Queuing Systems With Enforced Idle Time",
14. 白鳥, 野口 : "ループコンピューターネットワークにおけるバック, リングについて", 信学論(D) J 59—D, 6 (1976. 6)