

DS-diagram の基本変形 II

上智大理工 横山和夫 (Kazuo Yokoyama)

東洋大工 山下正勝 (Masakatsu Yamashita)

短期共同研究: 多様体と Fake Surfaces, 京大数理解析研
講究録 524 (1984) において DS-diagram の基本変形の
いくつかを列挙したが, こゝではさらに G -変形と仮称する
次の基本変形: (0) \rightarrow (3) を追加する (図を参照のこと).

G -変形

(0) DS-diagram 内にあらわれる一対の面 (α^+, α^-) を標
的にする.

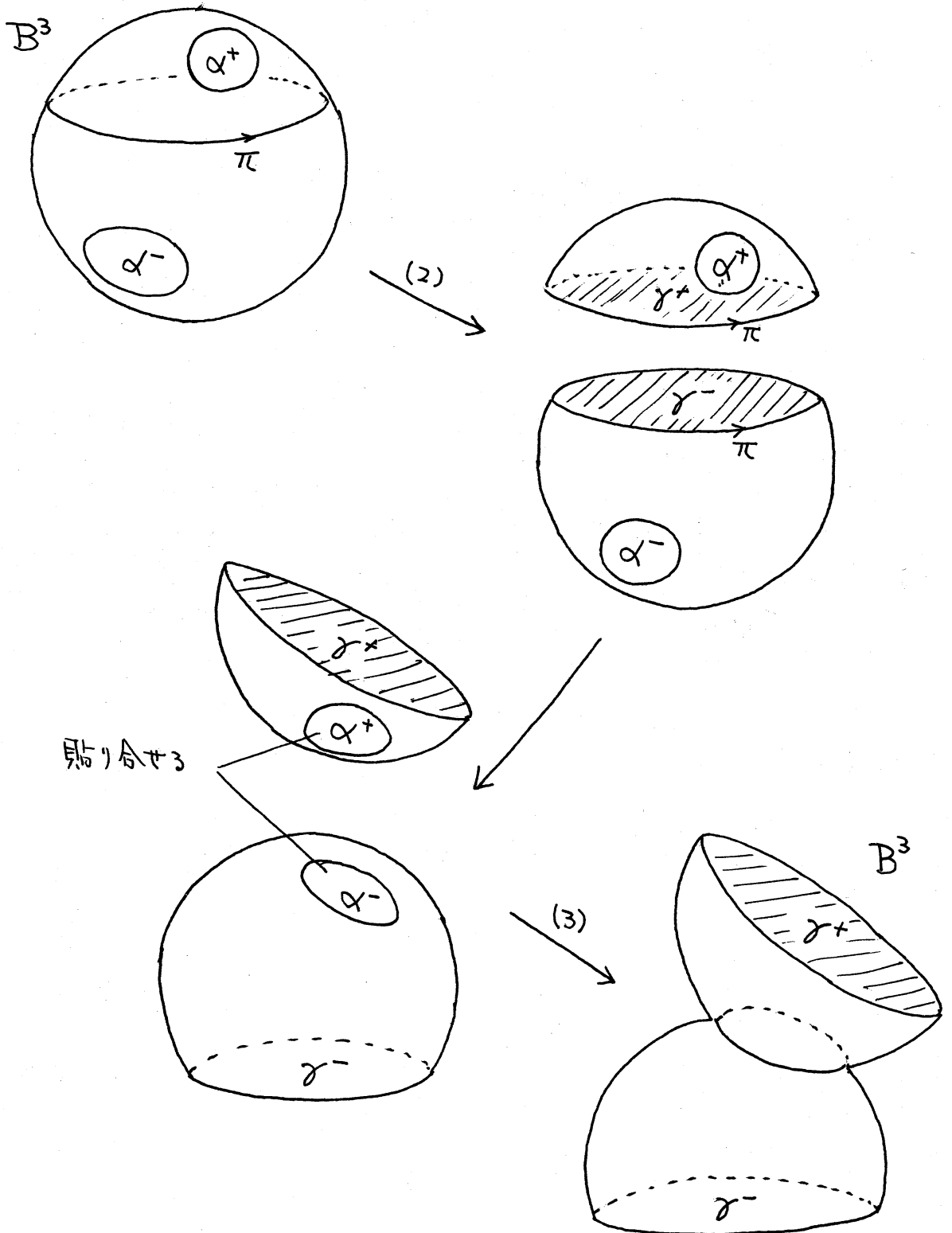
(1) α^+ と α^- を分離するような DS-graph 上の simple loop
 π を選ぶ.

(2) π を境界とする 2-disk γ で B^3 を cut する.

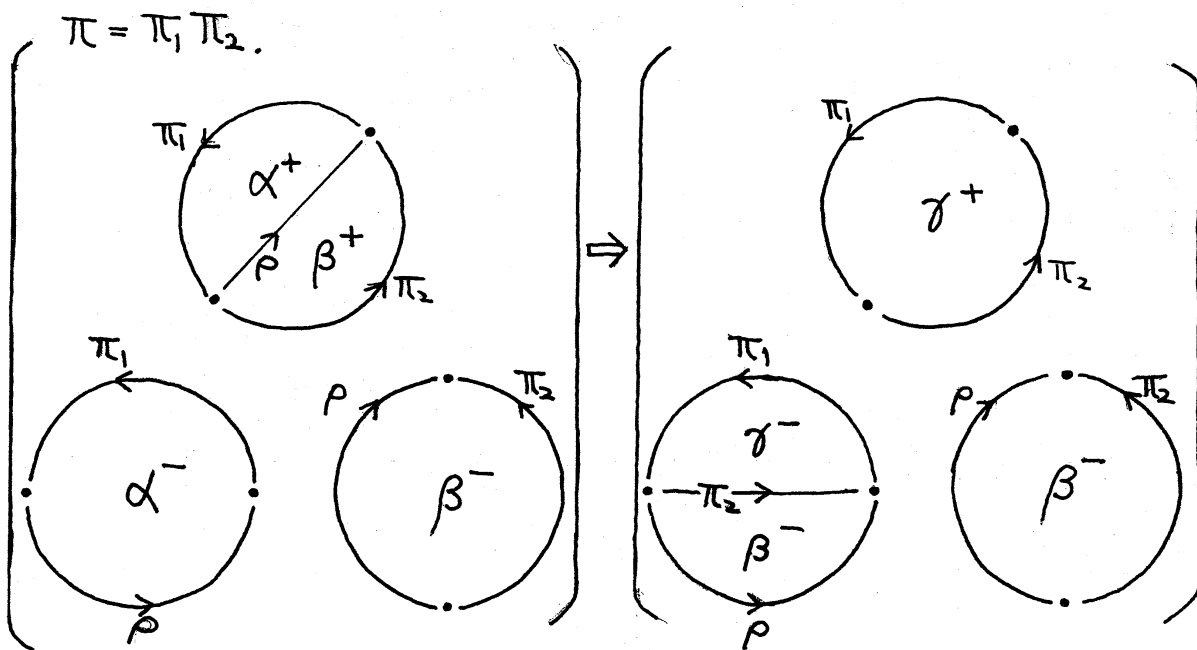
(3) 2つの 3-ball B_+^3 と B_-^3 を α^+ と α^- で貼り合わせる.

(注意) この G -変形で得られる新たな DS-diagram に
よって貼り合せの指定が再び (topological に) 一意であるため
には (2) で選ばれる π が或る種の対称性をもたないことを

要するが、これらの議論についてはまたの機会に詳述する。



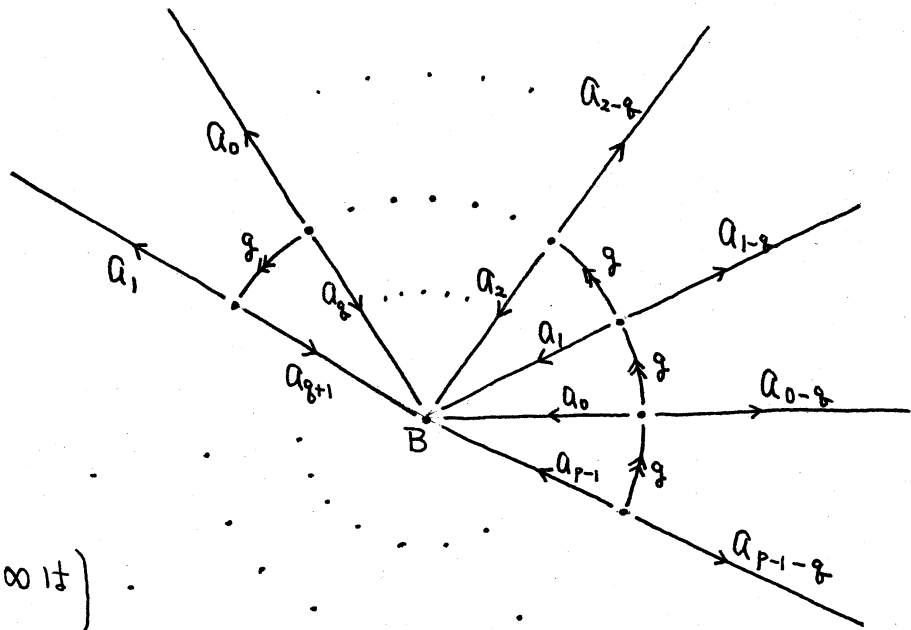
ここではとくに π が $\alpha^+ \cup \beta^+$ の境界となっている場合について考える。そのとき G -変形によって DS-diagram が変化するのは次の部分だけである：



この変形を $G(\alpha/\beta \rightarrow \gamma/\beta)$ で示すことにしよう。

冒頭で示した講究録 524 に池田裕司-井上善允両氏の手による Fake Surface から来た DS-diagram (頂点数は 2 以下) のリストがある。これは多くの Lens spaces を含んでいる。基本変形を用いてそれらを特定することを試みる。この記事の後半で詳述するが：たとえば $(2-5) = L(3,1)$ とあるのは池田-井上のリストにある番号 $(2-5)$ の DS-diagram が定める 3-manifold は $L(3,1)$ であることを示す。

定義



(無限遠方 ∞ は
頂点 B)

(添え文字は
mod P で考える)

なる DS-diagram から定まる 3次元多様体は (p, g) 型の
Lens space と呼ばれ、 $L(p, g)$ で示される。

池田 - 井上の DS-diagram のリストの中で Lens space に
なるものをまとめると次のようになる

$$L(2, 1) \text{ ----- } (2-4).$$

$$L(3, 1) \text{ ----- } (2-5), (2-10).$$

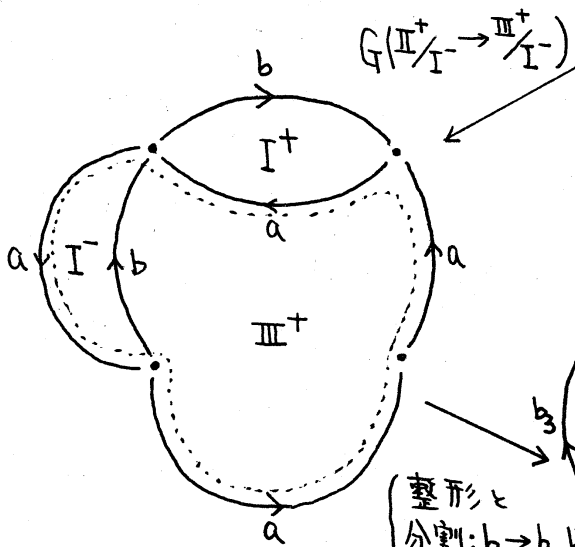
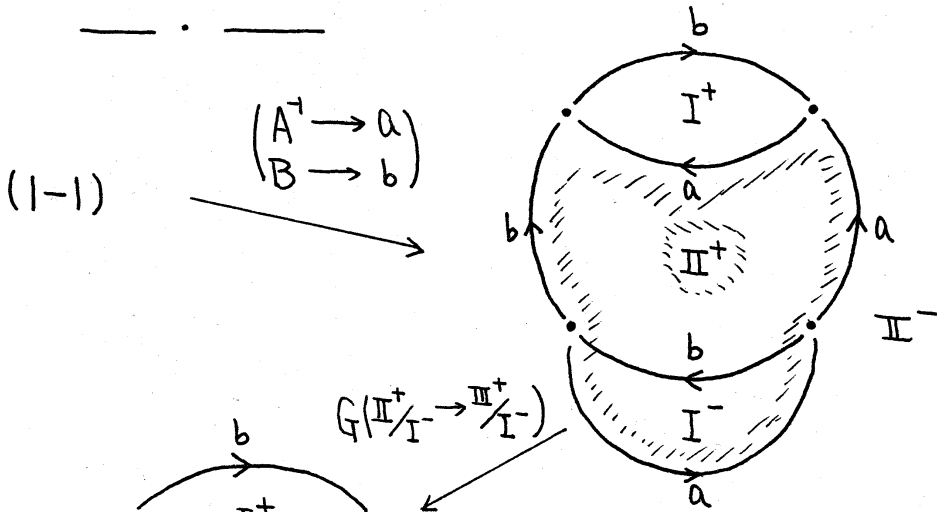
$$L(4, 1) \text{ ----- } (1-1).$$

$$L(5, 1) \text{ ----- } (2-11).$$

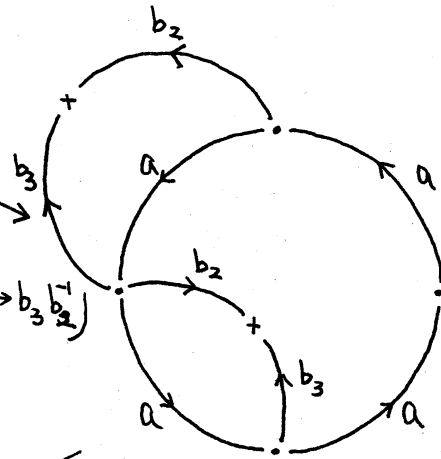
$$L(5, 2) \text{ ----- } (1-2).$$

$$L(7, 2) \text{ ----- } (2-8).$$

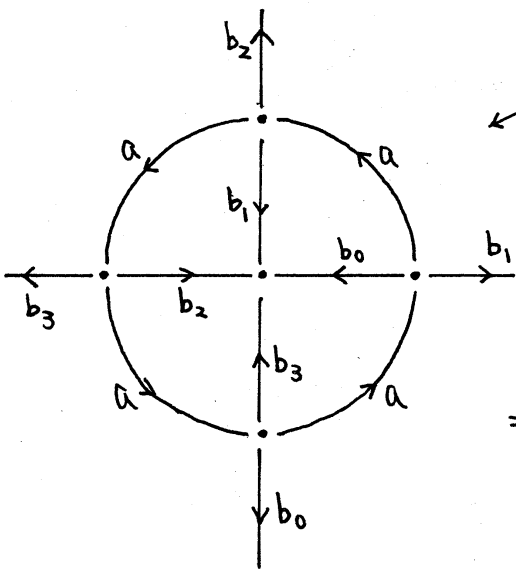
(*) $(1-1) = L(4,1).$



(整形と分割: $b \rightarrow b_3 b_2^{-1}$)

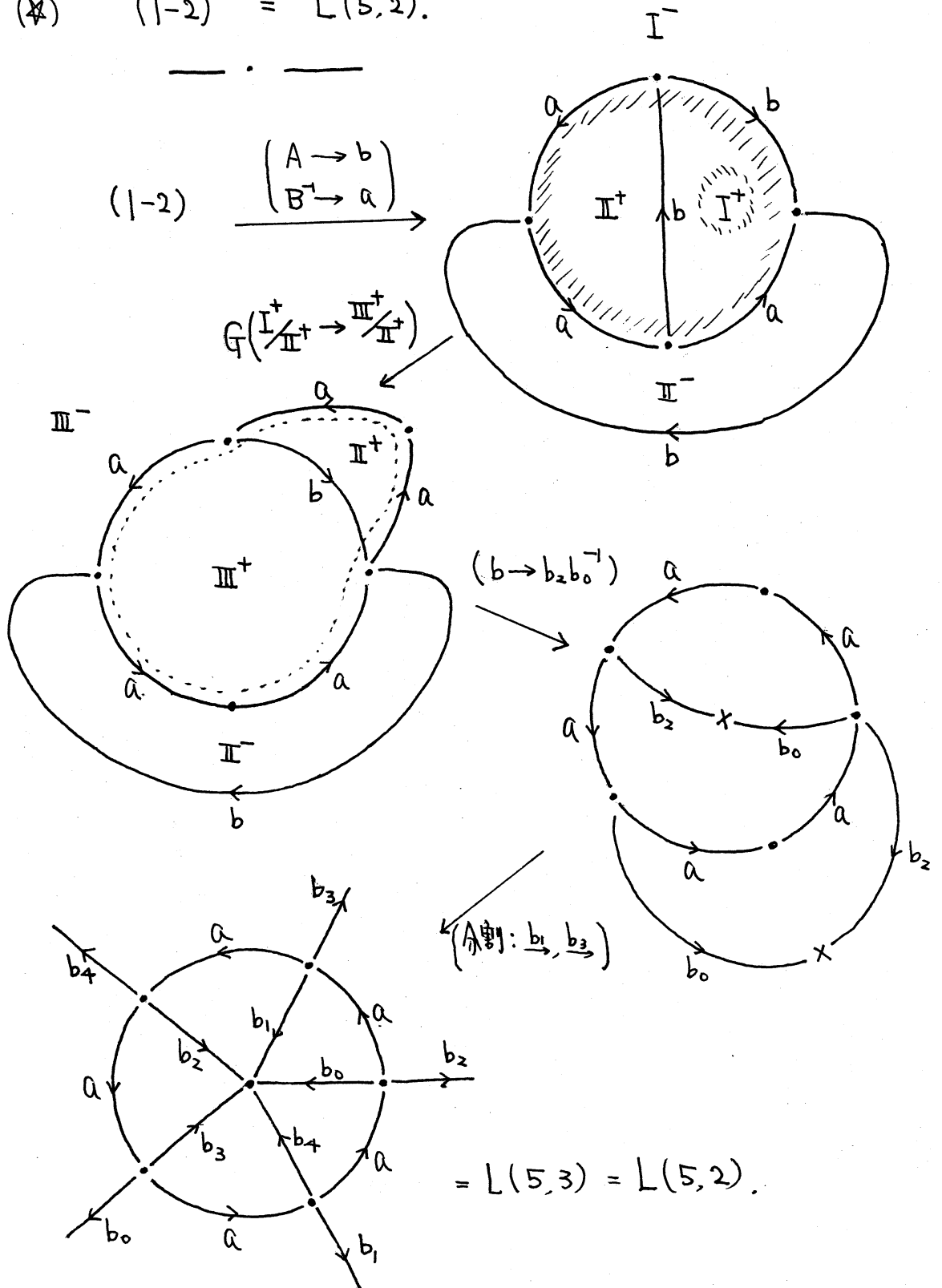


(分割: b_3, b_1)

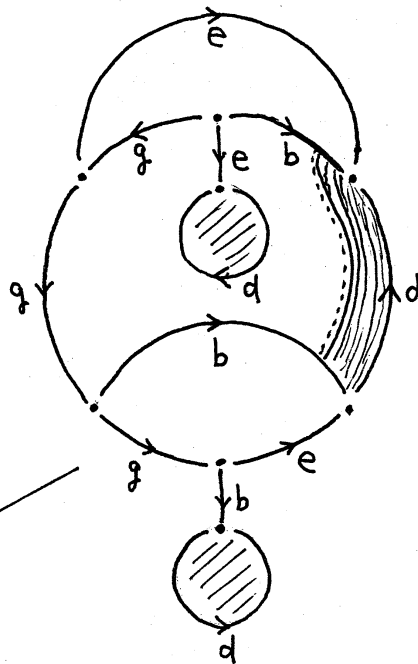
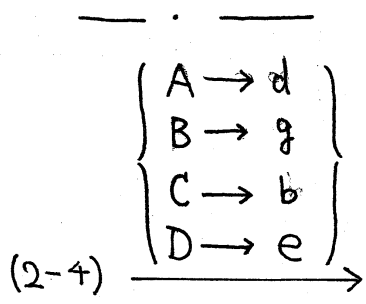


$= L(4,3) = L(4,1).$

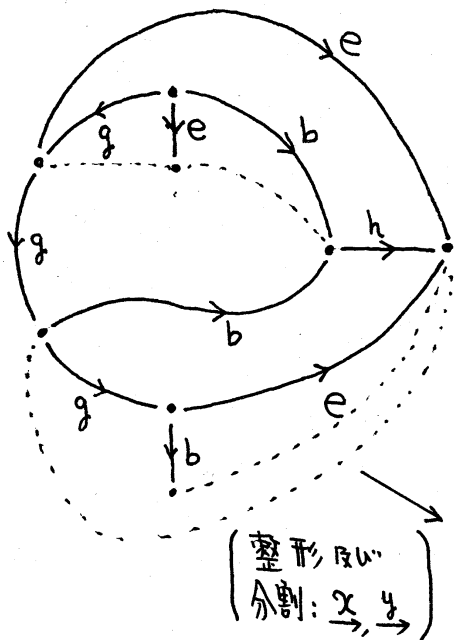
(*) $(1-2) = L(5, 2).$



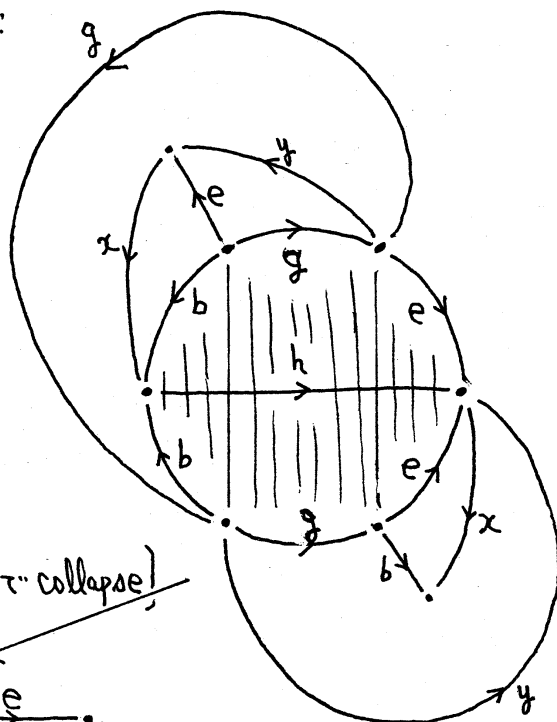
(*) (2-4) = L(2,1).



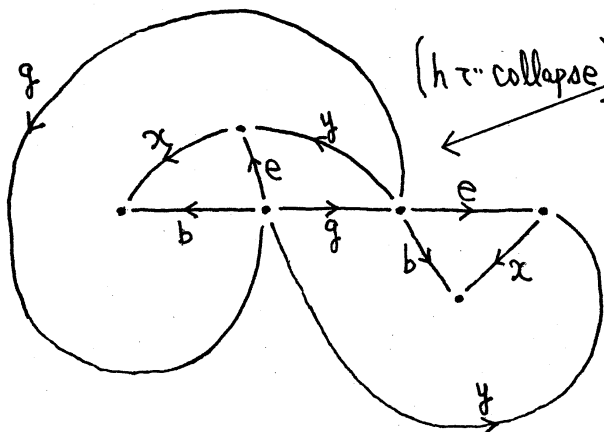
D_1 -变形



(整形及分割: x, y)

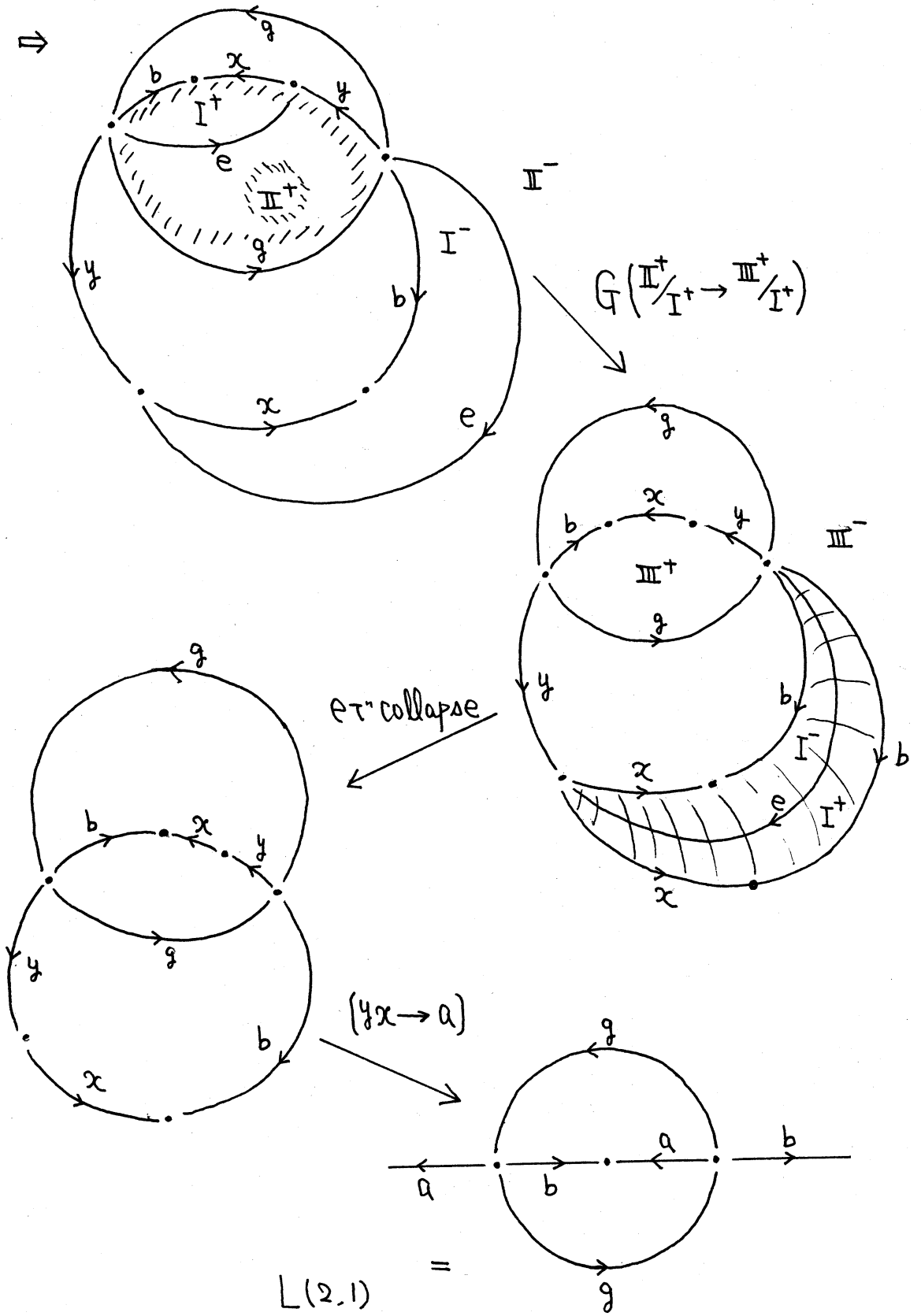


(h collapse)

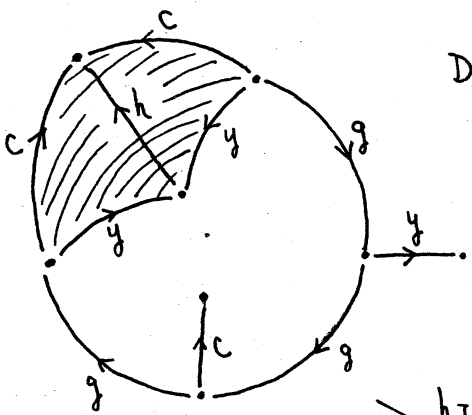
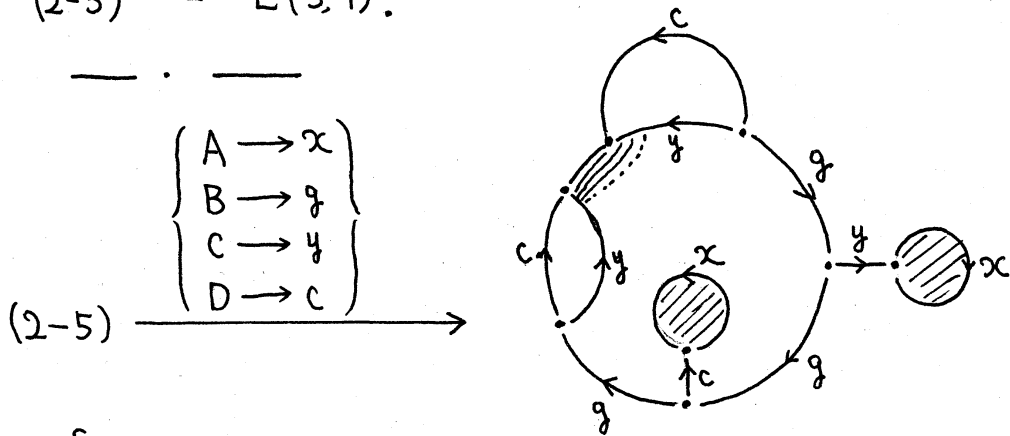


\Rightarrow 次頁

前頁 \Downarrow

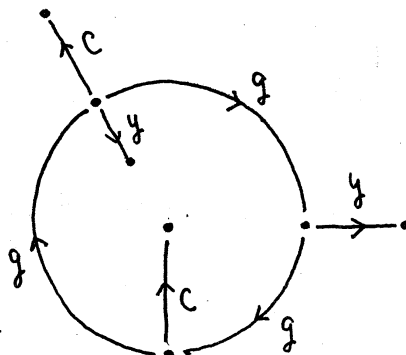


(*) (2-5) = L(3, 1).

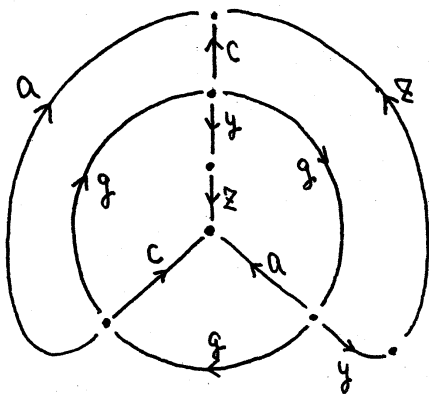


D_1 -变形

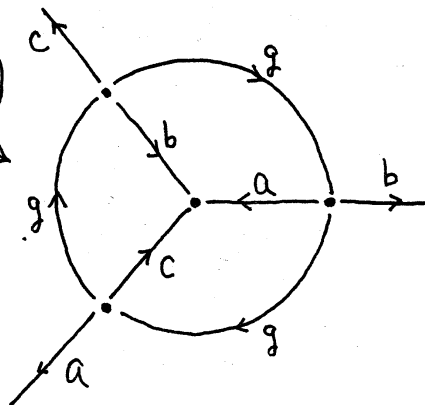
$h\tau$ -collapse



(分割: a, z)

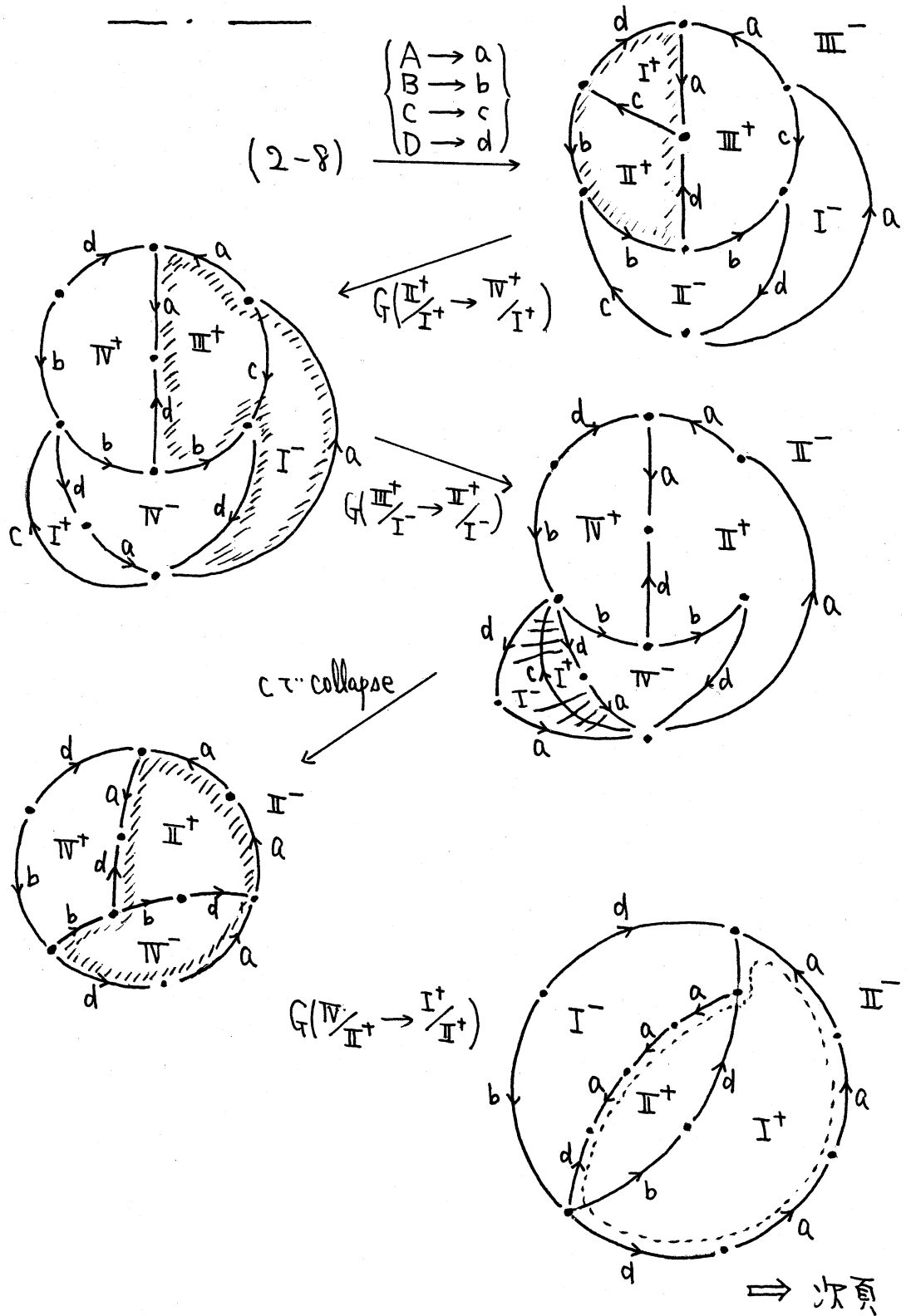


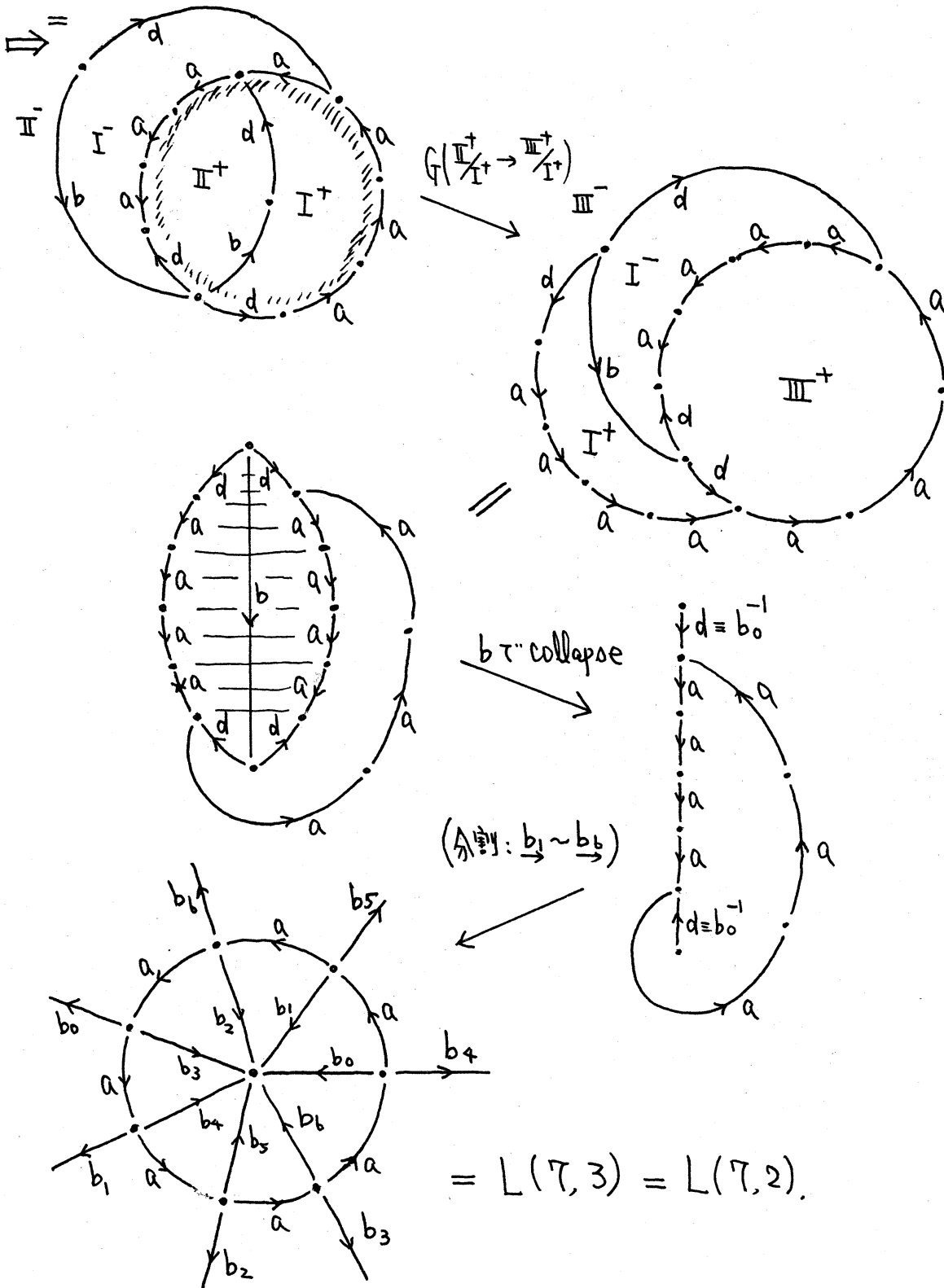
$(yz \rightarrow b)$



$L(3, 1) = L(3, 2) =$

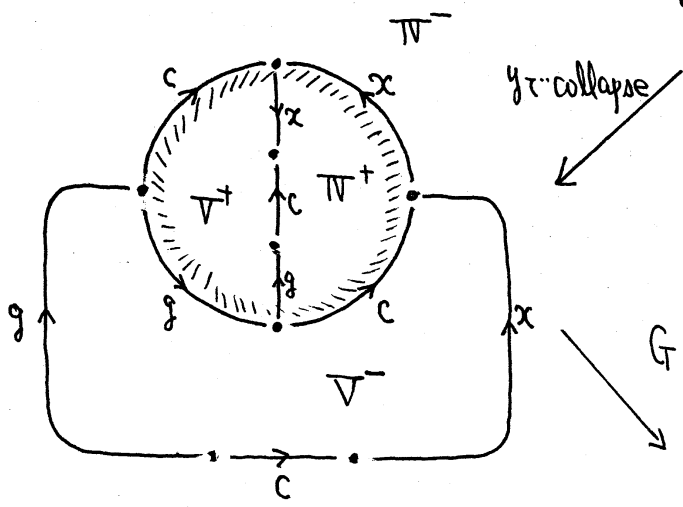
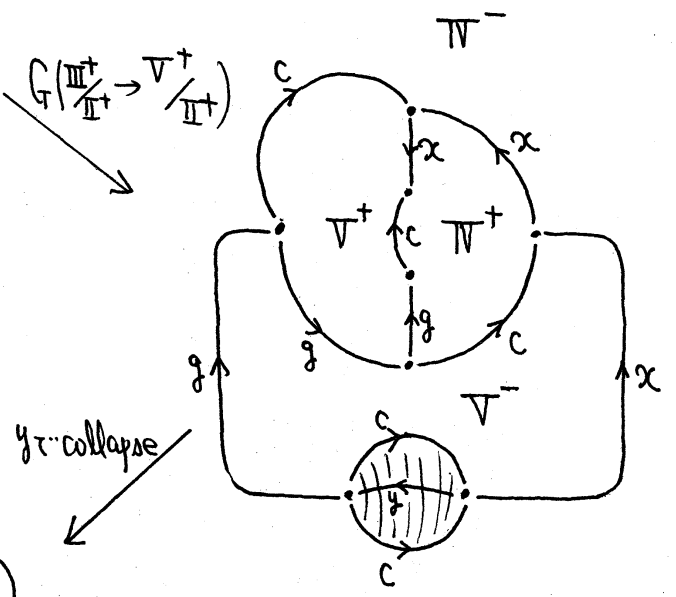
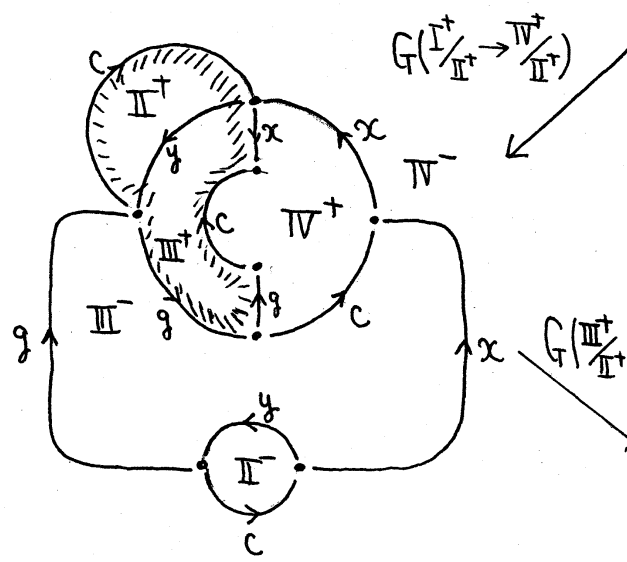
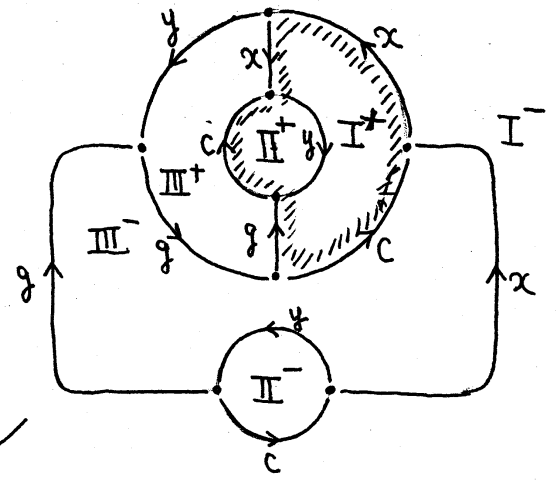
(*) (2-8) = L(7, 2).





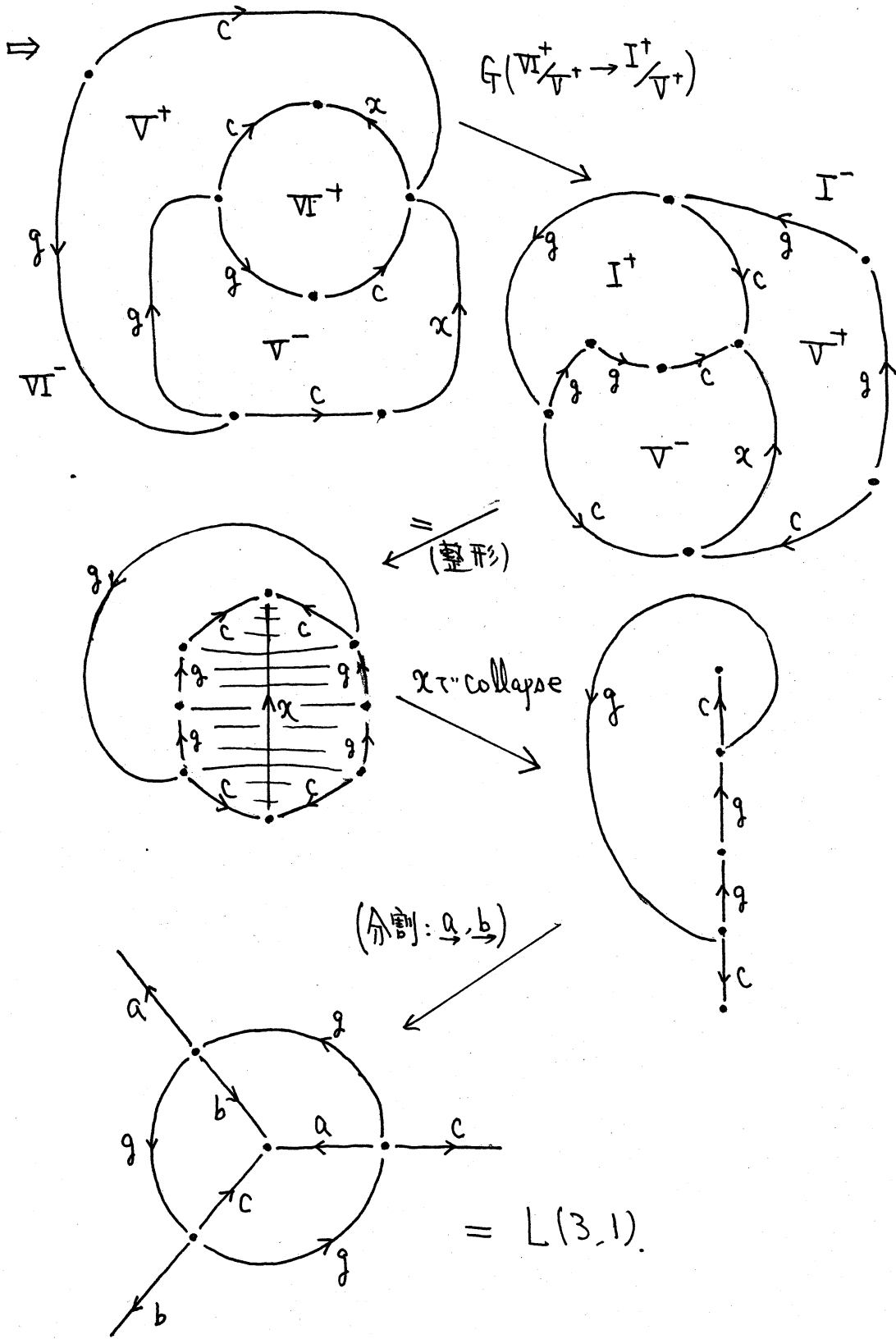
(*) (2-10) = L(3,1).

$$(2-10) \rightarrow \begin{cases} A \rightarrow g^{-1} \\ B \rightarrow x \\ C \rightarrow c \\ D \rightarrow y \end{cases}$$

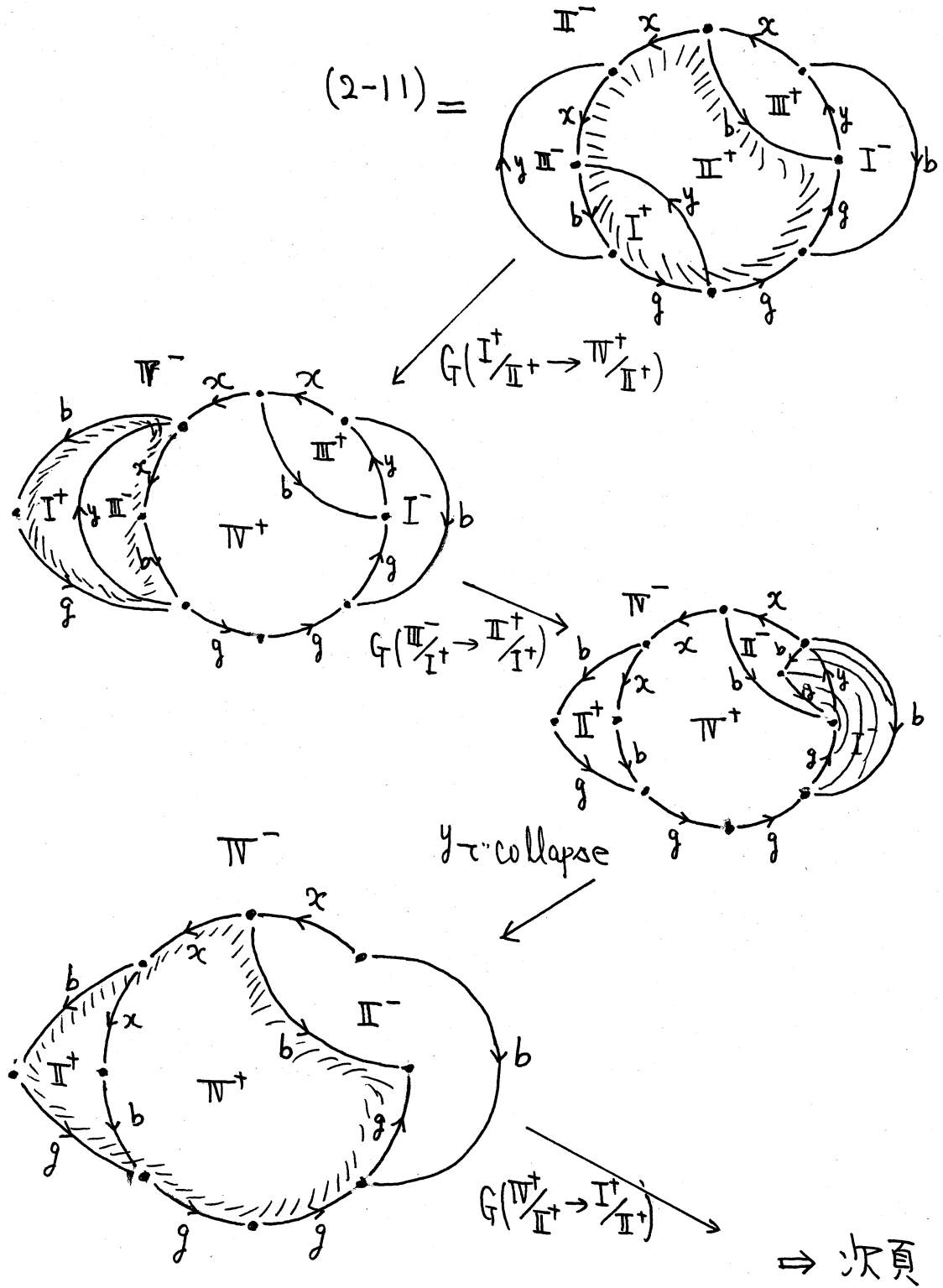


$G(IV^+_{V^+} \rightarrow VI^+_{V^+})$

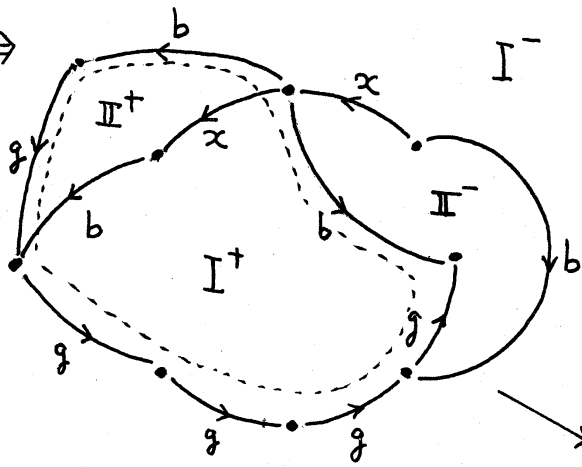
⇒ 次頁



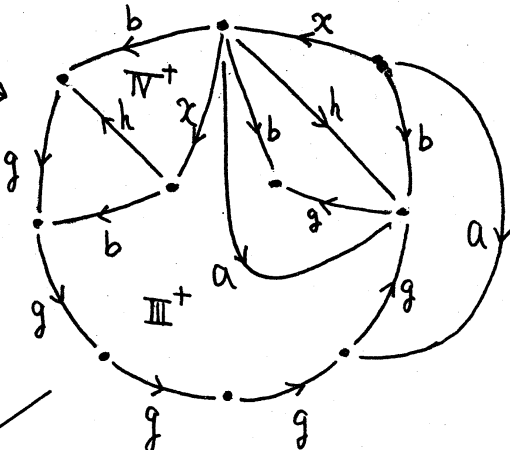
(*) (2-11) = L(5,1).



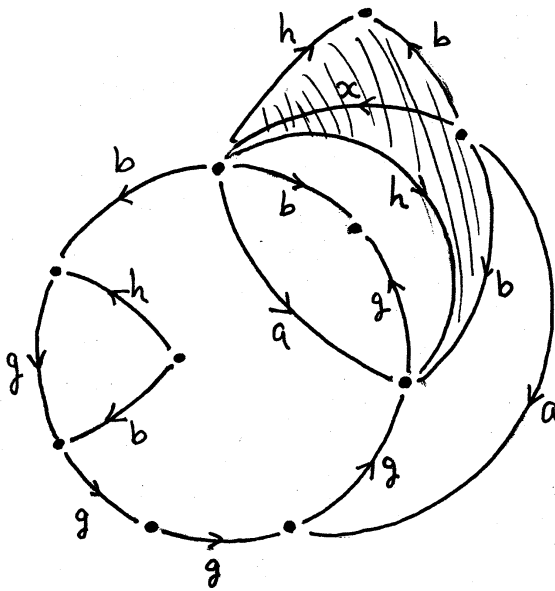
前頁 ⇒



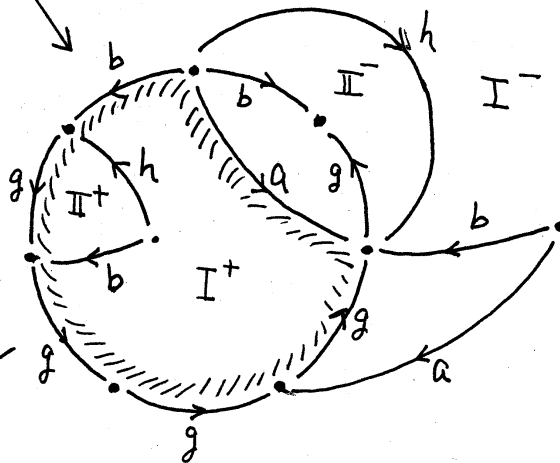
(整形及 U^-
分割: a, h)



$G(\frac{III^+}{IV^+} \rightarrow \frac{V^+}{III^+})$

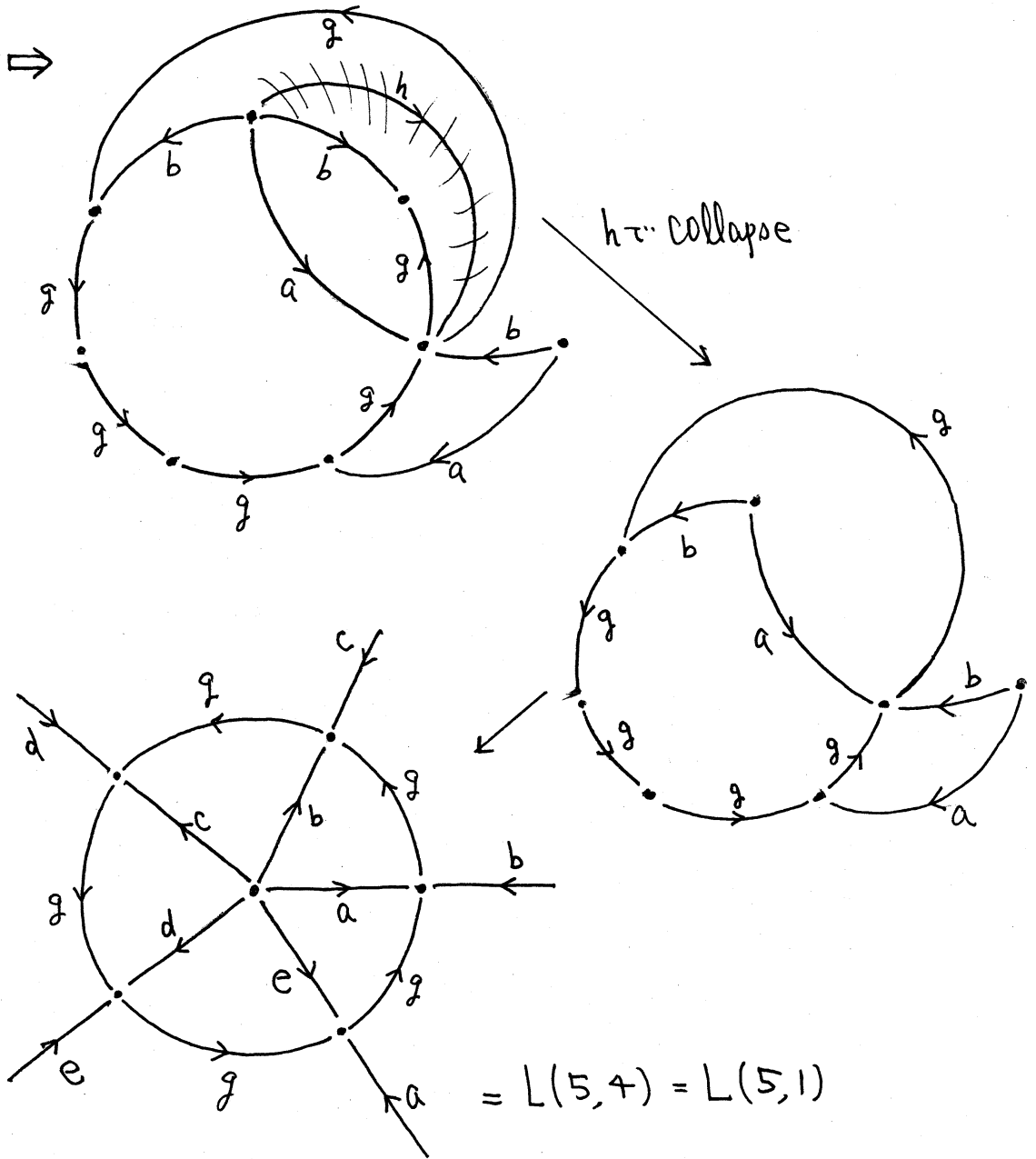


$\alpha\tau$ -collapse.



$G(\frac{I^+}{II^+} \rightarrow \frac{III^+}{II^+})$

次頁 ⇒



(完)