

Link の 2 変数多項式の μ SIMP/ μ MATH による計算

阪大理 村上 順

(Jyun Murakami)

Link の 2 変数多項式を求めるプログラムを μ SIMP/ μ MATH で作ったので紹介します。

特徴 このプログラムの特徴は、一度計算した多項式を憶えていることです。 μ SIMP/ μ MATH によるプログラミングはプログラムが数学的な定義にかなり近い形で書けることもあり、非常に生産性が高く、有用です。しかし、どうしても実行速度では、他のコンパイラ言語にはかないません。そこでメモリーや変数の管理に煩わされることなく、色々憶えていくことが出来るという LISP 系言語の特徴を生かして、実行速度を上げる工夫をしました。

プログラムリストの★の所を見て下さい。★1~★3 を加えるだけで、記憶するようになります。

★1 では、まず Link を表わす Braid 群の元の語を表わす list NORMALIZE(REDUCTION(REVERSE(LEX2, LEX1))) から COMPRESS という関数により、この list の要素を並べた名前を持つアトムを作り、EX3 に代入します。

★2 では、 $EVAL(EX3)$ により、 $EX3$ に代入されたアトム
 の値を調べます。そして、それが $EX3$ に代入されたアトムその
 ものとは違っていたら、それが求める多項式です。等しい時
 は、そのアトムにはまた何も代入されていないので、実際に、
 多項式を計算します。

そして★3で、いま求めた多項式を、 $ASSIGN$ を用いて、
 $EX3$ に入っているアトムの値とします。

この3つの steps により、コンピュータはどんどん賢くな
 ります。

使い方 まず、次のことをしておきます。

A> MUSIMP μ SIMP の起動

... カンマ、セミコロン 行末には改行キーを打て下さい。

? RDS(ARITH, MUS); RDS(ALGEBRA, ARI);

μ MATH のうち必要なものを読み込む。

? RDS(プログラムの入った file); プログラムの読み込み

? SAVE(ファイル名); 今の状態を保存する。

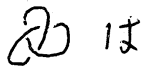
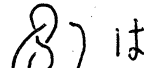
? SYSTEM(); μ SIMP/ μ MATH を終わる。

>A

これだけのことをしておくで、次からは以下の繰り返しで
 計算できます。

> A MUSIMP ファイル名 により以前に記憶した多項式
 _{クォーテーション・マーク} を計算機に入れます。そして
 ? LP(n, list); により多項式を求めます。最後は
 ? SAVE(ファイル名); により現在の状態を保存してから
 ? SYSTEM(); で終わります。
 > A

ここで、LP の引数に出てくる n は、Link を表わす Braid L の系の数から 1 をひいた整数です。また、 $list$ は、 L を生成元で表わしたものです。

$L = \sigma_{i_1}^{\varepsilon_1} \cdot \sigma_{i_2}^{\varepsilon_2} \cdots \sigma_{i_r}^{\varepsilon_r}$ ($\varepsilon_k = \pm 1$, $1 \leq i_k \leq n$) のとき
 ($\varepsilon_1 i_1, \varepsilon_2 i_2, \dots, \varepsilon_r i_r$) とします。例えば、 は
 系の数が 2 本で、 σ_1^3 とかける Braid で表現できるので、
LP(1, (1, 1, 1)); により多項式が求まるし、 は
 系が 3 本で、 $(\sigma_1 \sigma_2^{-1})^2$ と表わされるので、
LP(2, (1, -2, 1, -2)); で求まります。

皆さんも是非真似してみてください。

(参考)

Link の 2 変数多項式について
 muSIMP/muMATH について

別項の山田氏の記事
 muSIMP/muMATH の
 マニュアル

```
% Set EXPAND mode %
```

```
TRGEXPD: -2$
```

```
PWREXPD: 6$
```

```
NUMNUM: DENNEN: DENNUM: BASEXP: EXPBAS: 30$
```

```
NUMDEN: 0$
```

```
FUNCTION NORMALIZE (LEX1, %Local% LEX2, LEX3), % Get the smallest one of %
  LEX3: LEX2: LEX1, % the cyclic permutations %
  LOOP % of LEX1. %
    BLOCK
      WHEN ORDERED (LEX3, LEX2), LEX2: LEX3 EXIT,
    ENDBLOCK,
    LEX3: APPEND (REST (LEX3), LIST (FIRST (LEX3))),
    WHEN LEX1 = LEX3, EXIT,
  ENDLOOP,
  LEX2,
ENDFUN$
```

```
FUNCTION CONTAIN (N, %Local% EX1, LEX4 %Global LEX1, LEX2, LEX3%),
  LOOP % Search the first N in LEX3. %
    WHEN ATOM (LEX3), 0 EXIT, % N is not found.%
    WHEN ABS (EX1: POP (LEX3)) = N, % N is found. %
      LOOP % Search the nearest N-1 after the first N before second N.%
        WHEN ATOM (LEX3), PUSH (EX1, LEX2), 1 EXIT, % 2nd N isn't %
        WHEN ABS (FIRST (LEX3)) = N, % 2-nd N is found before N-1.%
          PUSH (EX1, LEX2), LEX1: APPEND (LEX3, LEX1), 2 EXIT,
        WHEN ABS (FIRST (LEX3)) = N - 1, % N-1 is found.%
          PUSH (EX1, LEX2),
        LOOP % Search 2-nd N.%
          WHEN ABS (EX1: POP (LEX3)) = N, % 2-nd N is found.%
            LEX1: APPEND (LEX3, LEX1), LEX3: FALSE,
            LOOP
              WHEN ATOM (LEX4), PUSH (EX1, LEX1), 2 EXIT,
              WHEN ABS (FIRST (LEX4)) = N - 1,
                LEX3: REVERSE (LEX4), PUSH (EX1, LEX1),
                LENGTH (LEX3) + 2 EXIT,
                PUSH (POP (LEX4), LEX1)
            ENDLOOP EXIT,
            PUSH (EX1, LEX4),
            WHEN ATOM (LEX3), LEX1: REVERSE (LEX4, LEX1), 1 EXIT
          ENDLOOP EXIT,
          PUSH (POP (LEX3), LEX2)
        ENDLOOP EXIT,
        PUSH (EX1, LEX2)
      ENDLOOP
  ENDFUN$
```

```
FUNCTION LP (N, LEX1),
  WHEN CHECK (N, LEX1), JONES0 (N, NORMALIZE (REDUCTION (LEX1))) EXIT,
  PRINTLINE ("Invalid data")
ENDFUN$
```

```

ACTION JONES0 (N, LEX3, %Local% LEX1, LEX2, EX1, EX2, EX3, ANS),
M: N,
LOOP
  WHEN ANS, EXIT,
  WHEN ZERO (N), 1 EXIT,
  WHEN ZERO (EX1: CONTAIN (M)),
    JONES0 (N - 1, REVERSE (LEX2, LEX1))*(-x - y) EXIT,
BLOCK
  WHEN EX1 = 1,
    N: N - 1, M: M - 1, LEX3: REVERSE (REST (LEX2), LEX1),
    LEX2: LEX1: FALSE EXIT,
  WHEN EX1 = 2,
    WHEN FIRST (LEX1) = FIRST (LEX2),
      ★1 EX3: COMPRESS (NORMALIZE (REDUCTION (REVERSE (LEX2, LEX1)))),
      ★2 WHEN NOT EX3 = (ANS: EVAL (EX3)), EXIT,
    BLOCK
      WHEN FIRST (LEX1) > 0,
        ANS:
          JONES0 (N, REVERSE (REST (LEX2), REST (LEX1)))*(-y/x)
          + JONES0 (N, REVERSE (REST (LEX2), LEX1))*(-1/x) EXIT,
        ANS: JONES0 (N, REVERSE (REST (LEX2), REST (LEX1)))*(-x/y)
          + JONES0 (N, REVERSE (REST (LEX2), LEX1))*(-1/y)
      ENDBLOCK,
      ★3 ASSIGN (EX3, ANS) EXIT,
    LEX3: REVERSE (REST (LEX2), REST (LEX1)), LEX2: LEX1: FALSE EXIT,
  WHEN EX1 = 3,
    PUSH (FIRST (LEX3), LEX1),
    WHEN FIRST (LEX2) * FIRST (PUSH (POP (LEX1), LEX2)) > 0,
      EX1: SIGN (POP (LEX1))* (M - 1), PUSH (POP (LEX2), LEX1),
      PUSH (POP (LEX2), LEX1), PUSH (EX1, LEX1), M: N,
      LEX3: REVERSE (LEX2, LEX1), LEX2: LEX1: FALSE EXIT,
    WHEN FIRST (LEX1) * FIRST (PUSH (POP (LEX2), LEX1)) > 0,
      EX1: SIGN (POP (LEX2))* (M - 1), PUSH (POP (LEX1), LEX2),
      PUSH (POP (LEX1), LEX2), PUSH (EX1, LEX1), M: N,
      LEX3: REVERSE (LEX2, LEX1), LEX2: LEX1: FALSE EXIT,
    ★1 EX3: COMPRESS (NORMALIZE (REDUCTION (REVERSE (LEX2, LEX1)))),
    ★2 WHEN NOT EX3 = (ANS: EVAL (EX3)), EXIT,
    PUSH (-POP (LEX1), LEX1),
    BLOCK
      WHEN FIRST (LEX2) < 0,
        ANS: JONES0 (N, REVERSE (LEX2, REST (LEX1)))*(-1/x)
          + JONES0 (N, REVERSE (LEX2, LEX1))*(-y/x) EXIT,
        ANS: JONES0 (N, REVERSE (LEX2, REST (LEX1)))*(-1/y)
          + JONES0 (N, REVERSE (LEX2, LEX1))*(-x/y)
      ENDBLOCK,
    ★3 ASSIGN (EX3, ANS) EXIT,
  M: M - 1
ENDBLOCK
ENDLOOP
)FUN$

```

```

ACTION CHECK (N, LEX1),
LOOP
  WHEN ATOM (LEX1) EXIT,
  WHEN ABS (POP (LEX1)) > N, FALSE EXIT
ENDLOOP
)FUN$

```

% If LEX1 contains an element %
 % whose absolute value is %
 % greater than N, then FALSE, %
 % else TRUE %

```

FUNCTION REDUCTION (LEX1, %Local% LEX2),          % Change the word LEX1 %
LOOP                                             % to its reduced word %
  WHEN ATOM (LEX1), LEX1: REVERSE (LEX2) EXIT, % -1 %
  LOOP                                           % u.g.g.v --> u.v %
    WHEN NOT FIRST (PUSH (POP (LEX1), LEX2)) = -FIRST (LEX1), EXIT,
      POP (LEX1), POP (LEX2),
      WHEN ATOM (LEX2) EXIT,
      WHEN ATOM (LEX1) EXIT,
    ENDLLOOP
  ENDLLOOP                                     % -1 %
LOOP                                           % g.w.g --> w %
  WHEN ATOM (LEX1), EXIT,
  WHEN ATOM (REST (LEX1)) EXIT,
  LEX2: LEX1,
  LOOP
    WHEN ATOM (RREST (LEX2)), EXIT,
    POP (LEX2)
  ENDLLOOP,
  WHEN NOT (FIRST (LEX1) = -FIRST (REST (LEX2))) EXIT,
  POP (LEX1), REPLACER (LEX2, FALSE)
ENDLOOP,
LEX1
ENDFUN$

```

```

FUNCTION SIGN (X),
  WHEN X > 0, 1 EXIT,
  -1
ENDFUN$

```

```
RDS O $
```