

対称デザイングラフ

甲南大 理 伊藤 昇

(Noboru Ito)

対称デザインの存在と分類を代数的グラフの枠組のまゝで考察することを提起したい。詳細は [1] を準備中なので、ここでは定義と基本的な質問を述べるだけにする。

サイズ v の ± 1 バクトル全部の集合 V は成分毎乗法により位数 2^v の基本アーベル群を作る。 V を頂点集合とし、2頂点 u, v は内積 (u, v) が $v - 4n$ に等しいとき隣接であるとしてグラフを構成する。ここで $v > k > \lambda > 0$ は自然数で $n = k - \lambda$ である。 u の -1 という成分の個数を u の重さと呼ぶ。 V の単位元 j (全1バクトル) をふくむ連結成分は重さが偶数である V のバクトル全部の作る部分群 E に等しい。 j の近傍は重さ $2n$ のバクトル全部の集合 W_{2n} である。 E は W_{2n} で生成されるので、 E は W_{2n} による共役類グラフである。したがって E のスペクトラムは E の既約群指標を使って計算出来る。また V および E の自己同型群も決定されるが、 $v = 4n$ のときは例外的に大きくなることも見易い。

さて対称デザインは W_k の頂点からできている位数 v の完

全部分グラフとして定義される。したがって基本的な質問は
まづつぎの2つである。

[I] V に位数 v の全部分グラフが存在するために、
 n が満足すべき必要充分条件は何か？

[II] [I] が解答されたとき、対称デザインが存在も保証
されるのであるか？

分類問題の才は V の自己同型群を W にぶくまれる位数 v の
全部分グラフの集合上に働かせるときのオービットの個
数を求めることに帰する。

このグラフは基本的なものと思はれるので、その他色々な
性質を求めることも面白いのではあるだろうか？

[1] N. Ito, Symmetric design graphs
(in preparation)