数理解析研究所講究録
第570巻 1985年 57-71

On the associated cycles of modules with highest weight

東北大 理　斎藤 睦 (Mutsumi Saito)

§0. 序

有限次元の複素半単純Lie環$\mathfrak{g}$の universal enveloping algebra を$U(\mathfrak{g})$とする。この時、trivial central character を持ち、更に highest weight を有する単純$U(\mathfrak{g})$-module L_w ($w \in W$, Wはワイル群) の associated cycles を計算するという問題は、Springer 表現の基底の取り方に関する問題や、$U(\mathfrak{g})$ の primitive ideals を幾何学的に分類するという問題などと関連して重要である。

この小文では、L_w ($w \in W$) の associated cycles の評価と関連して、$\mathfrak{g}$の巾零軌道$\mathcal{O}$と$\mathfrak{g}$の極大巾零部分環$\mathfrak{n}$との交わり方について言及する。即ち、§3に於いて、$\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$の時、スキーム論的 intersection $\mathcal{O} \times_{\mathfrak{g}} \mathfrak{n}$が、放物型と呼ばれる既約成分上で generically reduced にな

る為の充分条件を与える。

§1. <u>associated cycle</u>

この節では、associated cycle の定義を与える。

<u>定義</u> Y を nonsingular variety とし、$\mathcal{O}_Y$ をその structure sheaf とする。又、$\mathfrak{M}$ を $\mathcal{O}_Y$-coherent module とし、C を $\mathrm{Supp}(\mathfrak{M})$ の既約成分の一つとする。y を C の generic point とした時、stalk $\mathcal{O}_{Y,y}$ の部分集合 S を次で定める。

$$S := \left\{ f \in \mathcal{O}_{Y,y} \;\middle|\; \begin{array}{l} f \text{ が定義されている } y \text{ の任意の} \\ \text{近傍 } U \text{ に関し、} f \text{ は } C \cap U \text{ 上} \\ \text{vanish しない。} \end{array} \right\}$$

この時、$S^{-1}\mathfrak{M}_y$ は有限の長さを持つ $S^{-1}\mathcal{O}_{Y,y}$-module である事が容易に確かめられる。この長さを $\mathfrak{M}$ の C 上の重複度と云い、$m_C(\mathfrak{M})$ と記す。

<u>定義</u> M を有限生成 $U(\mathfrak{g})$-module とし、$\{m_1, \cdots, m_s\}$ をその生成元の集合とする。$U(\mathfrak{g})$ には、自然な filtration $\{U(\mathfrak{g})_n\}$ が入っているので、これを使って、M に filtration $\{M_n = \sum_{i=1}^{s} U(\mathfrak{g})_n m_i\}$ を入れる。この filtration に関する graded module を $\mathrm{gr}M$ と書けば、これは有限生成 $\mathrm{gr}U(\mathfrak{g})$-module であるが、Poincaré-

Birkhoff-Witt の定理を使えば、$gr M$ は $\mathbb{C}[\mathfrak{g}^*]$-module と見なすことができる。但し、$\mathbb{C}[\mathfrak{g}^*]$ は $\mathfrak{g}$ の dual space $\mathfrak{g}^*$ の関数環である。更に、$\mathfrak{g}$ は半単純だから Killing form によって、$\mathfrak{g}$ と $\mathfrak{g}^*$ は同一視できる。その上、$\mathfrak{g}$ は affine variety だから、結局、$gr M$ は $\mathcal{O}_{\mathfrak{g}}$-coherent module と思う事ができる。この時、M の associated variety $V(M)$ を次で定義する。

$$V(M) := \mathrm{Supp}(gr M) \subset \mathfrak{g}$$

更に、algebraic cycle として、M の associated cycle $\tilde{V}(M)$ を次で定義する。

$$\tilde{V}(M) := \sum_{C} m_C(gr M)[C]$$

（但し、C は $V(M)$ の既約成分を渡る。）

<u>注意</u> $V(M)$ は、$\mathbb{C}[\mathfrak{g}]$ における $gr M$ の annihilator $\mathrm{Ann}(gr M)$ の零点集合と一致する。

<u>注意</u> $V(M)$ と $\tilde{V}(M)$ は生成元の取り方に拠らない。即ち、well-defined である。

§2. highest weight module の associated variety

以後、$\mathfrak{g}$ の Borel subalgebra $\mathfrak{b}$ と、$\mathfrak{b}$ に含まれる $\mathfrak{g}$ の Cartan subalgebra $\mathfrak{h}$ を、それぞれ一つずつ fix する。この時、$\mathfrak{h}$ に関する Weyl 群を W，$(\mathfrak{b}, \mathfrak{h})$ に関する

positive roots全体の集合をΔ^+と記す事にする。

<u>命題</u> Mは有限生成$U(\mathfrak{g})$-module であって、更に、$\mathfrak{b}$-locally finite であるとする。この時、

$$V(M) \subset \mathfrak{n}$$

但し、$\mathfrak{n}$は$\mathfrak{b}$の nilpotent radical とする。

(証明) Mは$\mathfrak{b}$-locally finite だから、Mの$\mathfrak{b}$-不変な有限次元部分空間M_0があって、$M = U(\mathfrak{g})M_0$となる。$M_n := U(\mathfrak{g})_n M_0$とおいて、この filtration に関して graded module $\mathrm{gr}\,M$を考える。各M_nは$\mathfrak{b}$-不変だから、

$$\mathfrak{b}\mathbb{C}[\mathfrak{g}] = \mathrm{gr}\,\mathfrak{b}U(\mathfrak{g}) \subset \mathrm{Ann}(\mathrm{gr}\,M)$$

である。一方、Killing form に関して、$\mathfrak{b}$に直交する subspaceは$\mathfrak{n}$である。故に、$\mathfrak{b}\mathbb{C}[\mathfrak{g}]$は$\mathfrak{n}$の定義 idealである。従って、$V(M) \subset \mathfrak{n}$を得る。 (証明終)

<u>注意</u> 特に、highest weight module は$\mathfrak{b}$-locally finite だから、その associated variety は$\mathfrak{n}$に含まれる。

今、$\rho \in \mathfrak{h}^*$を、$\rho = \frac{1}{2}\sum_{\alpha \in \Delta^+} \alpha$で定義する。任意の$w \in W$について、$-w(\rho)-\rho$を highest weight として持つ単純$U(\mathfrak{g})$-module を$L_w$と書く事にする。すると、任意の trivial central character を持つ highest weight module Mについて、よく知られている様に、MはJordan-Hölder series を持ち、その素因子は全て L_w $(w \in W)$ と同型である。従って、$\tilde{V}(M)$ を考える為には、$\tilde{V}(L_w)$ を考えれば良い。

G を、$\mathfrak{g}$ を Lie 環として持つ連結線形代数群とする。又、B を、$\mathfrak{b}$ を Lie 環として持つ G の Borel subgroup とする。

一般に、有限生成 $U(\mathfrak{g})$-module M の associated variety は、M の "characteristic variety" の moment map による像であるという事実を使えば、次が判かる。

<u>定理1</u> ([2]) 任意の $w \in W$ に関し、W の部分集合 $\Sigma(L_w)$ が存在し、

$$V(L_w) = \bigcup_{y \in \Sigma(L_w)} \overline{B(\mathfrak{n} \cap {}^y\mathfrak{n})}$$

である。但し、${}^y\mathfrak{n}$ は、$\mathfrak{n}$ の y による conjugate とする。

<u>定理2</u> ([10], [11]) 任意の $w \in W$ について、u を $\mathfrak{n} \cap {}^w\mathfrak{n}$ の generic point とすると、$\overline{B(\mathfrak{n} \cap {}^w\mathfrak{n})}$ は $\overline{O_u \cap \mathfrak{n}}$ の既約成分である。但し、O_u は、u を通る G-orbit とする。

(証明) $\mathfrak{n} \cap {}^w\mathfrak{n}$ の中に、O_u は dense に入っているから、

$$\overline{B(\mathfrak{n} \cap {}^w\mathfrak{n})} \subset \overline{O_u \cap \mathfrak{n}}$$

である。従って、あと

$$\dim B(\mathfrak{n} \cap {}^w\mathfrak{n}) \geqq \dim O_u \cap \mathfrak{n}$$

を云うと良い。よく知られている様に、$\mathfrak{n} \cap O_u$ は equidimensional で

$$\dim \mathfrak{n} \cap O_u = \frac{1}{2} \dim O_u$$

である。ところで、πを旗多様体 $X = G/B$ の cotangent bundle T^*X から$\mathfrak{g}$への moment map とし、$T^*_{X_w}X$ を Schubert cell X_w の X における conormal bundle とすると、任意の $w \in W$ について、

$$\pi(T^*_{X_w}X) = B(\mathfrak{n} \cap {}^w\mathfrak{n})$$

である。今、π_wをπの $T^*_{X_w}X$ への制限とすると、

$$\dim \pi_w^{-1} u \leq \dim \pi^{-1} u$$

であるが、$\pi^{-1}u$ については、昔から良く研究されており、

$$\dim \pi^{-1} u = \dim X - \frac{1}{2} \dim O_u$$

である事が知られている。従って、

$$\dim B(\mathfrak{n} \cap {}^w\mathfrak{n}) \geqq \frac{1}{2} \dim O_u$$

を得る。　　　　　　　　　　　　　　　　　　（証明終）

更に、Gabber は次の結果を示した。

<u>定理3</u>（[5]）任意の $w \in W$ について、$V(L_w)$ は、equidimensional。

今、任意の $w \in W$ について、$I_w := U(\mathfrak{g})/\mathrm{Ann}\, L_w$ とおくと、次が成立する。

<u>定理4</u>（[1], [9]）任意の $w \in W$ について、或る巾零軌道Oが存在して、

$$V(I_w) = G\,V(L_w) = \overline{O}$$

となる。

数年前から次の予想が在った。

<u>予想</u>（[2], [4], [7]）任意の $w \in W$ に対し、$V(L_w)$ は既約である。

ところが、この予想に関しては、1984年夏、谷崎氏が B_3 型及び C_3 型において反例があることを示した（[12]）。従って、現在では、"A_n型において"という条件付きの予想となっている。

§3、<u>$\mathcal{O}\times_{\mathfrak{g}}\mathfrak{n}$ の被約性</u>

§2で述べた事実より、任意の $w \in W$ について、或る巾零軌道 $\mathcal{O}$ が存在し、

$$\tilde{V}(\mathcal{U}_w) = m_w[\bar{\mathcal{O}}] \quad (m_w \in \mathbb{Z}_{>0})$$

かつ、

$$\tilde{V}(L_w) = \sum_{C} m_{C,w}[C] \quad (m_{C,w} \in \mathbb{Z}_{\geq 0})$$

となる事が判った。但し、C は $\overline{\mathcal{O}\cap\mathfrak{n}}$ の既約成分を渡る。我我は、$m_{C,w}$ を計算したいのだが、それでは問題が難しすぎるので、先ず $m_{C,w}$ を m_w で評価することを考える。こういう観点から、巾零軌道 $\mathcal{O}$ と $\mathfrak{n}$ との交わり方を調べるという問題が生じてくる。言い直せば、次の様な問題である。

<u>問題</u>（[3]）　$\mathcal{O}$を巾零軌道とする。この時、$\mathcal{O}$と$\mathfrak{n}$とのスキーム論的 intersection $\mathcal{O}\times_{\mathfrak{g}}\mathfrak{n}$は、generically reduced であるか。

筆者自身の力不足の為、$\mathcal{O}\times_{\mathfrak{g}}\mathfrak{n}$が generically reduced の時、$m_{c,w}$ と m_w の関係を具体的にここで formulate する事はできないが、Borho 氏や、Brylinski 氏は、きちんと formulate できているのかもしれない。

<u>定義</u>　巾零元xは、$\mathcal{O}\cap\mathfrak{n}$ の smooth point とする。この時、

$$\mathcal{O}\times_{\mathfrak{g}}\mathfrak{n} \text{ が } x \text{ で reduced } \underset{\mathrm{def}}{\Longleftrightarrow} [x,\mathfrak{g}]\cap\mathfrak{n} = T_x(\mathcal{O}\cap\mathfrak{n})$$

とする。

<u>例</u>　$\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}(n,\mathbb{C})$（$n \leq 4$）の時、全ての巾零軌道$\mathcal{O}$について、$\mathcal{O}\times_{\mathfrak{g}}\mathfrak{n}$は generically reduced である。

<u>定義</u>　Cを$\mathcal{O}\cap\mathfrak{n}$の既約成分とする。この時、

$$C\text{が放物型} \underset{\mathrm{def}}{\Longleftrightarrow} \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{b}\text{を含む或る parabolic} \\ \text{subalgebra } \mathfrak{p}\text{が在って、}C\text{が}\mathfrak{p}\text{の} \\ \text{nilpotent radical } \mathfrak{n}_{\mathfrak{p}}\text{ に一致する。} \end{array} \right.$$

とする。

この小文では、$\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}(n,\mathbb{C})$の時の$\mathcal{O}\times_{\mathfrak{g}}\mathfrak{n}$の放物型既約成分における generic reducedness についてのみ考える事にする。現段階では、放物型でない既約成分においては、何

の結果も得られていない。

さて、今後 $\mathfrak{g}=\mathfrak{sl}(n,\mathbb{C})$ とし、$\mathfrak{b}$ を上半三角行列からなる $\mathfrak{g}$ の Borel subalgebra, $\mathfrak{h}$ を対角行列からなる $\mathfrak{g}$ の Cartan subalgebra とする。今、$\alpha_1,\cdots,\alpha_{n-1}\in\mathfrak{h}^*$ を

$$\alpha_i(\mathrm{diag}(h_1,\cdots,h_n)) = h_i - h_{i+1} \quad (i=1,\cdots,n-1)$$

で定めれば、$\Pi:=\{\alpha_1,\cdots,\alpha_{n-1}\}$ は $(\mathfrak{b},\mathfrak{h})$ に関する simple root 系になる。又、$\mathfrak{p}$ を、$\mathfrak{b}$ を含む parabolic subalgebra とする時、Π の部分集合 $\Pi(\mathfrak{p})$ を、

$$\Pi(\mathfrak{p}) := \{\alpha\in\Pi \mid -\alpha \text{ は } \mathfrak{p} \text{ の root}\}$$

で定める。更に、$h_{\mathfrak{p}}\in\mathfrak{h}$ を、

$$\alpha(h_{\mathfrak{p}}) = \begin{cases} 0 & (\alpha\in\Pi(\mathfrak{p})) \\ 2 & (\alpha\in\Pi\setminus\Pi(\mathfrak{p})) \end{cases}$$

となる様に取る。この時、$\mathfrak{g}$ は $h_{\mathfrak{p}}$ の固有空間に分解され、

$$\mathfrak{g} = \bigoplus_{i\in\mathbb{Z}} \mathfrak{g}^{\mathfrak{p}}_{2i}$$

と書ける。但し、$\mathfrak{g}^{\mathfrak{p}}_{2i} := \{x\in\mathfrak{g} \mid [h_{\mathfrak{p}},x]=2ix\}$ である。

<u>補題1</u>　B を、$\mathfrak{b}$ を Lie 環として持つ $SL(n,\mathbb{C})$ の Borel subgroup とする。この時、$\mathfrak{b}$ を含む任意の parabolic subalgebra $\mathfrak{p}$ について、

$$\overline{B\,\mathfrak{g}^{\mathfrak{p}}_{2}} = \mathfrak{u}_{\mathfrak{p}}$$

が成立する。

(証明) 今、$\alpha \in \Delta^+$が、$\alpha = \sum_{\beta \in \Pi(\mathfrak{g})} m_\beta \beta + \sum_{\gamma \in \Pi \setminus \Pi(\mathfrak{g})} m_\gamma \gamma$ $(m_\beta, m_\gamma \in \mathbb{Z}_{\geq 0})$ と書けているとする。この時、$\sum_{\gamma \in \Pi \setminus \Pi(\mathfrak{g})} m_\gamma$ を $ht(\alpha)$ と書く事にすれば、明らかに、

$$\mathfrak{g}_2^{\mathfrak{g}} = \bigoplus_{\substack{\alpha \in \Delta^+ \\ ht(\alpha)=1}} \mathbb{C} X_\alpha ,$$

及び、

$$\mathfrak{n}_{\mathfrak{g}} = \bigoplus_{i>0} \mathfrak{g}_{2i}^{\mathfrak{g}} = \bigoplus_{\substack{\alpha \in \Delta^+ \\ ht(\alpha)>0}} \mathbb{C} X_\alpha$$

と書ける。但し、X_α は root α に対応する行列単位である。さて、$\alpha \in \Delta^+$を $ht(\alpha) > 0$ なるものとする。この時、i と s が在って、α は

$$\alpha = \alpha_i + \alpha_{i+1} + \cdots + \alpha_{i+s}$$

と書けている。更に、

$$\alpha_{i+s_0} \notin \Pi(\mathfrak{g}) \text{ かつ } \alpha_{i+j} \in \Pi(\mathfrak{g}) \quad (\forall j < s_0)$$

となる様に、$0 \leq s_0 \leq s$ を取れる。そこで、

$$\beta := \alpha_i + \cdots + \alpha_{i+s_0}$$

$$\gamma := \alpha_{i+s_0+1} + \cdots + \alpha_{i+s}$$

とおく。もちろん、$ht(\beta) = 1$ 即ち、$X_\beta \in \mathfrak{g}_2^{\mathfrak{g}}$ である。この時、

$$(\exp \operatorname{ad} u X_\gamma) v X_\beta = v X_\beta + uv X_\alpha \quad (u, v \in \mathbb{C})$$

であるから

$$\overline{B\mathfrak{g}_2^\delta} \supset \overline{\{vX_\beta + uvX_\alpha \mid u, v \in \mathbb{C}\}} = \mathbb{C}X_\alpha \oplus \mathbb{C}X_\beta$$

即ち、$\overline{B\mathfrak{g}_2^\delta} \supset \mathfrak{n}_\delta$ である。逆の包含関係は明らか。

(証明終)

<u>補題2</u>　$\mathfrak{n}_\delta$ は $\overline{\mathcal{O}\cap\mathfrak{n}}$ の既約成分で、$\mathcal{O}\times_{\mathfrak{g}}\mathfrak{n}$ は $\mathfrak{g}_2^\delta$ で generically reduced とする。この時、$\mathcal{O}\times_{\mathfrak{g}}\mathfrak{n}$ は $\mathfrak{n}_\delta$ 上で generically reduced である。

(証明)　仮定から、$\mathfrak{g}_2^\delta$ の開集合 U が在って、

$$[x, \mathfrak{g}] \cap \mathfrak{n} = \mathfrak{n}_\delta \qquad (\forall x \in U)$$

となっている。ところが、明らかに、$\mathcal{O}\times_{\mathfrak{g}}\mathfrak{n}$ が x で reduced ならば、bx $(b\in B)$ でも reduced だから、補題2は補題1から明らか。　(証明終)

<u>定理5</u>　$\mathfrak{n}_\delta$ は $\overline{\mathcal{O}\cap\mathfrak{n}}$ の既約成分であるとし、

$$\pi(\delta) = \bigcup_{j=1}^{m} \{\alpha_{i_j}, \alpha_{i_j+1}, \cdots, \alpha_{i_j+s_j}\}$$

と書いた時、$i_j + s_j + 2 < i_{j+1}$ $(\forall j \le m-1)$ が成立していると仮定する。この時、$\mathcal{O}\times_{\mathfrak{g}}\mathfrak{n}$ は $\mathfrak{n}_\delta$ において、generically reduced である。

(証明)　簡単のため、$i_1 \neq 1$ とする。$i_1 = 1$ の場合も同様に証明できる。便宜上、$i_0 + s_0 = 0$, $i_{m+1} = n$ とおく。この時、

$$\mathfrak{g}_2^\delta = \left(\bigoplus_{j=0}^{m}\bigoplus_{i=i_j+s_j+1}^{i_{j+1}-1} \mathbb{C}X_{\alpha_i}\right) \oplus \left(\bigoplus_{j=1}^{m}\bigoplus_{k=0}^{s_j} \mathbb{C}X_{\alpha_{i_j-1}+\cdots+\alpha_{i_j+k}}\right) \oplus \left(\bigoplus_{j=1}^{m}\bigoplus_{k=0}^{s_j} \mathbb{C}X_{\alpha_{i_j+k}+\cdots+\alpha_{i_j+s_j+1}}\right)$$

である。今、

$$X := \left(\sum_{j=0}^{m}\sum_{i=i_j+s_j+1}^{i_{j+1}-1} a_i X_{\alpha_i}\right) + \left(\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=0}^{s_j} b_k^j X_{\alpha_{i_j-1}+\cdots+\alpha_{i_j+k}}\right)$$
$$+\left(\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=0}^{s_j} c_k^j X_{\alpha_{i_j+k}+\cdots+\alpha_{i_j+s_j+1}}\right)$$
$$Y := \left(\sum_{j=0}^{m}\sum_{i=i_j+s_j+1}^{i_{j+1}-1} d_i X_{-\alpha_i}\right)$$
$$+\left(\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=0}^{s_j} e_k^j X_{-\alpha_{i_j-1}-\cdots-\alpha_{i_j+k}}\right)$$
$$+\left(\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=0}^{s_j} f_k^j X_{-\alpha_{i_j+k}-\cdots-\alpha_{i_j+s_j+1}}\right)$$

とおく。但し、a_i, b_k^j, c_k^j は全て、nonzero とする。

この時、

$$[X, Y] \in \mathfrak{n} \Rightarrow [X, Y] = 0$$

が、計算によって確かめられる。故に、補題2により、

$\mathcal{O} \underset{\mathfrak{g}}{\times} \mathfrak{n}$ は、$\mathfrak{n}_{\mathfrak{g}}$ 上 generically reduced である。

（証明終）

<u>定理6</u>. 今、$\mathcal{O}(2^a 1^{n-2a})$ を，ジョルダン標準型の型が $(2^a 1^{n-2a})$ である様な巾零軌道とする。この時、$\mathcal{O}(2^a 1^{n-2a}) \underset{\mathfrak{g}}{\times} \mathfrak{n}$ は、任意の放物型既約成分上で generically reduced である。

（証明） 先ず、$\mathfrak{n}_{\mathfrak{g}}$ が、$\overline{\mathcal{O}(2^a 1^{n-2a})} \cap \mathfrak{n}$ の放物型既約成分であれば、或る i が存在して、

$$\Pi(\mathfrak{g}) = \{\alpha_1, \cdots, \alpha_i\} \cup \{\alpha_{i+2}, \cdots, \alpha_{n-1}\}$$

と書ける事に注意する。さて、X を行列 (a_{st}) とし、Y を行列 (b_{st}) とする。但し、$a_{st} = 0$ ($s \geq i+2$ 又は、

$t \leq i+1$）及び、$b_{st} = 0$（$s \leq i+1$ 又は、$t \geq i+2$）であるとする。その上、行列$\begin{pmatrix} a_{1\,i+2}, \cdots, a_{1n} \\ \vdots \\ a_{i+1\,i+2}, \cdots, a_{i+1\,n} \end{pmatrix}$の全ての小行列式は、nonzero とする。この時、$[X,Y] \in \mathfrak{n}$ならば $Y=0$である事が確かめられ、$\mathfrak{n}_{\mathfrak{g}}$ 上で generically reduced であることが判かる。（証明終）

__例__ $\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}(6,\mathbb{C})$の時、$\Pi(\mathfrak{g}) = \{\alpha_2, \alpha_4\}$ とする。この時、$O(42) \underset{\mathfrak{g}}{\times} \mathfrak{n}$ は、$\mathfrak{n}_{\mathfrak{g}}$ 上で generically reduced でない。

__注意__（[6]）上の例の既約成分は、$n \leq 6$ で dense な B−orbit を含まない唯一つの例である。

__例__ $n=5$の時、$O(2^2 1) \underset{\mathfrak{g}}{\times} \mathfrak{n}$ は generically reduced でない。従って、$O \cap \mathfrak{n}$ の既約成分 C が dense な B−orbit を含んでいても、$O \underset{\mathfrak{g}}{\times} \mathfrak{n}$ が C 上で generically reduced であるとは限らない。

参考文献

[1] W. Borho and J.-L. Brylinski : Differential operators on homogeneous spaces I, Invent. math. 69, 437−476 (1982).

[2] W. Borho and J.-L. Brylinski : Differential operators on homogeneous spaces III, IHES-preprint (1984).

[3] W. Borho and J.-L. Brylinski : On the intersection of a nilpotent orbit with a maximal nilpotent subalgebra.

[4] W. Borho, J. -L. Brylinski and R. Macpherson : "Open problems in algebraic groups", ed. by R. Hotta and N. Kawanaka, Proc. of the 12th Int. Symp., Div. of Math., the Taniguchi Foundation (1983).

[5] O. Gabber : Equidimensionalité de la variété caractéristique, notes by T. Levasseur, preprint (1983).

[6] W. Hesselink : A classification of the nilpotent triangular matrices, preprint (1983).

[7] A. Joseph : On the variety of a highest weight module, J. Algebra 88, 238-278 (1984).

[8] M. Kashiwara : Systems of microdifferential equations, Progress in Math. 34, Birkhäuser, Basel (1983).

[9] M. Kashiwara and T. Tanisaki : The characteristic cycles of holonomic systems on a flag manifold, Invent. math. 77, 185-198 (1984).

[10] N. Spaltenstein : On the fixed point set of a unipotent element on the variety of Borel subgroups, Topology 16, 203-204 (1977).

[11] R. Steinberg : On the desingularization of the unipotent variety, Invent. math. 36, 209-224 (1976).

[12] 谷崎俊之 : Borho-Brylinski の予想について, 代数群通信 vol. 4, No. 5 (1984).