数理解析研究所講究録 106
第592巻 1986年 106-110

単独線型微分方程式の大域解の存在に就て

京都大学数理解析研究所

河合隆裕

(Takahiro Kawai)

単独方程式 $P(x,D)u=f$ の超函数解の大域的存在に関する結果が，Pが定数係数の時，或いはPが楕円型又は強双曲型の時以外何も得られていない（前二者は小松，Harvey による古典的結果，強双曲型の時は Kawai [1]）を不快としつつも，コホモロジー群の有限次元性に就ての一連の結果（Kawai [2]）により既に道は拓いてあること故，手の空いた時にやれば良い，と打ち棄ててきた。併し偶々来日中の Kannai 氏より最近の Kiro 氏の論文（Kiro [1]）に於て，Kawai [2] と求める結果の途中の多少煩しい部分がきれいに整理されていることを学び，この機会に，全体を明らかに

しておこう，と思うに至った次第である。結果の詳細はこの講究録の刊行される以前に Proc. Japan Acad. に於て announce されると思われるので，ここでは省略する。

基本的には real, principal type の作用素 P に対し次の諸結果を得ることができる。

(1) Kiro [1] の結果と，特異性の伝播に就ての SKK の結果を用い $P: \mathcal{A}(K) \to \mathcal{A}(K)$ が全射となる，一つの十分条件（on K）を与える。この部分は $\mathcal{A}(K)$ と $\mathcal{B}_K$ の双対性に拠る。

(2) 有界開集合 Ω が“P の陪特性曲線に関して局所的に凸である”と云う趣旨の条件を満たすならば $P: \mathcal{A}(\Omega)/\mathcal{A}(\bar{\Omega}) \longrightarrow \mathcal{A}(\Omega)/\mathcal{A}(\bar{\Omega})$ が全射であることを示し，次に（1）と組合わ

せて実解析解の大域的存在を示す。

3) 次に，$\mathcal{B}/\mathcal{A}$-solution の大域的存在を示し，その結果と(2)を併せて，超函数解の大域的存在を示す。ここで $\mathcal{B}/\mathcal{A}$-solution の大域的存在は，局所基本解の存在（Kawai [3]）を用いて先ず十分小さい集合上での大域的存在を示し、次に都合の良い（趣旨としては，再び陪特性曲線に関する凸性である）条件を満たす開集合の族を用いて、"存在域を逐次拡げて行く"と云う方法を取る。最後の段階は，分論超越的な方法を取らざるを得ず；我々の場合には1次のコホモロジー群の消滅を，背理法によって証する。その際，$\mathcal{B}/\mathcal{A}$ が脆弱層であることが有用に用いられる。

最後に、overdetermined systemに就ては、多少幾何学的な部分が煩わしくなるが、やはり Kiro [1] を経由せずに、Kawai [2] を直接に援用する方が、結局は近道であるように思われることを付記しておき度い。

References

Kawai, T. : [1] Proc. Japan Acad. **47** (1971), 643-647.

—— : [2] Proc. Japan Acad., **48** (1972), 70-72, 287-289 ; **49** (1973), 243-246, 655-658, 782-784.

—— : [3] Publ. RIMS, Kyoto Univ., **7** (1971), 363-396.

Kiro, S : [1] On the global existence

of holomorphic solutions and the semi-global existence of real analytic solutions of linear partial differential equations. Weizmann Institute Preprint (Rehovot, Israel)