

## 木型衝突解消アルゴリズムの拡張確率ペトリネットを用いたモデル化と性能解析

柴田 一 室 章治郎 長谷川 利治  
(Hajime SHIBATA) (Shojiro MURO) (Toshiharu HASEGAWA)  
京都大学 工学部 数理工学科

### 1. はじめに

ペトリネットは、1962年に Carl Adam Petriの学位論文で提案されたシステムのモデル化の手法で、互いに競合しあう同時進行的な要素からなるシステムをモデル化することを目的としている。当初、主に計算機システムのモデル化に用いられ、事象の因果関係や、デッドロック発生の有無などがペトリネットによる表現で明らかにされた。その後、ペトリネットがもつシステムのモデル化能力が評価され、多種多様なシステムをペトリネットでモデル化することが試みられた。ところが、モデル化の手法として兼ね備えていなければならない大きな要素、つまり、時間に関する概念がペトリネットに含まれていないことが問題としてクローズアップされ、多くの研究者により様々な形でペトリネットに時間を導入するための研究がなされた。主なものに、文献(3),(5),(8),(9),(13),(15),(17)などの研究があり、これらの研究で提案された新しいペトリネットにより、ペトリネットのモデル化能力が向上した。さらに、これらの新しいペトリネットについては、モデル化したシステムに対する性能解析手法も研究されたため、モデル化の手法としてだけでなく、システムの性能解析の手法としてもペトリネットが注目されるようになった。

本稿では、Duganら<sup>(3)</sup>により提案された拡張確率ペトリネット(ESPN; Extended Stochastic Petri Net)を用いて、Capetanakis<sup>(1),(2)</sup>および Tsybakovら<sup>(16)</sup>により提案され、安定な通信プロトコルとして最近注目を集めている木型衝突解消アルゴリズム(このアルゴリズムの解説文として、文献(11)参照)のうち、衝突解消過程を確率的に実行する確率的木型衝突解消アルゴリズムをモデル化し、その解析を通して平衡状態における平均スループットおよび平均パケット伝送遅延を求める。さらに通信システムの性能解析を行うに当たってのESPNの限界についても触れてみることにする。

### 2. 木型衝突解消アルゴリズム

## 2.1. 回線モデル

本稿では、以下に述べるようなパケット通信システムを仮定する。

- (1) パケットの長さは等しいものとし、回線の時間軸は、一つのパケットを伝送できる長さで等間隔にスロット化されている。
- (2) パケットは、伝播遅延なしで伝送される。
- (3) 各端末は常時回線を監視しており、パケットが正しく伝送されているか（成功スロット）、衝突しているか（衝突スロット）、あるいは、空きであるか（空きスロット）を検出できる。
- (4) 回線の状態は二つの状態、つまり、競合区間か衝突解消区間に分類される。

## 2.2. アルゴリズム

新しく到着したパケットは競合区間で伝送され、衝突したパケットは衝突解消区間で再送される。一旦、競合区間で衝突が発生すると、この競合区間で衝突したすべてのパケットが正しく伝送されるまで衝突解消区間が続く。2進確率的木型衝突解消アルゴリズムを実行するにあたり、衝突解消区間では2スロットをペアで考え、ペアスロットと呼ぶことにする。

衝突したパケットを保有する端末では、2進確率的木型衝突解消アルゴリズムは次のように実行される。

ステップ1：ペアスロットの先頭において、等確率で0か1の値を発生する。0を発生した端末はペアスロットの前半のスロットでパケットを再送し、1を発生した端末はペアスロットの後半のスロットでパケットを再送する。

ステップ2：もし、ステップ1において再び衝突が発生すれば、ペアスロットの前半のスロットにおける衝突が、後半のスロットにおける衝突に優先して解消される。

ステップ3：衝突したすべてのパケットの伝送が成功するまでステップ1、ステップ2を繰り返す。

〔例1〕図2.1に、2進確率的木型衝突解消アルゴリズムにおける衝突解消の例を示す。図2.1において、競合区間のスロットは $C_i$  ( $i=1,2$ )、衝突解消区間のペアスロットは $PS_j$  ( $j=1,2,3,4,5$ )と記されている。以下に、各 $C_i$ 、 $PS_j$ において発生する事象を記す。

$C_1$ ：5端末A, B, C, D, Eがパケットの伝送を試み衝突が発生する。次のスロットは衝突解消区間の最初のスロットになり、新しく到着し端末に受理されたパケットは、この衝突が完全に解消されるまで伝送されない。

$PS_1$ ：3端末A, B, Cが値0を発生し、 $PS_1$ の前半のスロットでパケットを再送す

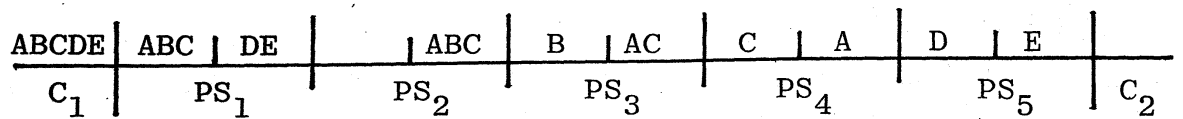


図2.1 - 2進確率的木型衝突解消アルゴリズムの衝突解消の例

る。残りの端末D, Eは値1を発生し、後半の-slotでパケットを再送する。ペア-slotの両方で再び衝突が発生したため、後半の-slotにおける衝突解消過程は、前半の-slotにおける衝突が完全に解消されるまで開始されない。

PS<sub>2</sub>: 3端末 A, B, Cがすべて1を発生したため、PS<sub>2</sub>の後半の-slotは空き-slotになる。

PS<sub>3</sub>: 端末Bだけが0を発生したので、端末BはPS<sub>3</sub>の前半の-slotでパケットの伝送に成功する。

PS<sub>4</sub>: 端末Cが0, 端末Aが1を発生したので、PS<sub>1</sub>の前半の-slotにおける衝突は完全に解消された。

PS<sub>5</sub>: 端末Dが0, 端末Eが1を発生したので、PS<sub>1</sub>の後半の-slotにおける衝突は解消された。よって、C<sub>1</sub>における衝突は完全に解消された。次の-slot C<sub>2</sub>は、競合区間の最初の-slotになる。

C<sub>2</sub>: 直前の衝突解消区間で、新たに到着し受理されたすべてのパケットが、この-slotで伝送される。 □

確率的木型衝突解消アルゴリズムの衝突解消過程を表現するために、木グラフが用いられる。木グラフでは、各節点から出る枝の数をその木グラフの次数と呼ぶ。本稿においては2進木型衝突解消アルゴリズムを考えているので、次数は2である。競合区間で衝突したパケットを伝送した端末は、発生した0, 1の値によって二つの部分木に分けられる。もし、部分木の中に衝突パケットを持つ端末が二つ以上存在すれば、再び衝突が発生し、さらに二つの部分木に分けられる。この手順は、上に述べた衝突解消アルゴリズムに従って、すべての部分木が衝突パケットを持つ端末を一つしか含まないようになるまで繰り返される。

[例2] 例1の衝突解消過程は、図2.2の木グラフで表現される。 □

### 2.3. ポアソン到着過程

本稿においては、システムは独立で同等なN個の有限端末で構成され、パケットは各端末に平均 $\lambda/N$ (パケット/slot)のポアソン過程に従って到着するものとする。また、各端末は、サイズ1(パケット)のバッファをもち、伝送すべ

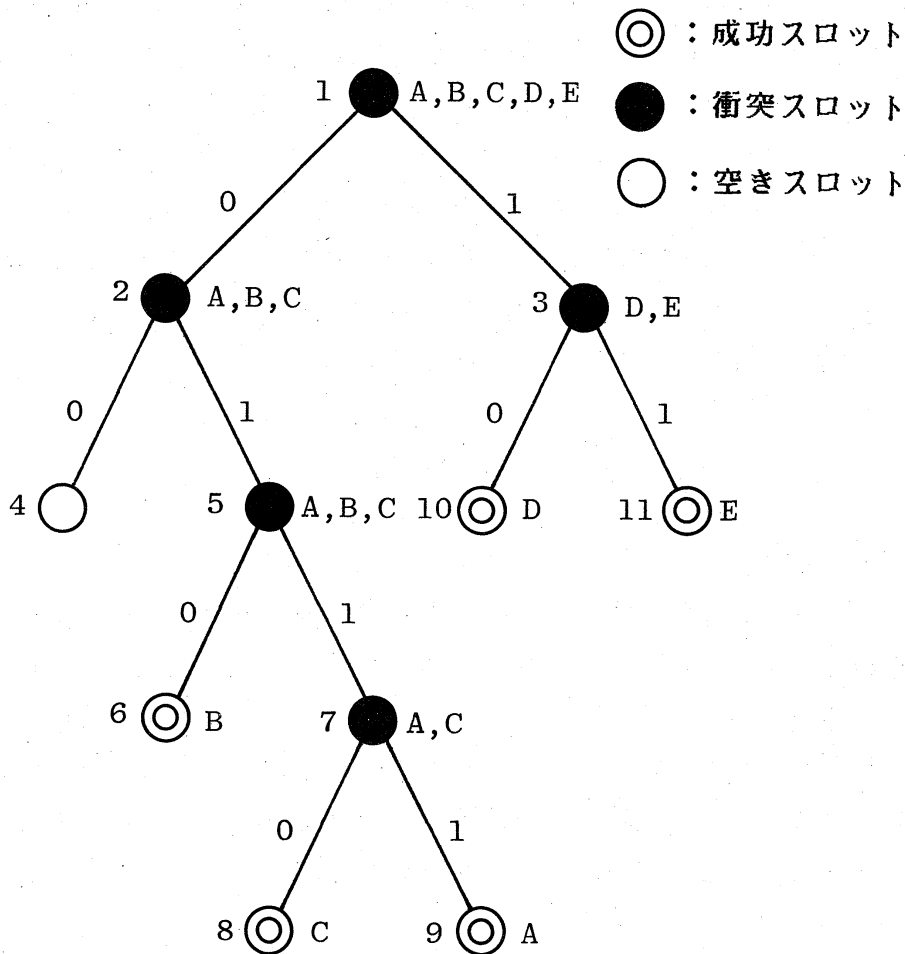


図2.2 - 例1の衝突解消過程を表現する木グラフ

きパケットを保有している端末に新たに到着したパケットは棄却される。したがって、衝突解消区間の最後のスロットでパケットを伝送した端末は、この衝突解消区間においては新たにパケットを受理できないので、これに続く競合区間の最初のスロットではパケットを伝送することはできない。

#### 2.4. 木型衝突解消アルゴリズムの衝突解消時間に関して得られている結果

無限端末を仮定したシステムモデルにおける木型衝突解消アルゴリズムの性能評価は、多くの文献でなされている（文献(11)には、これらの文献における研究成果が要約されている）。一方、より現実に近い有限端末を仮定したシステムモデルに対しては、近似でしか解析されていない。その理由としては、無限端末のモデルでは到着したパケットは必ず端末に受理されるが、有限端末のモデルでは、バッファがパケットで満たされている端末に到着したパケットは棄却される。つ

まり，衝突解消区間において発生したパケットの受理，棄却は衝突解消法に依存し，このため近似なしの解析が困難になることが挙げられる．本稿においては，こういったパケットの受理，棄却に関しては，一切解析を簡単にするための近似を導入することなく木型衝突解消アルゴリズムの性能を解析する．解析の正しさを裏付けるための興味ある結果が，Mathysら<sup>(7)</sup>および Muroら<sup>(10)</sup>によって得られている．つまり，一般のQ進確率的木型衝突解消アルゴリズム（ $Q \geq 2$ ）について，k個のパケットが衝突した場合（これを多重度kの衝突という）の衝突解消区間の平均長 $T(k, Q)$ が，次のように与えられる．

$$T(k, Q) = 1 + Q + Q \left\{ \sum_{n=2}^k (-1)^n (n-1)_k C_n / (Q^{n-1} - 1) \right\} \quad (2.1)$$

本稿で扱うモデルにおいては，パケットの到着率 $\lambda$ が十分大きくなれば，回線状態としては，(N-1)個のパケットが衝突する競合区間（1スロット）とその衝突解消区間が交互に現れる．つまり， $\lambda$ が十分大きくなれば，本稿で得られる木型衝突解消アルゴリズムのスループット（パケット/スロット）は，

$$(N-1)/T(N-1, 2) \quad (2.2)$$

に一致するはずである．ここで，スループットとは，1スロット当たりに衝突しないパケットを伝送するために使われた時間を表わす．

### 3. 拡張確率ペトリネット (ESPN)

ペトリネットに関する基本的な定義については，文献(12)に従うものとする．本稿で扱うペトリネットは，時間の概念をもったペトリネットのなかでも特に確率分布に従う発火時間をもつペトリネットである．この確率分布がすべて指数分布であるペトリネットは，確率ペトリネット (SPN; Stochastic Petri Net)<sup>(9)</sup>と呼ばれる．ESPNは，確率分布として任意の分布を使用するものである．

SPNにおいては，指数分布の無記憶性を利用してペトリネットのマーキングをマルコフ連鎖の状態に1対1に対応付けることにより解析を行うため，解析能力の点においては優れたペトリネットといえる．一方，モデル化能力においても，時間を持たないペトリネットに比べ飛躍的な向上が見られる．特に，通信システムのモデル化に話を限れば，ポアソン分布に従うパケットの到着過程のモデル化が可能になっている．しかしながら，時間をもったトランジションがすべて指数分布に従って発火するため，パケット長が指数分布に従うシステムしかモデル化できず，通常用いられる固定長パケットを取り扱うことができない．

そこで指数分布に従って発火するトランジションばかりでなく，指数分布以外

の任意の確率分布（以後、これを指数分布と区別して一般分布と呼ぶ）に従って発火するトランジションをも扱うことができるように、Duganら<sup>(3)</sup>によって考え出されたのがESPNである。ESPNは、SPNと比較すると明らかにモデル化能力においてはSPNを上回るという長所があるが、解析能力においてはSPNと比べて優れているとは簡単には言えない。というのは、ESPNでモデル化できても解析出来ない場合も少なからず存在するからである。これについては、3.2で詳しく述べることにする。

### 3.1 ESPNで用いられる記号

ここで、ESPNで用いられるペトリネットのいくつかの新しい記号を導入する。

図3.1は、トランジション $t_1$ 、 $t_2$ が同時に発火可能になるが、確率 $p$ で $t_1$ が、確率 $(1-p)$ で $t_2$ が発火する事を表わしている。

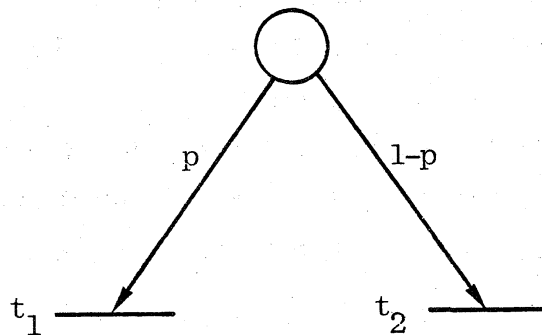


図3.1 - 確率的トランジション



図3.2 - 瞬間トランジションと時間トランジション

図3.2は、二種類のトランジションを表わしており、(1)は、瞬間トランジション(immediate transition)と呼ばれ、発火時間がゼロのトランジションである。このトランジションを発火可能にするマーキングにペトリネットが滞在する時間はゼロであり、したがって、このようなマーキングは存在するが観測されることはない。(2)は、時間トランジション(timed transition)と呼ばれ、発火時間がある確率分布に従うトランジションである。本稿で使用する時間トランジションは二種類しかないので、それを図3.3のように区別して表わす。(a)は、パラメータ



図3.3 - 二種類の時間トランジション

T の単位分布に従う発火時間をもつ時間トランジションで、発火可能後、一定時間Tが経過すると必ず発火する。(b)は、パラメータ $\lambda$ の指数分布に従う発火時間をもつ時間トランジションである。ESPNを実行することにより観測できるマーキングは、これらの時間トランジションだけを発火可能にするマーキングだけである。

図3.4には、抑止アークと呼ばれるアークが導入されている。プレース  $p_2$  からトランジション  $t_1$  への抑止アークは、トランジションの矢印に代わって小さな丸をもっている。発火規則は次のように変更される。通常の入力の全てにトークンがあり、抑止入力のすべてにトークンがないトランジションは発火可能である。発火したトランジションは、通常の入力のすべてから発火可能化トークンを取り去る。つまり、図3.4において  $t_1$  が発火可能となる条件は、 $p_1$  にトークンが一つ以上存在し、かつ、 $p_2$  にトークンが存在しないことである。

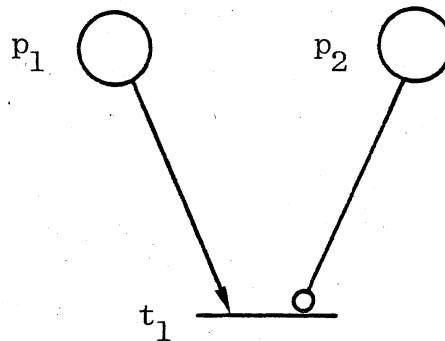
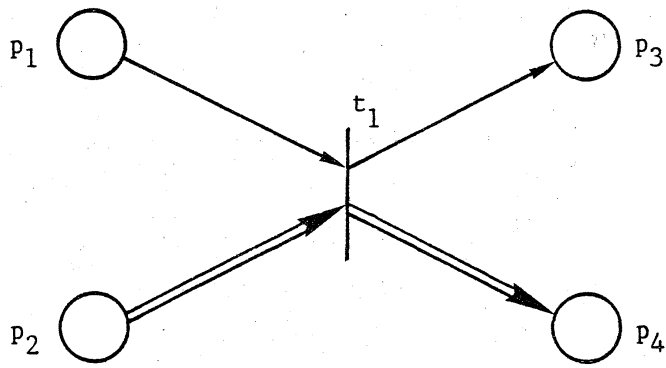
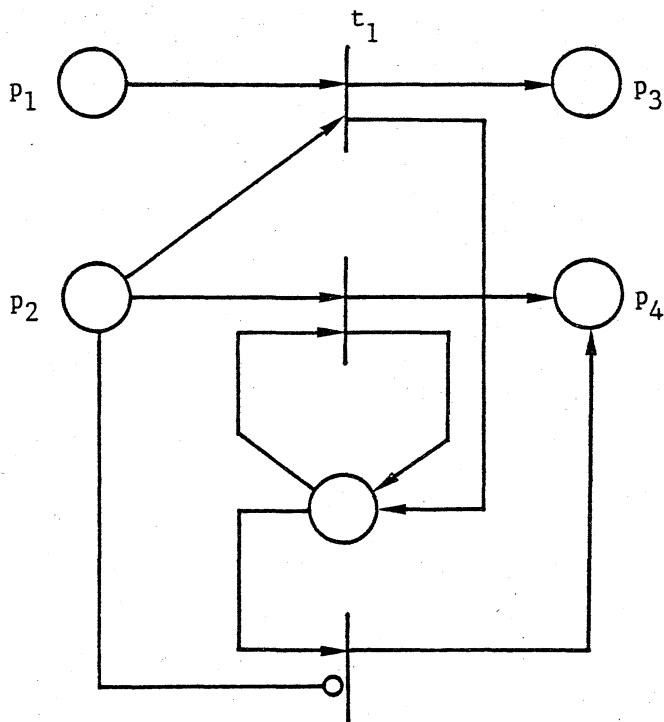


図3.4 - 抑止アーク

ESPNにおいて、トランジションが発火可能か否かを制御する発火規則は、通常の出発規則と抑止アークによってすべて表現できるが、ペトリネットの表現を簡単化するために、モデル化するシステムに応じて様々な特殊記号が用いられる。本稿においても、図3.5、図3.6において二重のアークで表されているような特殊なアークを提案し、可変多重度アークと呼ぶことにする。



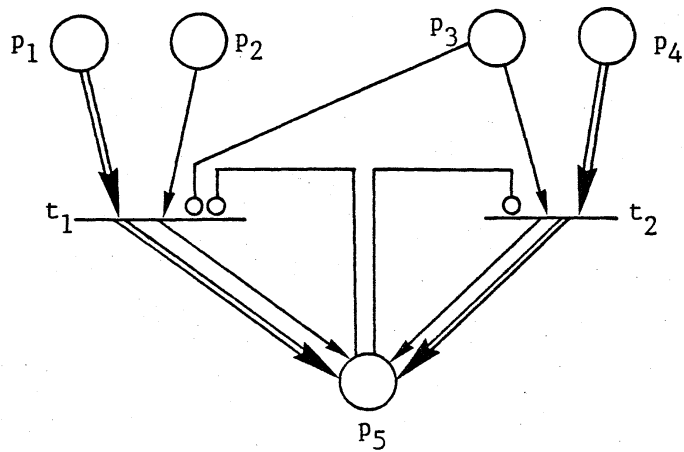
(a) 可変多重度アーク



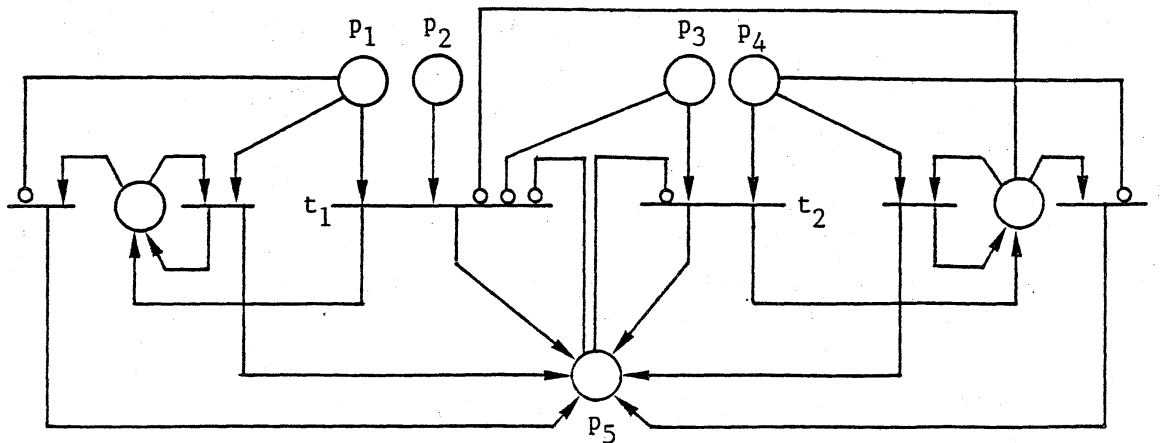
(b) (a)に対応する可変多重度アークを用いないペトリネット

図3.5 - 可変多重度アークの第一例





(a) 可変多重度アーク



(b) (a)に対応する可変多重度アークを用いないペトリネット

図3.6 - 可変多重度アークの第二例

【定義1】 プレース $p_i$ のトークンの数を $\mu(p_i)$ , トランジション $t_j$ に対する入力プレース $p_i$ の多重度を $\#(p_i, I(t_j))$ , トランジション $t_j$ に対する出力プレース $p_k$ の多重度を $\#(p_k, O(t_j))$ で表わす. このとき, トランジション $t_j$ がその入力プレース $p_i$ と可変多重度アークで結ばれているならば, このアークに関する $p_i$ の $t_j$ に対する多重度は次のようになる.

$\mu(p_i)=0$  の場合  $\#(p_i, I(t_j))=1$ .

その他の場合,  $\#(p_i, I(t_j))=\mu(p_i)$ .

さらに,  $t_j$ がその出力プレース $p_k$ と可変多重度アークで結ばれているならば, このアークに関する $p_k$ の $t_j$ に対する多重度はつぎのように与えられる.

$$\#(p_k, O(t_j))=\#(p_i, I(t_j)) \quad \square$$

可変多重度アークの定義より,  $p_i$ に少なくとも一つのトークンが存在すれば,  $t_j$ は発火可能になり, 一旦,  $t_j$ が発火すれば,  $p_i$ のすべてのトークンを一度に取り去り, それらを $p_k$ に一度に投入する. なお, 本稿で用いる可変多重度アークを含んだペトリネットは, 図3.5, 図3.6に表されているように, 通常のペトリネットと抑止アークを用いたペトリネットによって, 等価的に表現することができる.

### 3.2. ESPNによる解析

ESPNによってモデル化したシステムを解析する場合, システムを観測する時刻は, 一般分布に従う発火時間をもった時間トランジションの発火終了直後だけである. 厳密に言えば, それに続く瞬間トランジションの発火終了直後である. すると, そのような時刻には, 発火可能となっている一般分布に従うトランジションは, 発火可能後経過時間がゼロとなる. さらに, 指数分布の無記憶性を利用することによって, 将来のマーキングは, 現在のマーキングだけで完全に規定できる. このような特性を利用することにより, 以下の(1), (2)に述べるようにして隠れマルコフ連鎖を構成する.

(1) 隠れマルコフ連鎖の状態は, ESPNにおいて時間トランジションだけを発火可能にするマーキングとする.

(2) 隠れマルコフ点は, 一般分布に従うトランジションの発火直後とする. よって, 瞬間トランジションおよび指数分布に従う発火時間をもつトランジションの発火によっては, 状態遷移は起こらない.

しかし, すべてのESPNが隠れマルコフ連鎖に変換できるわけではなく, ESPNが隠れマルコフ連鎖に変換されるためには, 次のような必要条件を満たさなければならない.

[定理1] 上記(1), (2)の構造をもつ有限状態隠れマルコフ連鎖が, ESPNから構成されるためには, ESPNは以下の二つの条件のいずれかを満たさなければならない.

条件1: ESPNは, 一般分布に従う時間トランジションを二つ以上発火可能にするマーキングに滞在しない.

ESPNが条件1を満たさないならば, 条件1を満たさないようなマーキングにお

いて、ESPNは次の条件2を満たさなければならない。

条件2 :  $T_c$ を次のように定義する。

$T_c = \{t_i \mid t_i \text{は、その発火の開始により他の発火可能になっているトランジションのすべては発火不能にしないトランジション}\}$

このとき、 $T_c = \emptyset$ あるいは $T_c$ のすべての要素は同時に発火終了する。

(証明)  $t_E$ と $t_L$ を同時に発火を終了しない $T_c$ の任意の要素とする。一般性を失うことなく、 $t_E$ は、 $t_L$ より先に発火を終了するものとする。このとき、明らかに隠れマルコフ点として $t_E$ あるいは $t_L$ の発火終了時点がとられ、システムの状態を完全に記述するためには、 $t_E$ の発火終了時において、 $t_L$ が発火を終了するまでの残余時間が隠れマルコフ連鎖の状態に含まれていなければならない。(証明終)

ESPNが定理1を満たさないとき、隠れマルコフ連鎖の状態を時間トランジションの発火終了までの残余時間をともなったマーキングとする。このとき、隠れマルコフ連鎖が有限の状態を持てば、そのESPNを解析できる。状態をこのように定めた場合、状態数が有限になるための必要条件として、次の定理が得られる。

[定理2] 隠れマルコフ連鎖の状態を時間トランジションの発火終了までの残余時間をともなったマーキングとした場合、状態数が有限になるためには、 $T_c$ のすべての要素の発火時間は単位分布に従わなければならない。

(証明)  $t_0$ を $T_c$ の要素で発火時間が単位分布以外の一般分布に従うトランジションであるとする。 $t_0$ の発火終了までの残余時間は、その確率分布の分布関数の値が1になる値より小さい任意の実数値を取り得るので、隠れマルコフ連鎖の状態数は無限になる。(証明終)

このようにESPNを用いて解析する場合、ESPNを隠れマルコフ連鎖に変換するために、ESPNにより解析できるためには上に述べたような定理の条件を満たす必要がある。したがって、ESPNによってモデル化できても解析できないものが、少なからず存在する。

#### 4. ESPNによる木型衝突解消アルゴリズムのモデル化

端末数が8、各端末のバッファ容量が1(パケット)のシステムにおける2進確率的木型衝突解消アルゴリズムをモデル化したESPNを図4.1, 図4.2に与えた。一般に端末数が $N$ で、各端末の保有するバッファ容量が2以上の場合のESPNのモデルも、図4.1, 図4.2の拡張として容易に得ることができる。ただし、これらのモデルを解析するためには、非常に多くの数の状態を扱わなければならない(これら端末数およびバッファ容量の一般化については、文献(14)参照)。

以下に図4.1, 図4.2のESPNにおける各ブレースあるいはブレースの保有するト

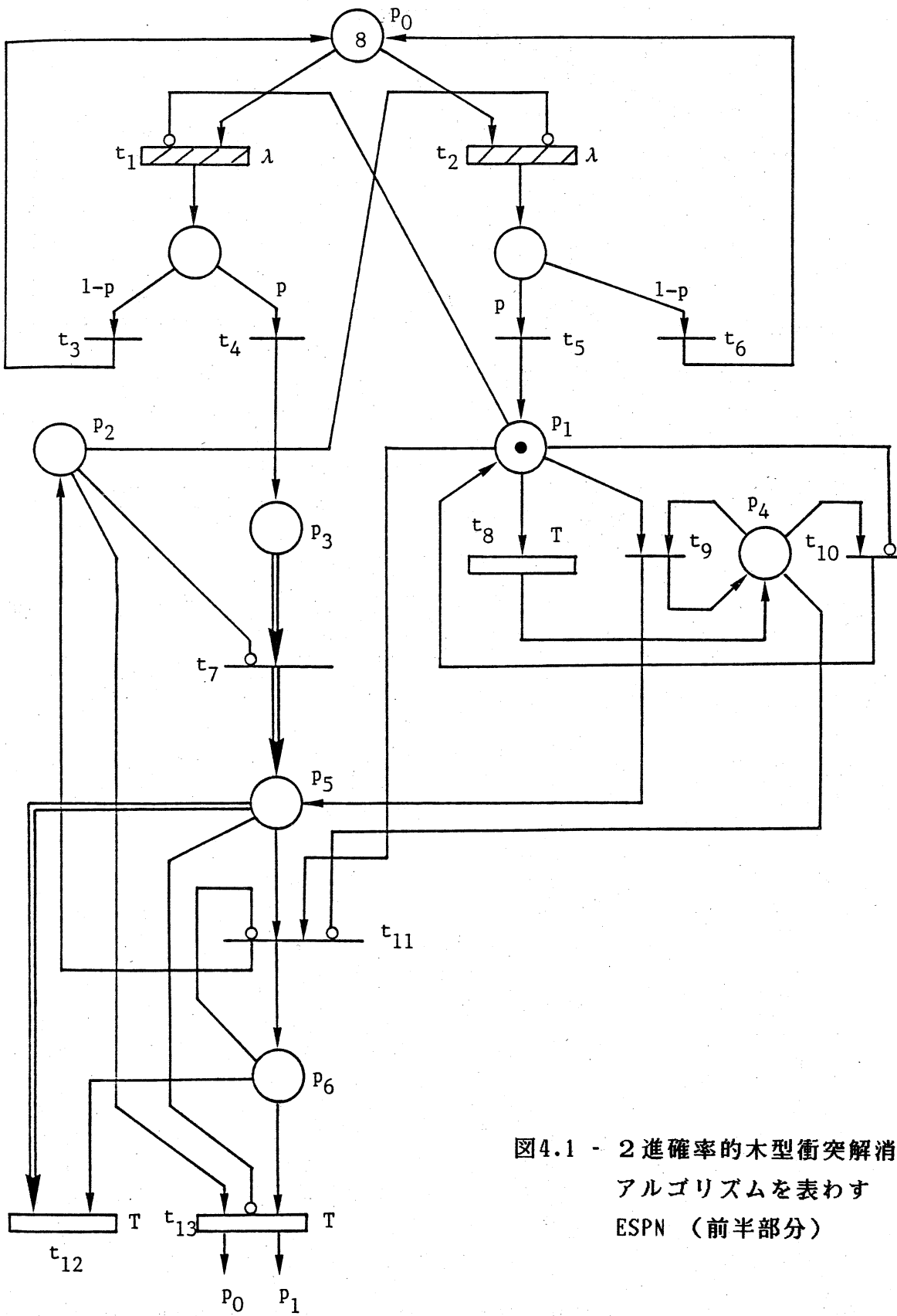


図4.1 - 2進確率的木型衝突解消  
アルゴリズムを表わす  
ESPN (前半部分)

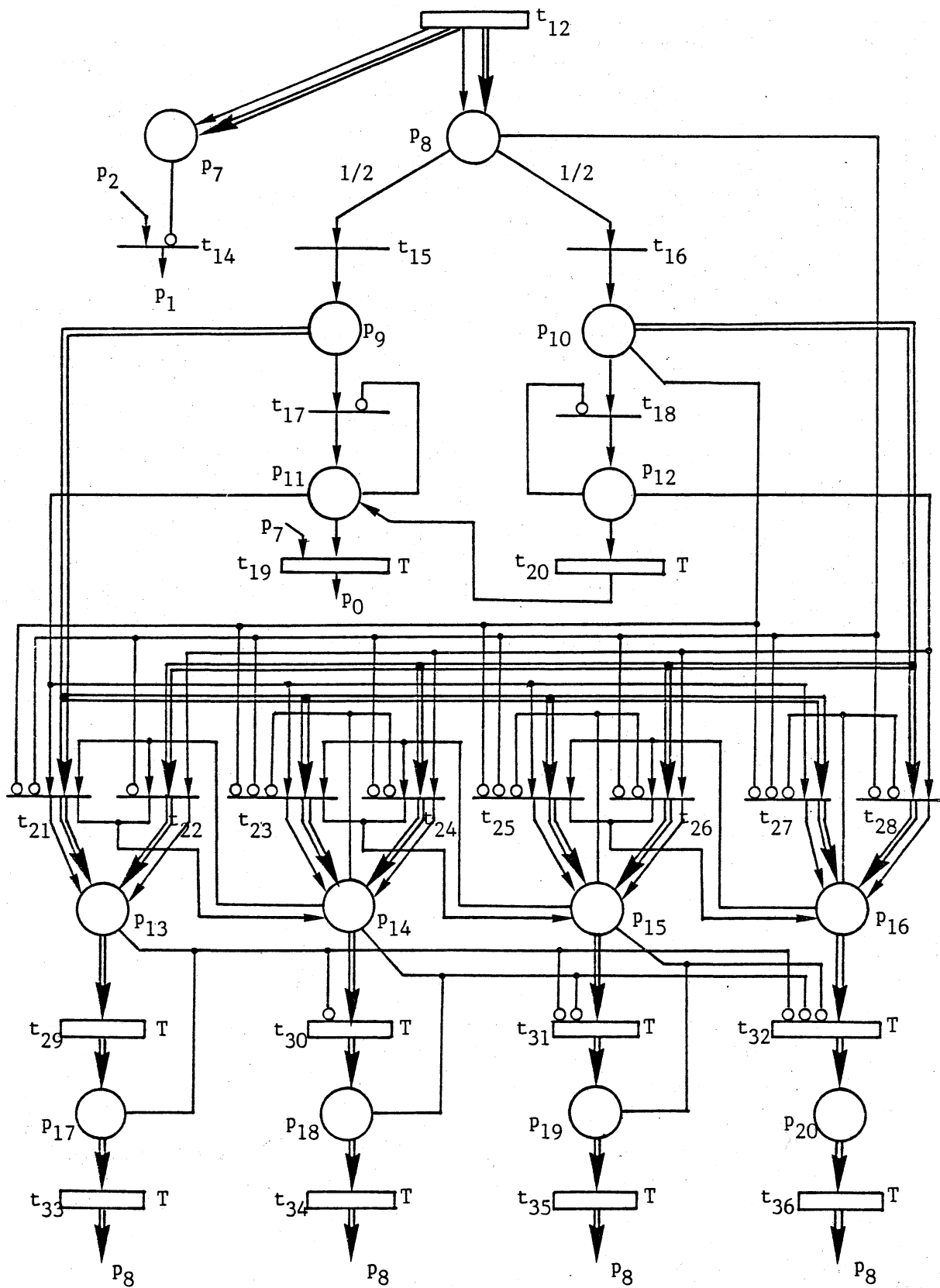


図4.2 - 2進確率的木型衝突解消アルゴリズムを表わすESPN (後半部分)

ークン, および各トランジションの発火のもつ意味を記述する.

$p_0$ : パケットを保有していない端末.

$p_1$ : 回線が競合区間であること, および競合区間において端末に受理されたパケット.

$p_2$ : 回線が衝突解消区間である.

$p_3$ : 衝突解消区間において端末に受理されたパケット.

$p_7$ : 衝突解消中の端末数.

$t_1$ : 衝突解消区間において到着したパケット.

$t_2$ : 競合区間において到着したパケット.

$t_3, t_6$ : パケットの棄却.

$t_4, t_5$ : パケットの受理.

$t_7$ : 衝突解消区間において端末に受理されたパケットの伝送.

$t_8, t_9, t_{10}$ : 回線時刻の同期化および, 競合区間において端末に受理されたパケットの伝送.

$t_{12}$ : 競合区間におけるパケットの衝突.

$t_{13}$ : 競合区間におけるパケットの伝送の成功.

$t_{14}$ : すべての衝突の解消.

$t_{15}$ : 値 0 の発生.

$t_{16}$ : 値 1 の発生.

$t_{19}$ : ペアスロットの前半のスロットにおける衝突の解消, および, 衝突解消区間におけるパケットの伝送の成功.

$t_{20}$ : ペアスロットの後半のスロットにおける衝突の解消.

$p_5, p_6, t_{11}$ : 競合区間における衝突の検出.

$p_9, p_{11}, t_{13}$ : ペアスロットの前半のスロットにおける衝突の検出.

$p_{10}, p_{12}, t_{18}$ : ペアスロットの後半のスロットにおける衝突の検出.

$p_{13}, \dots, p_{20}, t_{21}, \dots, t_{36}$ : 後着順サービス(LCFS)待ち行列.

## 5. 木型衝突解消アルゴリズムの性能解析

$X$  を状態遷移確率行列とし,  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m)$  を ESPN の各マーキングの存在確率を表わす  $m$  次ベクトルとする. ここに,  $m$  は時間トランジションだけを発火可能にするマーキングの総数である. このとき, 次の方程式

$$\pi X = \pi \quad \text{かつ} \quad \sum_{i=1}^m \pi_i = 1$$

を満たす  $\pi$  は、平衡状態における各マーキングの存在確率を表す。この  $\pi$  からシステムの平均スループット  $S$  を次のようにして求めることが出来る。

$$S = \sum \{ p_0 \text{ を出力ブレースに持つ時間トランジションを発火可能にするマーキングの平衡状態における存在確率 } \}$$

本稿で解析する端末数8の確率的木型衝突解消アルゴリズムにおいては、 $S$  は具体的には、図4.1のトランジション  $t_{13}$  または、図4.2のトランジション  $t_{19}$  を発火可能にするマーキングの平衡状態における存在確率の和によって得られる。

さらに、平均パケット伝送遅延  $D$  をリトルの公式<sup>(4)</sup>によって求めることが出来る。ここに、伝送遅延とは、パケットが端末によって受理された時刻から、そのパケットの伝送に成功する時刻までの時間間隔を表わす。ブレース  $p_0$  の保有するトークンの平均数を  $T_E$  と表わせば、 $D$  は次式によって与えられる。

$$D = (N - T_E) / S.$$

## 6. 数値結果

端末数  $N$  が8で、スロットの長さ  $T$  が1である場合に、5章の解析法より得られる数値結果を図6.1, 図6.2に示した。この解析のための状態数は、345状態あり、最大スループットは  $\lambda$  が0.7のときに与えられ、0.400となった。

無限端末のシステムを仮定した今までの研究(例えば、文献(7), (10))では、木型衝突解消アルゴリズムのスループットは、パケットの到着率  $\lambda$  の増加にともない、最大値まで単調に増加し、一旦最大値に到達すれば、それ以降は  $\lambda$  が増加してもスループットは低下しない特性が得られていた。ところが、本稿では、バッファを一つもつ有限数の端末により構成されているシステムを対象としたことより、図6.1で示されているように  $\lambda$  の増加にともない、スループットは最大値からある一定の値まで単調に減少することがわかった。このような特性が得られた要因として、最大スループットを実現している  $\lambda$  においては、パケットの衝突が発生してもそれほど多くの数のパケットが衝突することはなく、また、競合区間においてもパケット伝送に成功している端末も存在するというような、パケット伝送が効率良く行われている状態に対応していると考えられる。これに対し、 $\lambda$  が非常に大きくなってくると、2章で述べたように、回線状態として  $(N-1)$  個のパケットが衝突している競合区間(1スロット)と、その衝突解消区間が交互に現れるためスループットの低下が見られると考えられる。

最後に、非常に大きい  $\lambda$  の値に対して本稿の解析法で得られるスループット値と、(2.2)式で  $N=8$  として得られる値を比較してみると、両者の値はともに0.36456となり完全に一致する。これは、2.4節での(2.2)式の得られる状況を考えて、

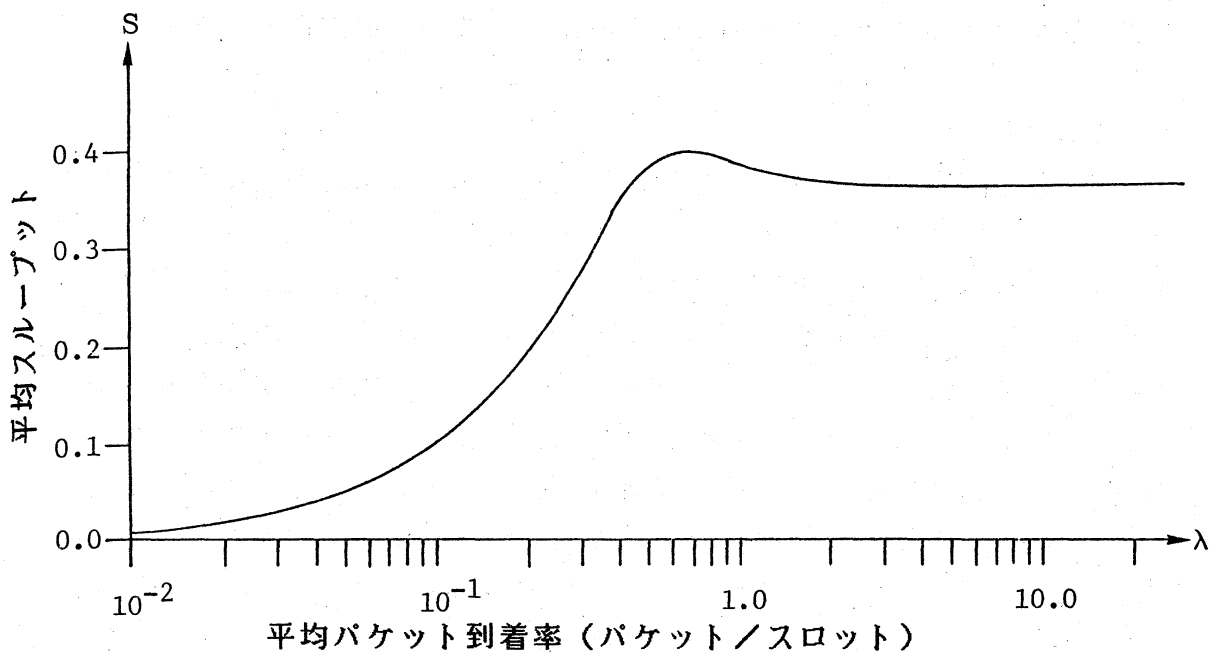


図6.1 - 平均パケット到着率 $\lambda$ に対する平均スループット  $S$

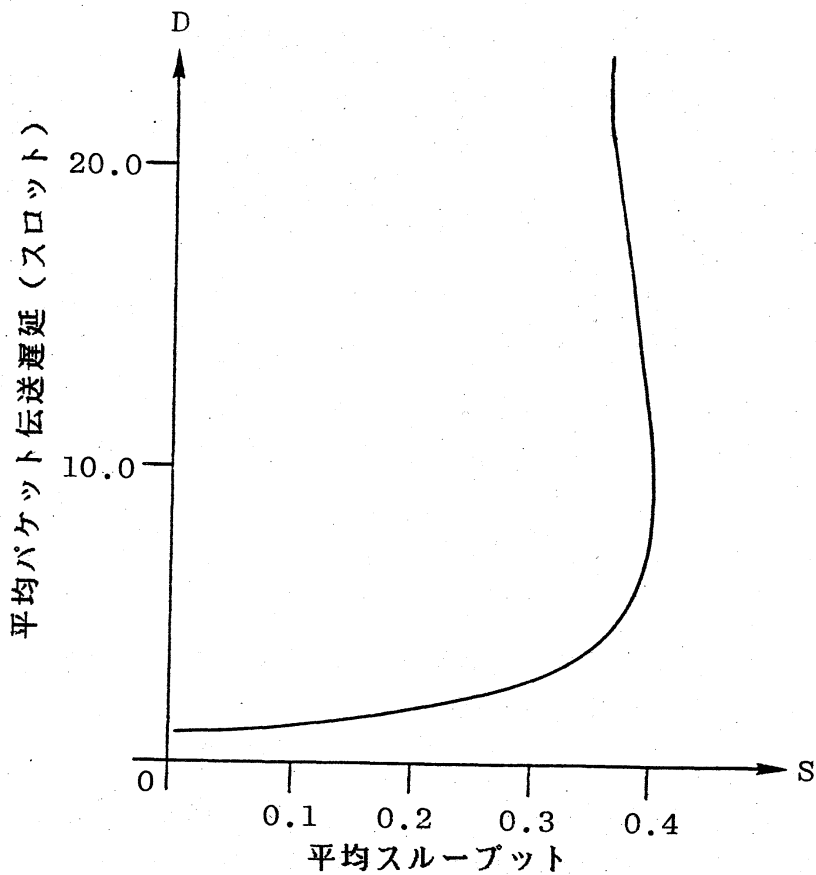


図6.2 - 平均スループット  $S$  に対する平均パケット伝送遅延  $D$



本稿の解析法で得られる結果の正しさを裏づける一つの証拠といえる。

#### 7. おわりに

本稿では、有限端末システムを仮定したうえでの確率的木型衝突解消アルゴリズムをESPNを用いて近似することなくモデル化し、それを隠れマルコフ連鎖に変換することによって、平衡状態における平均スループットおよび、平均パケット伝送遅延を求めた。本稿の主要な成果としては、木型衝突解消アルゴリズムの性能を解析したに留まらず、(1) ESPNによるアルゴリズムのモデル化が可能であることを明らかにしたこと、さらに、(2) モデル化したシステムを隠れマルコフ連鎖に変換することによって解析可能であるための条件を明らかにしたことある。特に、(2)の成果により、ESPNによってモデル化できても解析可能なシステムは、非常に限られていることが推測され、広域無線網のALOHAシステム、ローカルエリアネットワークのCSMA/CDシステムなどで用いられているよく知られた通信プロトコル（これらのプロトコルについては、文献(11)に要約してある）をESPNで近似なしでモデル化し、解析することは不可能なことを容易に示めすことができる（詳しい議論は、文献(14)参照）。

ESPNは、解析段階において隠れマルコフ連鎖に変換することによって解析するわけであるが、最初から隠れマルコフ連鎖を用いて解析する場合に比べ、次のような利点を掲げることができる。

(i) ESPNでモデル化することにより、発火規則さえ知っていればシステムの挙動が容易に理解できる。

(ii) 隠れマルコフ連鎖の状態を漏れなく、しかも機械的に求めることができる。

今後の課題としては、8以上の端末、あるいは複数のバッファを有する端末によって構成される確率的木型衝突解消アルゴリズムの性能解析が考えられる。特に、本稿においては、モデル化および解析の簡単化のため端末はバッファを一つしか持たないと仮定した。ところが現実のシステムにおいては、端末は十分な数のバッファを持っている。このようなシステムも図4.1のパケットの到着過程を拡張し、書き換えることによりESPNによってモデル化できる（文献(14)参照）。しかし、このESPNを解析するためには莫大な数のマーキングを扱わなければならない、状態数を減らす工夫が必要である。

謝辞 末筆ながら、日頃木型衝突解消アルゴリズムに関して御討論頂く、佐世保工業高等専門学校尾家祐二講師に衷心より感謝の意を表わす。

## 参考文献

- (1) J.I. Capetanakis, "Tree Algorithms for Packet Broadcast Channels", IEEE Trans. Inf. Theory, Vol.IT-25, No.5, pp.505-515 (1979).
- (2) J.I. Capetanakis, "Generalized TDMA: The Multi-Accessing Tree Protocol", IEEE Trans. Commun., Vol.COM-27, No.10, pp.401-410 (1979).
- (3) J.B. Dugan, K.S. Trivedi, R.M. Geist and V.F. Nicola, "Extended Stochastic Petri Nets: Applications and Analysis", Performance'84, North-Holland, pp.507-519 (1984).
- (4) J.D.C. Little, "A Proof of the Queueing Formula  $L=\lambda W$ ", Oper. Res., Vol.9, pp.383-387 (1961).
- (5) M.A. Marsan, G. Conte and G. Balbo, "A Class of Generalized Stochastic Petri Nets for Performance Evaluation of Multiprocessor Systems", ACM Trans. Comput. Syst., Vol.2, No.2, pp.93-122 (1984).
- (6) M.A. Marsan and G. Chiola, "Modeling Discrete Event Systems with Stochastic Petri Nets", Proc. 1985 Inter. Symp. on Circuits and Systems, pp.739-742 (1985).
- (7) P. Mathys and P. Flajolet, "Q-ary Collision Resolution Algorithms in Random-access Systems with Free or Blocked Channel Access", IEEE Trans. Inf. Theory, Vol.IT-31, No.2, pp.217-243 (1985).
- (8) P.M. Merlin, "A Methodology for the Design and Implementation of Communication Protocols", IEEE Trans. Commun., Vol.COM-24, No.6, pp.614-621 (1976).
- (9) M.K. Molloy, "Performance Analysis Using Stochastic Petri Nets", IEEE Trans. Comput., Vol.C-31, No.9, pp.913-917 (1982).
- (10) S. Muro, Y. Oie and T. Hasegawa, "A Proof of Channel Stability of D-ary Symmetrical Tree Algorithms", Modelling Techniques and Tools for Performance Analysis '85 (N. Abu El Ata (ed.)), North-Holland, pp.343-358 (1986).
- (11) 室, 尾家, 長谷川, "通信プロトコルにおける木型アルゴリズム", 情報処理, Vol.27, No.5, 掲載予定 (1986).
- (12) J.L. Peterson, "Petri Net Theory and the Modeling of Systems", Prentice-Hall, Inc. (1981).
- (13) C. Ramchandani, "Analysis of Asynchronous Concurrent Systems by Timed Petri Nets", Ph.D Thesis, M.I.T. (1973).
- (14) H. Shibata, "Modeling and Performance Analysis of Tree Collision Resolution Algorithm via Extended Stochastic Petri Net", Master Thesis, Dept. of Applied Math. and Physics, Faculty of Engineering, Kyoto University (1986).

- (15) J. Sifakis, "Use of Petri Nets for Performance Evaluation", in Measuring, Modelling and Evaluating Computer Systems (H. Beilner and E. Gelenbe (eds.)), North-Holland, pp.75-93 (1977).
- (16) B.S. Tsybakov and V.A. Mikhailov, "Free Synchronous Packet Access in a Broadcast Channel with Feedback", Prob. Inform. Transmission, Vol.14, No.4, pp.259-280 (1978); translated from "Problemy Peredachi Informatsii", Vol.14, No4, pp.32-49 (1978).
- (17) W.M. Zuberek, "Timed Petri Nets and Preliminary Performance Evaluation," Proc. 7th Annual Symp. on Computer Architecture, pp.88-96 (1980).