数理解析研究所講究録
第602巻 1986年 116-129

回路の正則化について.

名大教養部 池上 宜弘

§1. 序論

LCR－回路Nに寄生inductorと寄生capacitorを添加して（素子をNから取り去らないで）正則回路$\tilde{N}$を構成しようとするとき，次の2つの問題に遭遇する．第1の問題は，正則化された回路$\tilde{N}$の力学系と，どの様に関連づけてNの力学系を大域的に取扱うことができるか．各々の力学系の相空間である，Nと$\tilde{N}$の configulation manifold Nと$\tilde{N}$は全く別のKirchhoff spaceの中に存在している所にこの問題の難しさがあった．第2の問題は，どのようにすればNの単純な正則化$\tilde{N}$が得られるか，ということである．

第1の問題を取扱うために，homotopic regularization（定義3.2）とよばれる正則化の族を考える．これは一般に知られている正則化のほとんどを含んでいる．実際，E. Ihrig [2] による正則化はhomotopic regularizationになっている．又，homotopic. reg. は著者が[3]，[4]で取扱った正則化の族も含んでいる．

homotopic regularization は回路の拡大の1つであるが，これは homotopic extension（定義2.1）という拡大の枠に入っている．§2の命題2.2と命題2.3は homotopic Ext. の性質を与えている．これ等の性質は[3]，[4]にある命題の拡張となっている．

§3では，1つの主定理である定理 A が証明なしで書かれている．定理 A は次のことを示している．すなわち，$\tilde{\mathcal{N}}$ を $\mathcal{N}$ の homotopic regularization とするとき，$\mathcal{N}$ の configulation manifold Σ は $\tilde{\mathcal{N}}$ の configulation manifold $\tilde{\Sigma}$ の部分多様体 $\tilde{\Sigma}_0$ として canonically に表わされる．$\mathcal{N}$ の力学系 X は Σ の正則領域 Σ_R 上のベクトル場であるが，これは $\tilde{\Sigma}_0$ の normally regular domain $(\tilde{\Sigma}_0)_r$ と呼ばれる領域上のベクトル場 X_0 と canonically に同一視できる．

§4では，もう1つの主定理である定理 B を示す．これは，回路 $\mathcal{N}$ が正則であるためのグラフ理論的な必要十分条件を示したものである．ただし，$\mathcal{N}$ の抵抗は広い意味での電流制御又は電圧制御型であると仮定されている．

§2. 準備

$\mathbb{N}$ を与えられた回路 $\mathcal{N}$ に対応する方向づけられたグラフとする．$\mathcal{N}$ の状態は電流ベクトル，$i=(i_1,\dots,i_b)\in\mathbb{R}_i^b$ と

電圧ベクトル，$v=(v_1,\cdots,v_b)\in \mathbb{R}_v^b$ によって表わされる．ただし b は $\mathbb{N}$ の枝の個数とする．

定義2.1. 次のようなグラフ $\tilde{\mathbb{N}}$ を $\mathbb{N}$ の *homotopic extension* という：グラフの列 $\mathbb{N}=\mathbb{N}_0, \mathbb{N}_1, \cdots, \mathbb{N}_{n-1}, \mathbb{N}_n=\tilde{\mathbb{N}}$ があり，任意の $k=1,\cdots,n$ に対して，$\mathbb{N}_k$ は $\mathbb{N}_{k-1}$ に枝 e_k を次の (L) 又は (C) の方法で付け加えることにより得られたものである．

(L) $\mathbb{N}_{k-1}$ の1つの枝と直列に e_k を付け加える．

(C) $\mathbb{N}_{k-1}$ の2頂点を e_k で結ぶ．

K, $\tilde{K}$ を各々 $\mathbb{N}$, $\tilde{\mathbb{N}}$ の Kirchhoff space とする．

$$\tilde{i}=(i_1,\cdots,i_b,i'_1,\cdots,i'_n)\in \mathbb{R}_i^{b+n}$$

$$\tilde{v}=(v_1,\cdots,v_b,v'_1,\cdots,v'_n)\in \mathbb{R}_v^{b+n}$$

を $\tilde{\mathbb{N}}$ の状態ベクトルとする．ただし，$\tilde{\mathbb{N}}$ は $\mathbb{N}$ に $e_1,\cdots,e_n$ を付け加えて得られたものであり，i'_j, v'_j は e_j に対応しているものとする．

$$\tilde{K}_0 \equiv \left\{(\tilde{i},\tilde{v})\in\tilde{K} \;\middle|\; \begin{array}{l} v'_j=0 \text{ if } e_j \text{ is (L)-type} \\ i'_j=0 \text{ if } e_j \text{ is (C)-type}\end{array}\right\}$$

とする．

命題2.2. $\tilde{\mathbb{N}}$ が $\mathbb{N}$ の homotopic extension ならば，自然な射影 $\pi_0:\mathbb{R}_i^{b+n}\times\mathbb{R}_v^{b+n}\longrightarrow \mathbb{R}_i^b\times\mathbb{R}_v^b$, $((i,i'),(v,v'))\longmapsto (i,v)$, は線形同型写像 $\pi_0|\tilde{K}_0:\tilde{K}_0\to K$ を引き起こす．

Nをlこの inductor, cこの capacitor, rこの resistorから成る連結回路とする．$\mathcal{L}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{R}$を各々Nの inductor, capacitor, resistorの集合とする．Nの状態ベクトルは $i=(i_L, i_C, i_R)$, $v=(v_L, v_C, v_R)$で表わされる．$m=l+c+r$とすれば，$(i_L, v_L)\in\mathbb{R}^{2l}$, $(i_C, v_C)\in\mathbb{R}^{2c}$, $(i_R, v_R)\in\mathbb{R}^{2r}$, $(i, v)\in\mathbb{R}^{2m}$となる．

抵抗の特性に関して，次の3種類の場合を考える．

<u>$\Lambda 1$</u>：任意の抵抗R_jの電流i_jと電圧v_jは，1次元C^α多様体Λ_jが存在して，$(i_j, v_j)\in\Lambda_j\subset\mathbb{R}^2$をみたす．

<u>$\Lambda 2$</u>：r次元C^α多様体Λ_Rが存在して，$(i_R, v_R)\in\Lambda_R\subset\mathbb{R}^{2r}$をみたす．

<u>$\Lambda 3$</u>：$(2m-r)$次元C^α多様体Λが存在して，$(i, v)\in\Lambda\subset\mathbb{R}^{2m}$をみたす．

$\Lambda 1$が成立すれば，$\Lambda_R=\Lambda_1\times\cdots\times\Lambda_r$として，$\Lambda 2$が成立する．$\Lambda 2$が成立すれば，$\Lambda=\Lambda_R\times\mathbb{R}^{2l}\times\mathbb{R}^{2r}$として，$\Lambda 3$が成立する．$\Lambda 2$の場合，[8]によって，$\mathbb{R}^{2r}$における$\Lambda_R$の摂動$\hat{\Lambda}_R$が存在して，$\mathbb{R}^{2m}$において$\hat{\Lambda}_R\times\mathbb{R}^{2l}\times\mathbb{R}^{2c}\pitchfork K$が成立することが知られている．（$\pitchfork$は横断交叉を意味する．）$\Lambda 3$の場合，$\Lambda$の摂動$\hat{\Lambda}$が存在して，$\hat{\Lambda}\pitchfork K$となる．従って，$\Lambda 2$と$\Lambda 3$の場合には$\Lambda\pitchfork K$が成立しているものと仮定する．

この仮定のもとでは，$\Sigma=\Lambda\cap K$は$(l+c)$次元C^s多様体

である．Σを$\mathcal{N}$の<u>configulation manifold</u>という．

$\tilde{\mathbb{N}}$を$\mathcal{N}$に対応するgraph $\mathbb{N}$のhomotopic extensionとし，$\tilde{\mathbb{N}} = \mathbb{N} \cup \mathbb{L}' \cup \mathbb{C}'$とし，$\mathbb{R}_i^m \times \mathbb{R}_v^m$を$\mathbb{N}$の状態空間，$\mathbb{R}_i^{m+n} \times \mathbb{R}_v^{m+n}$を$\tilde{\mathbb{N}}$の状態空間，$\mathbb{R}_i^n \times \mathbb{R}_v^n$を$\mathbb{L}' \cup \mathbb{C}'$の状態空間とする．$\Lambda \subset \mathbb{R}_i^m \times \mathbb{R}_v^m$を上記の$C^\alpha$多様体とすれば，$\tilde{\Lambda} = \Lambda \times \mathbb{R}_i^n \times \mathbb{R}_v^n \subset \mathbb{R}_i^{m+n} \times \mathbb{R}_v^{m+n}$である．命題2.2と同じ記号を使って，次が成立する．

<u>命題2.3.</u> $\Lambda \pitchfork K$とすれば，次が成立する．

(i) $\mathbb{R}_i^{m+n} \times \mathbb{R}_v^{m+n}$において$\tilde{\Lambda} \pitchfork \tilde{K}$，従って，$\tilde{\mathbb{N}}$のconfigulation manifold $\tilde{\Sigma} \equiv \tilde{\Lambda} \cap \tilde{K}$は$C^\alpha$多様体である．

(ii) $\tilde{K}$において$\tilde{\Sigma} \pitchfork \tilde{K}_0$，従って，$\tilde{\Sigma}_0 \equiv \tilde{\Sigma} \cap \tilde{K}_0$は$C^\alpha$ manifoldである．

(iii) $\tilde{\pi}_0$は$\tilde{\Sigma}_0$をΣの上に微分同相にうつす．

注意．homotopic extensionは[3]と[4]のfundamental extensionを拡張した概念である．従って，[3, Proposition 2.2]と[4, Proposition 2.2]はこの論文のProposition 2.2によって拡張されていて，[3, Prop. 2.4]と[4, Prop. 2.4]もProposition 2.3によって拡張されている．

§3. Homotopic perturbationとhomotopic regulization.

この章では，Λ1，Λ2，Λ3の場合分けについては問題にしないとする．$\Lambda \pitchfork K$，$\tilde{\Lambda} \pitchfork \tilde{K}$等は仮定されているものとする．

$L_1, \cdots, L_\ell$ を $\mathcal{N}$ の inductors, $C_1, \cdots, C_c$ を $\mathcal{N}$ の capacitors, $R_1, \cdots, R_r$ を $\mathcal{N}$ の resistors とし, $\mathcal{L}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{R}$ を各々の集合とする. すると, $\mathcal{N} = \mathcal{L} \cup \mathcal{C} \cup \mathcal{R}$ となる. $\mathcal{N}$ の configulation manif. は C^{s+1}, $s \geqq 1$ とする. L_j の inductance は C^s 級の実数値関数, $L_j(i_j) \neq 0$ とする, ただし, i_j は L_j の電流である, $j=1,\cdots,\ell$. 同様に C_k の capacitance は $C_k(v_k) \neq 0$ で C^s 級とする, $k=1,\cdots,c$. この様な回路 $\mathcal{N}$ は $\underline{C^s 級回路}$ とよぶことにする.

C^s 級回路 $\mathcal{N}$ の力学系は次の式で決定される Σ 上の Σ に接するベクトル場 X である.

$$\frac{di_j}{dt} = \frac{1}{L_j(i_j)} v_j \,, \qquad j=1,2,\cdots,\ell \tag{3.1}$$

$$\frac{dv_k}{dt} = \frac{1}{C_k(v_k)} i_k \,, \qquad k=1,2,\cdots,c. \tag{3.2}$$

$\mathcal{N}$, $\mathcal{L}$, … 等の電流空間を $\mathcal{N}_*$, $\mathcal{L}_*$, … で, 電圧空間を $\mathcal{N}^*$, $\mathcal{L}^*$, … 等で表わすとき,

$$\sigma : \Sigma \longrightarrow \mathcal{L}_* \times \mathcal{C}^* \tag{3.3}$$

を natural projection $\mathcal{N}_* \times \mathcal{N}^* \longrightarrow \mathcal{L}_* \times \mathcal{C}^*$ の Σ への制限とする. $\dim \Sigma = \ell + c$ に注意して, $x \in \Sigma$ が <u>singular point</u> であるとは, 微分

$$d\sigma(x) : T_x\Sigma \longrightarrow \mathcal{L}_* \times \mathcal{C}^*$$

が退化していることである, とする. 他の $x \in \Sigma$ を <u>regular</u>

point という．regular point $x \in \Sigma$ 全体の集合を regular domain といい Σ_R で記す．$\Sigma = \Sigma_R$ であるとき，$\mathcal{N}$ は regular（正則）であるという．$\mathcal{N}$ が regular であれば Σ 全体でベクトル X は定義されるが，一般には X は Σ_R 上のみで定義される．

定義3.1．$\tilde{\mathcal{N}}$ が $\mathcal{N}$ の homotopic perturbation であるとは，回路の列 $\mathcal{N} = \mathcal{N}_0, \mathcal{N}_1, \cdots, \mathcal{N}_{n-1}, \mathcal{N}_n = \tilde{\mathcal{N}}$ で次の様なものが存在することである：$\mathcal{N}_k$ は $\mathcal{N}_{k-1}$ に次の (L) 又は (C) の方法で寄生素子を1個付け加えたものである．

(L) $\mathcal{N}_{k-1}$ の1つの素子と直列に寄生 inductor を入れる．

(C) $\mathcal{N}_{k-1}$ の2点を寄生 capacitor でつなぐ．

定義3.2．$\mathcal{N}$ の homotopic perturbation $\tilde{\mathcal{N}}$ が正則なとき，$\tilde{\mathcal{N}}$ homotopic regularization とよぶ．

注意．[3]，[4] において，著者は "regularized network perturbation" なるものを定義して，E. Ihrig [2] の構成はこの r. n. p. であると書いたが，これは正しくないので訂正したい．一方，E. Ihrig [2] による構成は homotopic regularization になっていて，r. n. p. は hom. reg. になっていることを，ここで注意しておきたい．

$\mathcal{N}$ の hom. reg. $\tilde{\mathcal{N}}$ の constrained manif. $\tilde{\Sigma}$ 上に1つの葉層構造 $\mathcal{F}_{\tilde{\mathcal{N}}}$ を次のように canonical に構成する．$\tilde{\mathcal{N}}$ に対して，

$$\tilde{\sigma} : \tilde{\Sigma} \longrightarrow \tilde{\mathcal{L}}_* \times \tilde{\mathcal{C}}^*$$

は(3.3)と同様に定義される写像とする．$\tilde{\mathcal{N}}$は正則であるから$\tilde{\sigma}$は局所的には微分同相である．$\mathcal{L}'$, $\mathcal{C}'$を$\tilde{\mathcal{N}}$の寄生素子とすれば，$\tilde{\mathcal{L}}_* \times \tilde{\mathcal{C}}^* = (\mathcal{L}_* \times \mathcal{C}^*) \times (\mathcal{L}'_* \times \mathcal{C}'^*)$となる．$\mathcal{L}_* \times \mathcal{C}^* \equiv \mathbb{R}^{l+c}$, $\mathcal{L}'_* \times \mathcal{C}'^* \equiv \mathbb{R}^{l'+c'}$とおく．ただし，$l, l'$, c, c'はinductor, capacitorの個数である．すると，写像

$$\tilde{\sigma} : \tilde{\Sigma} \longrightarrow \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m, \quad n = l+c, \ m = l'+c'$$

の微分$d\tilde{\sigma}$は各点において非退化である．よって，$\tilde{\Sigma}$のopen covering $\{U_i\}$, $i = 1, 2, \cdots$が存在して，$\varphi_i \equiv \tilde{\sigma}|U_i$はその像と微分同相である．$\varphi_i$は大域的な写像$\tilde{\sigma}$の制限であるから，

$$\{(U_i, \varphi_i)\}, \qquad \varphi_i : U_i \longrightarrow \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \tag{3.4}$$

は$\tilde{\Sigma}$上の余次元$l+c$の葉層構造$\mathcal{F}_{\tilde{N}}$のatlasとなっている．$\varphi_i^{-1}(* \times \mathbb{R}^{l'+c'})$は$\mathcal{F}_{\tilde{N}}$の葉に含まれている．(これを plaque という．) $\tilde{\mathcal{N}}$がC^α級であれば，$\mathcal{F}_{\tilde{N}}$もC^α級である．

$\tilde{\mathcal{N}} = \mathcal{N} \cup (\mathcal{L}' \cup \mathcal{C}')$に注意して，$\pi_0 : \tilde{\mathcal{N}}_* \times \tilde{\mathcal{N}}^* \longrightarrow \mathcal{N}_* \times \mathcal{N}^*$を自然な射影とする．$i_{\tilde{N}} = (i_N, i_{L'}, i_{C'}) \in \tilde{\mathcal{N}}_*$, $v_{\tilde{N}} = (v_N, v_{L'}, v_{C'}) \in \tilde{\mathcal{N}}^*$として，$\tilde{K}_0$を$i_{C'} = 0$, $v_{L'} = 0$をみたす$\tilde{K}$($\tilde{N}$のKirchhoff eq.)の元$(i_{\tilde{N}}, v_{\tilde{N}})$全体から成る集合とする．

$$\tilde{\Sigma}_0 \equiv \tilde{K}_0 \cap \tilde{\Sigma} \tag{3.5}$$

とする．

$p \in \tilde{\Sigma}_0$に対して，L_pをpを含む$\mathcal{F}_{\tilde{N}}$のplaqueとする．

$$(\tilde{\Sigma}_0)_r \equiv \{p \in \tilde{\Sigma}_0 : \tilde{\Sigma}_0 \pitchfork L_p \text{ in } \tilde{\Sigma}\}$$

を$\tilde{\Sigma}_0$の<u>normally regular domain</u>という．

$p \in (\tilde{\Sigma}_0)_r$に対して，次のような自然な射影が存在する．

$$\nu : T_p\tilde{\Sigma} = T_p\tilde{\Sigma}_0 \oplus T_pL_p \longrightarrow T_p\tilde{\Sigma}_0 \qquad (3.6)$$

Xを(3.1), (3.2)で与えられる$\tilde{\Sigma}$上のベクトル場とする．X_0を次の式で与えられる$(\tilde{\Sigma}_0)_r$上のベクトル場とする．

$$X_0(p) \equiv \nu X(p), \qquad p \in (\tilde{\Sigma}_0)_r. \qquad (3.7)$$

すると，X_0も(3.1)と(3.2)によって決まる$(\tilde{\Sigma}_0)_r$上のベクトル場である．

$f: M \to N$を一般の微分多様体の微分同相とし，XをM上のベクトル場とするとき，$(f_*X)(fp) \equiv (df)_p X(p)$できまる$f_*X$は$f$によって<u>導入される</u>$N$上のベクトル場という．

次の定理は[3, Theorem 4.4]と[4, Theorem 3.6]の部分的拡張である．

<u>定理A</u>．$\tilde{N}$をNのhomotopic C^r regularizationとする．Σ, $\tilde{\Sigma}$を各々N, $\tilde{N}$のconfigulation manifoldsとする．すると$\tilde{\Sigma}$のsubmanifold $\tilde{\Sigma}_0$でcanonicalに定義されるものが存在し，これは$\tilde{\pi}_0 : (i_{\tilde{N}}, v_{\tilde{N}}) \longmapsto (i_N, v_N)$により$\Sigma$と同一視される．$(\tilde{\Sigma}_0)_r$を葉層構造$\mathcal{F}_{\tilde{N}}$に関する$\tilde{\Sigma}_0$のnormally regular domainとする．X_0を(3.7)で定義される$(\tilde{\Sigma}_0)_r$上のベクトル場とする．このとき次の(i), (ii)が成立する．

(i) normally regular domain $(\tilde{\Sigma}_0)_r$の$\tilde{\pi}_0$による像はregular domain $\Sigma_R \subset \Sigma$ と一致する.

(ii) X を $\mathcal{N}$ の力学系 (Σ で定義されている), X_0 を (3.7) で与えられる $(\tilde{\Sigma}_0)_r$ 上のベクトル場とするとき, $(\tilde{\pi}_0)_* X_0 = X$ が成立する.

定理 A (i) は, この意味で normally regular domain は $\mathcal{N}$ の homotopic regularization $\tilde{\mathcal{N}}$ の選び方に無関係であることを示している.

§4. 回路が正則となる条件.

定義 4.1. 抵抗の集合 $\mathcal{R}$ の特性が次の条件をみたしているとき, $\mathcal{R}$ は電流制御又は電圧制御 (弱い意味で) であるという.

(i) 次の分割が存在する: $\mathcal{R} = \mathcal{R}_i \cup \mathcal{R}_v$.

(ii) 次の C^r 級関数が存在する ($r \geqq 1$):

$$f_i : (\mathcal{R}_i)_* \longrightarrow (\mathcal{R}_i)^*,$$

$$f_v : (\mathcal{R}_v)^* \longrightarrow (\mathcal{R}_v)_*.$$

(iii) $\mathcal{R}$ の特性は $(i_R, v_R) \in \Lambda_R$ によって与えられる. ただし, Λ_R は次の式で定義される多様体である:

$$\Lambda_i \equiv \{(i, f_i(i)) : i \in (\mathcal{R}_i)_*\},$$

$$\Lambda_v \equiv \{(f_v(v), v) : v \in (\mathcal{R}_v)^*\},$$

$$\Lambda_R \equiv \Lambda_i \times \Lambda_v.$$

従って上の定義は∧2の特別な場合であり，∧1は定義4.1の特別な場合である．

<u>定義4.2</u>．回路Nの抵抗$\mathcal{R}$は電流制御又は電圧制御とする．分割 $N=\mathcal{L}\cup\mathcal{C}\cup\mathcal{R}_i\cup\mathcal{R}_v$ において，$\mathcal{C}\cup\mathcal{R}_i$ が (maximal) tree ($\Leftrightarrow \mathcal{L}\cup\mathcal{R}_v$ が cotree) であるとき，Nは<u>条件α</u>をみたすという．

<u>命題4.3</u>．条件αをみたす回路Nに対して，次の(i)と(ii)は同値である．

(i) $\mathcal{R}_v$に含まれる任意の抵抗Rに対して，他の枝はすべて$\mathcal{C}$に含まれるようなRを含む loop が存在する．

(ii) $\mathcal{R}_i$に含まれる任意の抵抗Rに対して，他の枝はすべて$\mathcal{L}$に含まれるようなRを含む cut set が存在する．

<u>定義4.4</u>．回路 $N=\mathcal{L}\cup\mathcal{C}\cup\mathcal{R}_i\cup\mathcal{R}_v$ が命題4.3の(i)又は(ii)をみたすとき，Nは<u>条件β</u>をみたすという．

<u>定理B</u>．回路Nの抵抗$\mathcal{R}$は電流制御又は電圧制御(定義4.1の意味で)とする．分割 $\mathcal{R}=\mathcal{R}_i\cup\mathcal{R}_v$ は固定されているものとする．このとき，次が成立する：

(4.2)の任意のC^r関数($r\geqq 1$)に対してNは正則

$\Longleftrightarrow$ Nは条件αと条件βをみたす．

注意4.5．S. Smale が出した問題[10]に答えて，E. Ihrig

[2]は $\mathcal{N}$ の正則化 $\tilde{\mathcal{N}}$ を構成する方法をみつけた。(この場合の $\mathcal{N}$ は強い意味での電流制御又は電圧制御の抵抗を持っている。)E. Ihrig の構成は多くの寄生素子を使っているが，定理Aを使えば，より簡単な正則化が得られる。

回路 $\mathcal{N}$ に対し，全ての capacitor を含み，inductor を1個も含まない tree (proper tree) が存在するとき，$\mathcal{N}$ は complete (又は forced degeneracy を持たない) と言われる。([9, Chap 14] 又は [1, pp. 13 and 4])

系 4.5. 回路 $\mathcal{N}$ は complete で，$\mathcal{N}$ の抵抗 $\mathcal{R}$ は電流制御又は電圧制御であるとする。$\mathcal{R} = \mathcal{R}_i \cup \mathcal{R}_v$，$\mathcal{R}_i$ は電流制御の抵抗，$\mathcal{R}_v$ は電圧制御の抵抗とする。$\mathcal{T}$ は $\mathcal{R}_i$ に含まれる抵抗をなるべく多く含む proper tree とし，$\mathcal{T}^c$ は対応する cotree とする。すると，次の (i) (又は (i)′) と (ii) によって $\mathcal{N}$ に寄生素子を付け加えて出来る回路 $\tilde{\mathcal{N}}$ は正則である。

(i) 抵抗 $R_i \in \mathcal{R}_i \cap \mathcal{T}$ に対して，次のような cut set A があれば，R_i の枝を Figure 1 のように変える：(a) $R_i \in A$，(b) $A - R_i \subset \mathcal{T}^c$，(c) $A \cap \mathcal{R}_v \cap \mathcal{T}^c \neq \phi$.

(i)′ 抵抗 $R_v \in \mathcal{R}_v \cap \mathcal{T}^c$ に対して，次のような loop B があれば，R_v の枝を Figure 2 のように変える：(a)′ $R_v \in B$，(b)′ $B - R_v \subset \mathcal{T}$，(c)′ $B \cap \mathcal{R}_i \cap \mathcal{T} \neq \phi$.

(ii) $\mathcal{T}$ に含まれる任意の電圧制御抵抗 ($\in \mathcal{R} \cap \mathcal{T}$) に並列に

capacitor を1個加える．$\mathcal{T}^c$ の中の任意の電流制御抵抗（$\in \mathcal{R}_i \cap \mathcal{T}^c$）に直列に inductor を1個付け加える．

注意4.6．川上氏と松本氏は[7]で forced degeneracy を持たない回路の正則化を示している．[7]の方法は系4.5の(i)又は(i)$'$の代わりに次の(i)$''$をほどこす．

(i)$''$ $\mathcal{T}$に含まれる<u>全ての</u>抵抗に並列に capacitor を付け加え，$\mathcal{T}^c$の<u>全ての</u>抵抗に直列に inductor を加える．

(i)$''$の後に系4.5の(ii)をほどこす．従って系4.5は[7]の方法より単純な正則化の方法を与えているという意味で[7]の改良である．

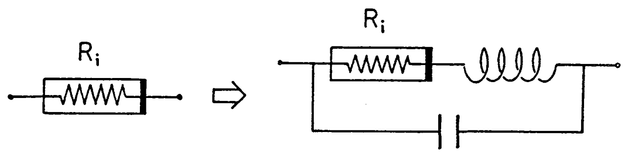

FIGURE 1

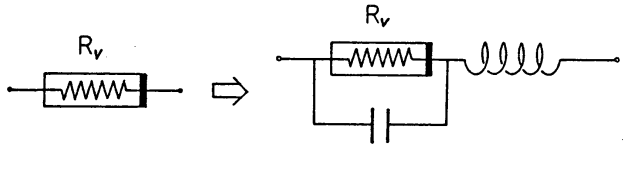

FIGURE 2

References

[1] R.K. Brayton and J.K. Moser: A theory of nonlinear networks I, Quart. Appl. Math., vol. 22(April 1964), pp. 1-33.

[2] E. Ihrig: The regularization of nonlinear electrical circuits, Proc. AMS, vol. 47(1975), pp. 179-183.

[3] G. Ikegami: "Geometric singular perturbation theory for electrical circuits", The Theory of Dynmical Systems and Its Application to Nonlinear Problems, Singapore, World Sci. Publ., 1984, pp. 109-123.

[4] G. Ikegami: "On network perturbations of electrical cirsuits and singular perturbation of dynamical systems", Chaos, Fractals, and Dynamics, New York, Marcel Dekker, 1985, pp. 197-212.

[5] G. Ikegami: "Singular perturbations for constraint systems", Dynamical Systems and Nonlinear Oscillations, Singapore, World Sci. Publ., 1986, 27-49.

[6] G. Ikegami: Singular Perturbations in Foliations, Preprint Ser. No. 2, Nagoya, Coll. of Gen. Education, Nagoya University, 1986.

[7] H. Kawakami and T. Matsumoto: "Examples of circuits and on regularization of circuits", RIMS Kokyuroku, vol. 536(1976), pp. 186-201, Japan, Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto Univ., (Japanese).

[8] T. Matsumoto, G. Ikegami, and L.O. Chua: Strong structural stability of resistive nonlinear n-ports, IEEE Trans. Circuits Syst., vol. CAS-30, (April 1983), pp. 197-222.

[9] R.A. Rohrer: Circuit Theory: An Introduction to the State Variable Approach, New York, McGraw-Hill, 1970.

[10] S. Smale: On the mathematical foundations of electrical circuit theory, J. Differential Geometry, vol. 7(1972), pp. 193-210.