数理解析研究所講究録
第 624 巻 1987 年 28-32

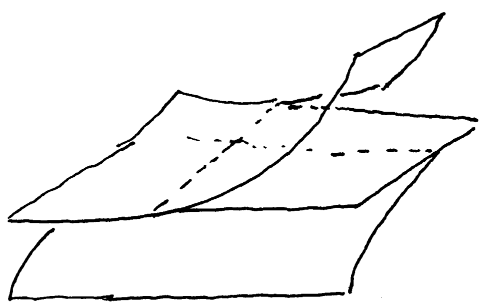
Incompressible Measured Laminations in 3-manifolds

都立大理　大鹿健一　（ Ken'ichi Ohshika ）

Ｍ　を３次元既約閉多様体とする。　Ｍ　中の（　余次元１の　）lamination とは　Ｍ　の　部分閉集合上の　葉層構造のことである。　Ｌ　を　Ｍ　中の　lamination　とする。Ｌ　に　横断的な　measure　がはいる時　Ｌ　を measured laminationという。特に　Ｍ　の部分曲面は　measured lamination　の例になっている。

Ｌ　を含む開集合上で　横断的な　非特異ベクトル場が定義できる時、Ｌを横断的に向き付け可能であると言う。

Ｆ　が　Ｍ　中の　分岐曲面であるとは、Ｆ　が　特異点を持つC^1曲面で、特異点では下図のようになっていることである。分岐曲面Ｆ　について、そのファイバー近傍を　Ｎ（Ｆ）で表す。



Lamination Ｌが 分岐曲面Ｆを台にもつとは、ＬがＮ（Ｆ）の中にファイバーに横断的にアイソトピーで動かせることをいう。

分岐曲面Ｆが incompressible であるとは、次の条件を満たすことである。

（１） Ｎ（Ｆ）の 水平境界は incompressible。

（２） 接着円板がない。

（３） 一角形がない。

（Floyd-Oertelを見よ。）

Morgan-Shalen は次の事実を証明した。

<u>Morgan-Shalen の定理</u> Incompressibleな分岐曲面を台に持つmeasured lamination の 各葉は incompressibleである。

ここでの目標は、この定理の逆を示すことである。

<u>定理</u> Ｌを横断的に向き付け可能なmeasured lamination で、Ｍ全体の葉層構造にはなっていないとする。いま、Ｌの各葉はincompressibleであるとする。このときＬの台となるincompressibleな分岐曲面が存在する。

この定理の証明にはいくつかの補題を必要とする。

39

<u>補題　1</u>　Ｂ　を３次元球体とする。　ＬをＢ中の measured lamination で、Ｂの境界に横断的であり、Ｂ全体の葉層構造にはなっていないとする。　このとき　Ｌは有限個の族に分かれ、各族はコンパクトな葉が平行に並んでいるものになっている。

この補題は Morgan-Shalen の結果を用いることにより簡単に示せる。

<u>定義</u>　　ｈ　をＭのハンドル分解とする。Measured lamination Ｌ　がｈに関して弱正規であるとは、次の条件を満たすことである。

全てのハンドル　ｓ　に対して　ｓとＬの交わりは、全てのｓの垂直円板に横断的な円板である。従って特にＬはｈの３ー球体とは交わらない。

Ｌがｈに対して弱正規で、かつ下の条件を満たすとき正規であると言う。

ｓの境界の各ハンドルｔとＬとｓの交わりの各成分ｌに対して、ｌとｔの交わりは、一本の閉区間である。

<u>補題　2</u>　　　Ｌを横断的に向き付け可能なmeasured lamination として、Ｌの各葉はincompressible であるとする。またＬはＭの葉層構造ではないとする。このときＭのハンドル分解で、それに関してＬが弱正規であるものが存在する。

この補題は任意のハンドル分解から始めて、それを細分していくことにより示す。

<u>補題　3</u>　　　補題２と同じ条件のもとで、　Ｌはハンドル分解ｈに関して弱正規であるとする。このときＬをイソトピーで動かすことによってｈに関して正規にできる。

弱正規と正規の違いはひとつのハンドルのなかで、折り返しがあるかどうかという点にある。補題　３の証明はこの折り返しをイソトピーによってつぎつぎに解消していくことによって行う。本質的なのはこの操作が有限回で終る点にある。

Ｌに対してＬがそれに関して正規なハンドル分解ｈを持ってくる。ｈの２−ハンドルに平行にはいっている葉の部分を全て同一視することによって分岐曲面ができる。これをＢとしよう。

Ｂは当然Ｌの台になる。この条件を変えずにＢを改変してincompressible　にできることを示せばよい。　これは本質的にFloyd-Oertel と同じ議論によって示すことが出来る。

以上について、詳細はプレプリント"Incompressible Measured Laminations in 3-manifolds"　を参照下さい。

参考文献

Floyd-Oertel   Incompressible surfaces via branched surfaces,
Topology 23

Morgan-Shalen   Degeneration of hyperbolic structures II,
measured laminations, trees, and 3-manifolds, preprint

Oertel   Incompressible branched surfaces,
Inv. Math. 76