

乱流遷移を支配する三次元攪乱の発生過程

阪府大 工 浅井雅人 西岡通男

(Masahito Asai, Michio Nishioka)

1. はじめに

T-S 波動の成長から始まる境界層の乱流遷移において、いわゆるピーク=バレー構造の発達に導く波動の三次元化はもっとも重要な機構の一つであり、Klebanoff et al(1962), Kovaszny et al(1962), Hama & Nutant(1963) の実験以来それを明らかにしようと多くの研究がなされてきた (Herbert & Morkovin(1980), Tani(1981), Stuart(1986), Herbert(1988)参照)。当初観察されたピーク=バレー構造は二次元 T-S 波動と同周波数の斜行波対に支配され、また縦渦の成長を伴うのが特徴である。さらに最近では、Kachanov & Levchenko(1984)や Saric & Thomas(1984) により 1/2 周波数の分調斜行波対に支配される別のタイプのピーク=バレー構造が外乱環境により発達し得ることも観察されている。何れの場合も、斜行波対 (三次元波) の増幅は粘性型不安定波 (T-S 波動) に比べ非常に激しく、その増幅が始まるとまさに遷移の軌道にのる。

筆者らは、平面ポアズイユ流の乱流遷移 (ribbon-induced transition) に関する一連の実験 (Nishioka et al(1975, 1978, 1980, 1981, 1984, 1985)) を通してその機構を調べてきた。実験は主に亜臨界レイノルズ数  $R = 5000$  (中心流速  $U_c$  とチャンネル半分深さ  $h$  に基づく)、攪乱周波数  $f = 72 \text{ Hz}$  ( $2\pi f h / U_c = 0.337$ ) で行われた: 線形安定論による臨界レイノルズ数は  $5772$  である。亜臨界条件にもかかわらず、導入された波動の実効値振幅が  $U_c$  の約 1% を越えると波動の三次元増幅が始まり Klebanoff et al の境界層での実験と同様のピーク=バレー構造が発達する。この場合のピーク=バレー分岐は二次元波と同期した斜行波対 (同周波数および同波数をもつ) の増幅として解釈され、Itoh(1980) は Stuart(1962) の弱非線形理論を用いて両波動の非線形干渉を調べ二次元波の振幅の増加とともに両者が同期に向い斜行波対が増幅する可能性を示した。一方、Kleiser(1982) は時間増幅型の数値シミュレーションにより実験結果の再現を試み、初期三次元攪乱として与えた微弱斜行波対が実験の数居値 ( $0.01 U_c$ ) 以上の二次元 T-S 波の初期振幅に対して増幅しピーク=バレー発達に導くこと

を示した。また、Orszag & Patera(1983)も同様の三次元攪乱の敷居値挙動をシミュレートしている。Orszag & Patera(1983) およびHerbert(1984)は、これらの実験と数値計算の結果に基づき有限振幅二次元T-S波を伴う流れの微弱三次元攪乱に対する二次不安定モデルを提案した。即ち、二次元T-S波の周期性を仮定し、それと基本流の作る周期的な流れの三次元攪乱に対する線形不安定性を解析しており、特に、Herbertは筆者らの実験パラメータに対して二種類の増幅固有モードを見いだしている。一つは二次元波と同波数（及び同周波数）をもつモードであり、他方は1/2波数の分調波モードで、各々筆者らのピーク=バレー及び最近Kozlov & Ramazanov(1983)の観察した1/2分調波の支配するピーク=バレーに導くと主張した。また、Herbert(1985)は二次不安定モデルを境界層に対しても適用し、Klebanoff et alやKachanov & Levchenkoの結果も説明できるとしている：境界層については、二次元T-S波と同期した特定のスパン方向波数をもつ1/2分調斜行波対が急増幅し得ることが Craik(1971)の弱非線形解析に基づく共鳴理論ですでに予測されていたが、二次不安定モデルでは広範囲のスパン方向波数の分調斜行波の増幅が可能であることが示された。二次不安定モデルは流れの周期性を仮定しているので適用範囲に限られる（厳密には二次元平衡振幅に対してのみ）ように思えるが実際に観察されるピーク=バレー発達を支配する斜行波対の構造は Herbertの計算した固有モードにかなり近い（Nishioka & Asai(1985)）。さらに、Singer et al(1986)は、初期三次元攪乱としてランダムノイズ（種々の波数の斜行波対）を与えKleiserと同様の数値計算を行い、Herbertの解析が示したように二次元波の振幅に応じて両固有三次元モードが増幅し得ることを示している。

上記の結果は二次不安定モデルの有効性を支持するが、しかしながら重要な問題が残されている。即ち、実際の実験環境に於てその様な固有の三次元モード（二次元波と同期）がいかにかに生まれるかである。筆者らの実験では、基本流の速度分布が完全に二次元的でなく、図1に示すようにスパン方向（ $z$ ）に僅かに波打っている：平均波長24-26mm、中心（ $y=0$ ）での振幅は $U_c$ の2%程度。一方、残留不規則乱れは $U_c$ の0.05%以下で主に低周波成分からなる。実験で観察される波動の三次元パターンはこの基本流（特に中心流速）の三次元パターンに同調し、しかも三次元化がかなり進んだ後でも流れは非常に規則的である。

図2は種々の振幅の波動の実効値振幅  $u' / U_c$  のスパン方向 ( $z$ ) 分布を示している、図1と比較すると上記対応関係がよく分かる。従って、観察された波動の三次元化の原因(種)としてもっとも考えられるのはこの基本流のスパン方向歪みであり、この歪みが二次元波と非線形干渉し、その結果生まれる同期三次元波(斜行波対)が二次元T-S波動の振幅が数居値を越えるとHerbertの二次不安定モデルで予測される固有モードに発展すると推測される。二次不安定モデルは増幅固有モードの存在を主張するだけであり、実際それが如何なる原因で励起されるかについては答えていない。そこで、本研究ではこの点を明らかにするため、基本流の三次元歪みと二次元T-S波動の干渉を数値実験(時間増幅タイプ)により調べた。

図1に示した基本流の僅かな三次元性はおそらくチャンネル入口に流入する気流の非一様性が原因と考えられ、十分下流の測定部(入口から600h下流)ではその歪み成分は平均流歪みに対する数少ない固有モードで表現できることが期待される。実際、図1中の実線は放物型速度分布と次式で与えられる二つの固有モードの和であり、実験の速度分布をよく表している。即ち、

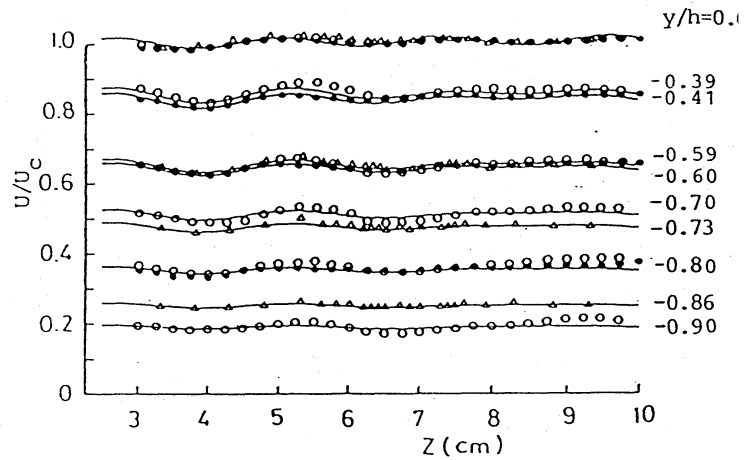


図1. 基本流の速度分布;  $R=5000$ .  
( $\Delta$ ; 1978,  $\circ$ ; 1985,  $\bullet$ ; present).  
—: 式(1)

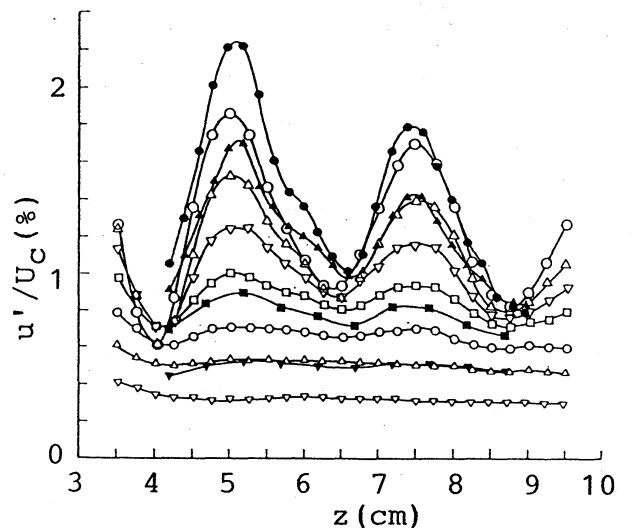


図2.  $u$  変動の実効値振幅 ( $u'$ ) の  $z$  分布  
 $R=5000$ ,  $f=72\text{Hz}$ ,  $y/h=-0.815$ .  
( $\bullet$ ,  $\blacktriangle$ ,  $\blacktriangledown$ ,  $\blacksquare$ ; 1985,  $\circ$ ,  $\triangle$ ,  $\triangledown$ ,  $\square$ ; present).

$$U/U_c = 1 - (y/h)^2 + u_s + u_a, \quad (1)$$

$$u_s = 0.015 \cos(\pi y/2h) \cos \beta_s (z-z_s) \quad (2)$$

$$u_a = 0.01 \sin(\pi y/h) \cos \beta_a (z-z_a) \quad (3)$$

ここで,  $2\pi/\beta_s = 23 \text{ mm}$ ,  
 $z_s = 50 \text{ mm}$ ,  $2\pi/\beta_a = 30 \text{ mm}$ ,  $z_a = 55 \text{ mm}$ である。  
 これらのモード ( $u_s$ ;  $y$ に関して対称,  $u_a$ ;  $y$ に関して反対称) は減衰率が極めて小さく, かつ時間増幅タイプで考えるかぎり  $v$  及び  $w$  成分を持たない。また図3は, ピーク=バレー分岐が十分進んだ段階の  $z = 75 \text{ mm}$

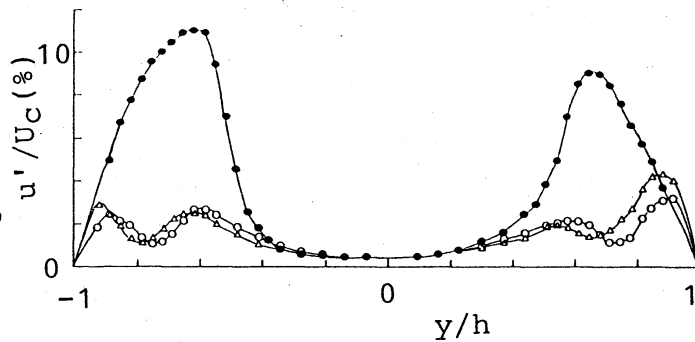


図3.  $u$ 変動の実効値振幅の  $y$  分布.  
 $R=5000$ ,  $72\text{Hz}$ ,  $\bullet$ ;  $z=75\text{mm}$ ,  $\circ$ ;  $64\text{mm}$ ,  
 $\Delta$ ;  $88\text{mm}$ .

( $U_c$ 極大)と  $z = 64 \text{ mm}$ ,  $88 \text{ mm}$  ( $U_c$ 極小)での  $u'$  の  $y$  分布を示しているが, チャンネル上面 ( $y > 0$ ) と下面 ( $y < 0$ ) 共同  $z$  位置がピーク (或はバレー) となる。これは, 二次元 T-S 波動と同様  $y$  に関し反対称 ( $u$  成分について) な構造の斜行波対が支配しているためであり, 前述の中心流速と波動の三次元パターンとの対応も含め (2) 式の対称歪みモードが実験のピーク=バレー発達にとってはより支配的であることを意味する。従って, 以下のシミュレーションでは基本流の歪みとして (2) 式の対称モードが用いられる。

## 2. 数値シミュレーション

実際の流れは空間発展するが, ここでは流れ方向 ( $x$ ) 及びスパン方向 ( $z$ ) の周期性 (基本波長を各々,  $2\pi/\alpha$ ,  $2\pi/\beta$  とする) を課す。攪乱の時間発展は非圧縮ナビエ=ストークス方程式 ( $U_c$  と  $h$  で無次元化) により記述される。初期条件として, 基本流  $\underline{U} = (1 - y^2, 0, 0)$  に二次元 T-S 波動  $\underline{v}_2$  と三次元歪み  $\underline{v}_3$  が与えられる。即ち, 時刻  $t = 0$  での速度場  $\underline{v}(x, y, z, t=0)$  は,

$$\underline{v}(x, y, z, t=0) = \underline{U}(y) + A_2 \underline{v}_2(x, y, t=0) + A_3 \underline{v}_3(y, z, t=0), \quad (4)$$

$$\underline{v}_2 = \text{Re} \{ \hat{\underline{v}}_2(y) \exp(i(\alpha x - \omega t)) \}, \quad (5)$$

$$\underline{v}_3 = 1/2 \text{Re} \{ \hat{\underline{v}}_3^+(y) \exp(i\beta z) + \hat{\underline{v}}_3^-(y) \exp(-i\beta z) \} \exp(\gamma t), \quad (6)$$

ここで、 $\underline{v}_2$  および  $\underline{v}_3$  は流れ方向成分の最大値により正規化されており、従って、 $A_2$  及び  $A_3$  が各々二次元 T-S 波動及び三次元歪みの初期強さを表す。レイノルズ数  $R$  及び波数  $\alpha$ ,  $\beta$  は実験に対応するようにそれぞれ 5000, 1.12, 2.0 とし、三次元歪みモード  $\underline{v}_3$  の構造は先の考察に従い次式により模擬される。

$$\underline{v}_3^\pm = (\underline{u}_3^\pm, \underline{v}_3^\pm, \underline{w}_3^\pm) = (\cos(\pi y/2), 0, 0) \quad (6)$$

これら初期モードの固有値  $\omega (= \omega_r + \omega_i)$ ,  $\gamma (= -(\beta^2 + \pi^2/4)/R)$  はそれぞれ  $0.3156 - 0.00279i$  及び  $-0.0017$  である。速度場は次式のようにフーリエ分解され、各成分の時間発展が平均圧力勾配 ( $-2/R$ ) 一定の条件下でフーリエ=チェビシエフスペクトル法 (Orszag & Kells (1980)) により計算される。

$$\underline{v} = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \underline{v}_{mn}(x, y, z, t), \quad (7)$$

$$\underline{v}_{mn} = \text{Re} \{ \underline{v}_{m,n}(y, t) \exp(i(m\alpha x + n\beta z)) + \underline{v}_{m,-n}(y, t) \exp(i(m\alpha x - n\beta z)) \} \quad (n \neq 0), \quad (8)$$

$$\underline{v}_{m0} = \text{Re} \{ \underline{v}_{m,0}(y, t) \exp(i(m\alpha x)) \}, \quad (9)$$

$$\underline{v}_{00}(x, y, z, t=0) = \underline{U}(y). \quad (10)$$

$x$ ,  $z$  方向には4つのフーリエモード、 $y$  方向 (壁;  $y = \pm 1$ ) には41のチェビシエフ多項式を用いた。以下に結果を述べる。

### 3. 結果と考察

図4は、初期攪乱が弱い場合、 $A_2 = 0.6\%$  および  $A_3 = 0.5\%$  の場合のフーリエ成分  $\underline{v}_{10}$  (T-Sモード),  $\underline{v}_{01}$  (平均流歪みモード),  $\underline{v}_{11}$  (三次元波動) の発達を、各モードのエネルギー、

$$E_{mn} = (15\alpha\beta/64\pi^2) \int_0^{2\pi/\alpha} dx \int_0^{2\pi/\beta} dz \int_{-1}^1 (\underline{v}_{mn} \cdot \underline{v}_{mn}) dy \quad (11)$$

の時間発展により示している。図のように、初期攪乱 ( $E_{10}$ ,  $E_{01}$ ) はともに安

定論から計算される減衰率 ( $\omega_i$  及び  $\gamma$ ) で減衰する。また、この条件下では両初期モード間の非線形干渉の結果生まれる三次元波動モード  $y_{11}$  は非常に弱く、二次のオーダー ( $O(A_2 A_3)$ ) の非線形効果として予測される  $\exp(\omega_i + \gamma)t$  に従って減衰する。基本流の初期三次元歪みの強さ  $A_3$  を 5% にましても、励起される三次元波成分の振幅が  $A_3$  に比例して増加するだけで各モードの発達の様子は全く変わらなかった。

一方、二次元 T-S 波動の振幅  $A_2$  は次に説明するように三次元波の生成及び発達に決定的な影響を与える。図 5 は、同じ初期三次元歪み強さ  $A_3 = 0.5\%$  のもとで、 $A_2$  を 0.6% から 3.0% 迄種々の値に変えたときの三次元波モード  $y_{11}$  の発達を、両初期モードの強さでスケールされたエネルギー  $E_{11} / (A_2 A_3)^2$  で表している。図のように、T-S 波動の振幅が増加すると、励起される三次元波動は微小振幅 T-S 波動の場合と異なる挙動を始め、 $A_2 = 1.4\%$  (実効値振幅でいえば 1%) 以上では増幅に転じる。この三次元波動の増幅に対する T-S 波動の敷居振幅は、正に実験で観察されるピーク=バレー分岐に対する敷居値である。従って、この敷居値を境に攪乱の非線形相互作用の中味が大きく変化することが示唆される。それを最も特徴づけるのは、次に示す平均流歪みモードの変化である。図 6 は、増幅三次元波動が発達する  $A_2 = 2.0, 2.4, 3.0$

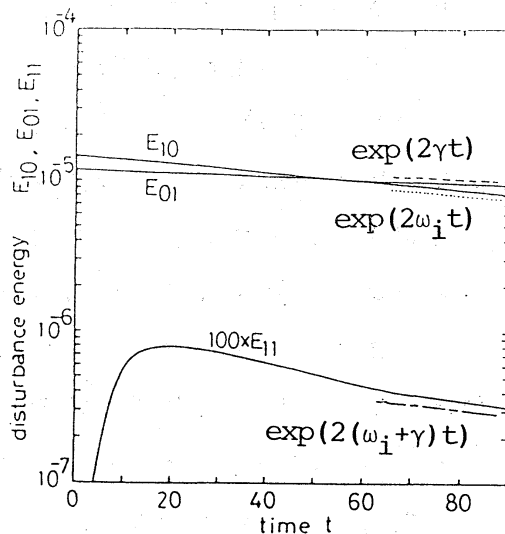


図 4.  $E_{nm}$  の時間発展.  $A_2 = 0.6\%$ ,  $A_3 = 0.5\%$ .

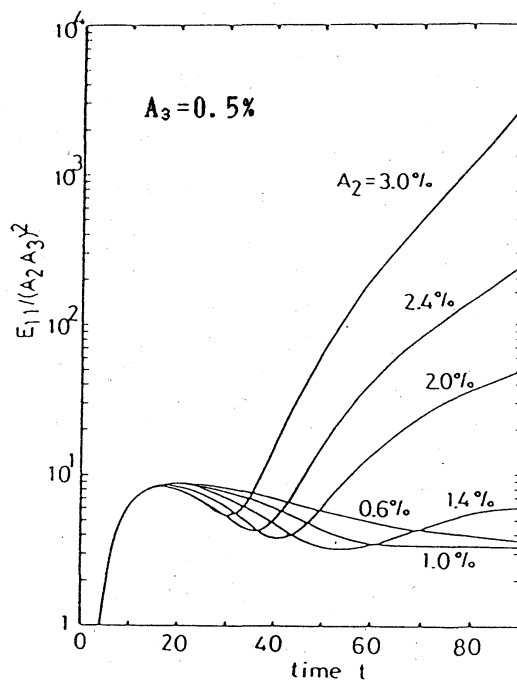


図 5. 三次元波動モードの発達.

0%の場合の平均流歪みモード  $\psi_{01}$  の各速度成分  $u_{01}$ ,  $v_{01}$ ,  $w_{01}$  の  $y$  分布を初期三次元歪みの構造を維持する  $A_2 = 0.6\%$  の場合と比較している。数値振幅以上では平均流の歪みが臨界層 ( $y = \pm 0.84$ ) 近くで大きく変化し、さらに重要なのは平均流に  $v$  及び  $w$  成分が顕著に発達することである。これは、いわゆる縦渦の発達を表す。縦渦成分の発達は、流れ方向及びスパン方向の渦度伸張を促し、図5に見られる激しい三次元増幅に導くと考えられる。このような平均流の三次元性の変化は、両初期モード間の干渉により生まれた三次元波モードが更に二次元 T-S 波動と強い干渉を行う結果であり、新たに生じる縦渦を伴う平均流の歪みと T-S 波動との干渉による三次元波モードの生成と合わせ、三次元攪乱の自己増幅が二次元 T-S 波動を介して始まると考えられる。事実、図7は、 $A_2 = 3.0\%$  ( $A_3 = 0.5\%$ ) の場合の二次元波モード  $\psi_{10}$  及び基本スパン方向波数 ( $\beta$ ) の各三次元モード  $\psi_{01}$ ,  $\psi_{11}$ ,  $\psi_{21}$  の発達を示しているが、平均流の三次元歪みと三次元波動モードとも同時に増幅するのが分かる。ここで、 $A_2 = 3.0\%$  は二次元平衡振幅に対応しており、三次元攪乱が成長しても計算範囲内では殆どその強さは変わらない。Herbertは、この様な三次元攪乱の増幅機構として初めに述べた二次不安定モデルを提案し、二次元平衡振幅の場合

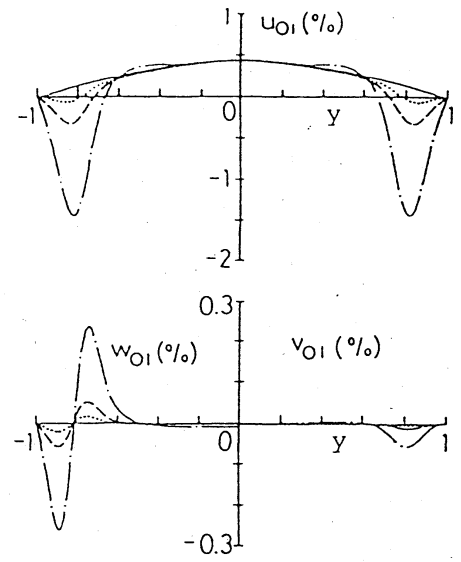


図6. 平均流歪みモードの構造 ( $t=90$ ),  $A_3=0.5\%$ : —;  $A_2=0.6\%$  .....;  $A_2=2.0$ , ---; 2.4, - - -; 3.0%.

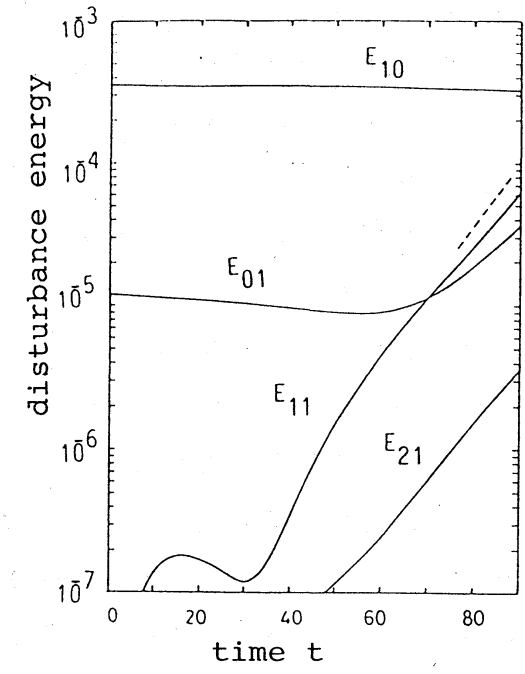


図7.  $E_{10}$  及び  $E_{n1}$  ( $n=0, 1, 2$ ) の時間発展.  $A_2=3.0\%$ ,  $A_3=0.5\%$ , .....; Herbert

の固有モードを計算している。固有モードは次式の形をとる。

$$y = \exp(\sigma t) \sum_{n=\pm 1} \exp(in\beta z) \sum_{m=+\infty}^{+\infty} v_{mn}(y) \exp(im\alpha(x-ct)) \quad (12)$$

ここで、 $\sigma$ は増幅率であり、本パラメータ ( $R, \alpha, \beta$ ) に対して 0.051 (2倍高調波まで考慮) である。その固有モードの増幅曲線は図7中に破線で示してあるが、シミュレーション結果と良い一致を示す。

最後に、図8は、実験で観察された増幅三次元波動の構造 ( $u_{01}$ 成分の振幅と位相の  $y$  分布) とシミュレーション結果の比較である：実験の波動は  $u$  変動を周波数とスパン方向波数について二重フーリエ分解して得ている (Nishioka &

Asai (1985) 参照)。図には、二次元波動成分の位相分布も示してあるが、両波動の位相関係も含め、シミュレーションは実際に発達する三次元波動成分を良く表している。また、Herbertの計算した固有モードとも比較しているが、二次不安定モデルの基本流は完全な二次元流であるにもかかわらず、実験及びシミュレーション結果に非常に近いことは注目すべきである。

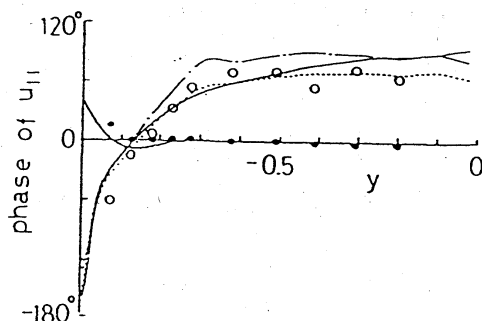
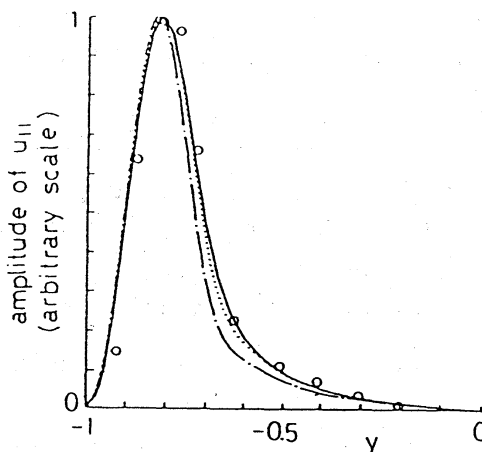


図8. 三次元波動の構造 ( $u_{11}$ 成分) の比較.

— ;  $A_2=2.4\%$  &  $A_3=0.5\%$  ( $t=90$ ),  
 - - - ;  $A_2=3.0\%$  &  $A_3=0.5\%$  ( $t=90$ ),  
 ○ ; 実験 (Nishioka & Asai (1985)).  
 — ; Herbert. (二次元波  $u_{10}$  の位相分布 (● ; 実験) を含む).

#### 4. まとめ

以上のように、上記シミュレーションは、基本流の僅かな三次元歪みが原因となり増幅三次元攪乱が生まれることを明確に示し、実験で観察された T-S 波動の三次元化 (ピーク=バレー分岐) を説明する。微小振幅 T-S 波動は基本流の三次元歪モードとの二次のオーダーの弱非線形干渉により僅かな三次元変形 (



スパン方向渦度の tilting) を受けるのみであるが, 敷居振幅以上の T-S 波動はさらに縦渦の発達を伴う強い非線形相互作用 (渦伸張増幅) を通して三次元化が進むと考えられる. それを支配する三次元攪乱の構造や振舞いは, 二次不安定モデルにより良く表される.

#### 引用文献

- Craik, A. D. D. 1971 *J. Fluid Mech.* 50, 393-413.
- Hama, F. R. & Nutant, J. 1963 *Proc. 1963 Heat Transfer and Fluid Mech. Institute, Stanford Univ.*, 77-93.
- Herbert, Th. & Morkovin, M. V. 1980 *Laminar-Turbulent Transition* (eds. R. Eppler & H. Fasel), Springer-Verlag, 47-72.
- Herbert, Th. 1984 *Turbulence and Chaotic Phenomena in Fluids* (ed. T. Tatsumi), North-Holland, 53-58.
- Herbert, Th. 1985 *Laminar-Turbulent Transition* (ed. V. V. Kozlov), Springer-Verlag, 9-20.
- Herbert, Th. 1988 *Ann. Rev. Fluid Mech.* 20, 487-526.
- Itoh, N. 1980 *Trans. Jpn. Soc. Aeron. Space Sci.* 23, 91-103.
- Klebanoff, P. S., Tidstrom, K. D. & Sargent, L. M. 1962 *J. Fluid Mech.* 12, 1-34.
- Kovaszny, L. S. G., Komoda, H. & Vasudeva, B. R. 1962 *Proc. 1962 Heat Transfer and Fluid Mech. Institute, Stanford Univ.*, 1-26.
- Kleiser, L. 1982 *Lecture Notes in Physics* 170, Springer-Verlag, 280-285.
- Kozlov, V. V. & Ramazanov, M. P. 1983 *Izv. Akad. Nauk. SSSR, Mekh. Zhidk. i Gaza*, 43-47.
- Kachanov, Yu. S. & Levchenko, V. Ya. 1984 *J. Fluid Mech.* 138, 209-247.
- Nishioka, M., Iida, S. & Ichikawa, Y. 1975 *J. Fluid Mech.* 72, 731-751.
- Nishioka, M., Iida, S. & Kanbayashi, S. 1978 *Proc. 10th Turbulence Symposium, Inst. Space Aeron. Sci., Tokyo Univ.*, 55-62.
- Nishioka, M., Asai, M. & Iida, S. 1980 *Laminar-Turbulent Transition* (eds. R. Eppler & H. Fasel), Springer-Verlag, 37-46.
- Nishioka, M., Asai, M. & Iida, S. 1981 *Transition and Turbulence* (ed. R. Meyer), Academic Press, 113-126.
- Nishioka, M. & Asai, M. 1984 *Turbulence and Chaotic Phenomena in Fluids* (ed. T. Tatsumi), North-Holland, 87-92.
- Nishioka, M. & Asai, M. 1985 *Laminar-Turbulent Transition* (ed. V. V. Kozlov), Springer-Verlag, 173-182.
- Orszag, S. A. & Kells, L. C. 1980 *J. Fluid Mech.* 96, 159-205.

Orszag, S. A. & Patera, A. T. 1983 J. Fluid Mech. 128, 347-385.

Stuart, J. T. 1962 Adv. Aero. Sci. 3, 121-142.

Stuart, J. T. 1986 Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows III  
Springer-Verlag, 23-38.

Saric, W. S. & Thomas, A. S. W. 1984 Turbulence and Chaotic Phenomena in  
Fluids (ed. T. Tatsumi), North-Holland, 117-122.

Singer, B. A., Read, H. L. & Ferziger, J. H. 1986 AIAA Paper 86-0433.

Tani, I. 1981 Proc. Indian Acad. Sci. 4, 219-238.