数理解析研究所講究録
第675巻 1988年 70-78

実解析パラメータを持つ超函数について

東大 教養　　金子 晃
KANEKO Akira

小生が学生の頃は，超函数というのはM．Satoのmain workであって，かつ最新の数学であった．（もっとも佐藤先生の論文自身は1959年で，これはその頃（1968年）の我々にとっては一昔前という年代ではあったが．）よって超函数の研究をしていれば数学の最前線に伍していられると単純に思っていたのだが，時代と佐藤先生の数学とは小生の思惑を越えたスピードで進み，今や本シンポジウムのプログラムを見てもM．Satoのライフワークの一つに超函数というものも有ったのだということが微かに思い出される程度になってしまった．小生は石狩川の三日月湖の如くにとり残された心境である． もちろん，超函数の研究者として，これを華々しく応用する人，またいろんな方向に拡張する人は数多いが，小生のように超函数自身を研究の対象とした者は、学生時代の思惑とは裏腹に、小生以外にあまり見当らないという結果とあい成った．これは一つには佐藤先生が日頃侮蔑を込めて語られたところの Weierstrass 的な数学のやり方を小生がとった故もあるが、小生にとっては主義や哲学の高級な話なぞでなく，単に理解できないから先に進めなかったというだけのことである．かくして小生は今だにかの SKK の手前で難渋している．もっともこの SKK とて，小生にとっては紛れもなく現代の論文なのだが，最近の学生諸君はこれを自分達が物心つく前に出版された古典と思っているらしく，この感覚の断絶たるや悲しいばかりである．しかし本シンポジウムにおいては佐藤先生の歩みを振返ることにも若干の意義があろうから，一つくらいは古めかしい話も許されるであろう．

おしゃべりはこのくらいにして本論に入ろう．実解析パラメータを含む超函数が持つ諸性質を概観し，新しい結果も一二紹介する．実解析パラメータ t を持つ $\Omega\times T\subset \mathbf{R}^{n+m}$ 上の超函数 f (x，t) とは，現代（=SKKの時代！）流に云えば

$$\text{(1)}\qquad S.S.f(x,t)\cap iS^{m-1}dt=\phi$$

なる超函数のことである．しかし，ミクロ解析性が定義される前に佐藤［８］で既に

$$\text{(2)}\qquad \mathscr{BA}=\mathscr{H}^{n}_{\mathbf{R}^{n+m}}(\mathscr{O}_{z,\tau}|_{\mathbf{C}^n\times\mathbf{R}^m})$$

なる層の切断として導入されており，パラメータtに関する制限などの操作が考察されていた．この特別な場合として複素正則パラメータを持つ超函数

(3) $$\mathscr{BO} := \mathscr{H}^{n}_{\mathbf{R}^n \times \mathbf{C}^m}(\mathscr{O}_{z,\tau})$$

も導入されている．こちらはCauchy-Riemannの偏微分方程式系

(4) $$\bar{\partial}_{\tau_1} f = \cdots = \bar{\partial}_{\tau_m} f = 0$$

の解としても定義することができる．古い文献ではこの実軸への制限である$\mathscr{BA}$の部分層$\mathscr{BO}|_{\mathbf{R}^{n+m}}$のことも同じ名前で呼ばれている．

実解析パラメータはこのようにもともと制限操作に関連して導入された概念だから，その性質としてまず第一に問題となるのは，制限データ

(5) $$\partial_t^k f(x,t)|_{t=0}, \quad k=0,1,2,\ldots$$

と元の超函数 $f(x,t)$ との関係である．応用上最も基本的なのは次の定理である．

定理 1 $f(x,t)$ の台がxについてある一定のコンパクト集合に含まれているならば，上の可算データが全て 0 のとき $t=0$ の近傍で $f(x,t)\equiv 0$ となる．

この証明は SKK にも書いてある．台の代わりに特異台としてもよいことは容易にわかる．しかしfが全く一般の超函数の場合には，可算データ(5)がfを決定し得ないという佐藤先生の有名な例がある（[2]参照）．この例とその構成法などは非常にWeierstrass的だと思うが如何？．佐藤先生はいつでもRiemann的に振舞っておられる訳ではない．この反例を聞いてしばらく後，小生が実解析函数を全ての局所型無限階微分作用素で特徴付けるというアイディアを発表したところ，上の例も無限階の制限データまで拡張して与えれば一意になるであろうと仰言られた．（どういう状況でそれを聞いたのか今では良く覚えていないが．）このことは結局証明できたが、小生としてはかなり難しかった．特に，germの意味に局所化し、無限階の微分を法線方向だけに限るところに工夫が必要であった（[2]）．

定理 2 $f(x,t)$ はtを実解析パラメータとして含む超函数芽とする．任意の定数係数局所作用素 $J(\partial_t)$ に対し $J(\partial_t)f(x,t)|_{t=0}$ が原点に定める芽が全て 0 ならば，実は $f(x,t)$ の原点での芽は 0 に等しい．

この“最終結果”を出した直後，フランスのPerpignanにいる C.C. Chouとその仲間が，法線微分を非準解析的函数に作用する型のものに限定しても同じ結果が成り立

つという改良を発表した．実は，Chouという人は上述の実解析函数の特徴付けを小生よりも前に同様のクラスの無限階微分作用素だけを用いて行った超分布の専門家である．小生には未だにそのからくりが理解できないが，応用の際にはこの程度減らしてもそう労力が減る訳でもないので，気にしないことにしている（と負け惜しみを云っておく）．

さて、一意接続性については上の定理の他に次のような拡張も考えられる：

定理 3 $f(x,t)\in\mathscr{BA}(\Omega\times T)$ とし，$\forall t_0\in T$ に対し $f(x,t)\,|_{t=t_0}=0$ とすれば，$f(x,t)\equiv 0$．

この形の主張は小生自身は気付かなかったのだが，小生の上述の仕事が出た頃，大島氏が，多分純粋の興味からこれに気付き，証明の方針と共に教えてくれた．意味のある結果と思ったので論文にするように云ったのだが，自分の仕事に忙しかったらしく，そのまま放っておかれ，数年後に片岡氏がまた同じことを小生に報告してくれた．二人の証明は劣調和函数の最大値原理を用いたほぼ同じ原理に基くものであった．片岡氏も証明を発表しそうに無く、その後Schapiraからこれに関連した質問を受けたりしたので，どこかに書いておくべきと思い，拙著の英訳［７］に参考として追加しておいた．しかるにこの英訳はいつまで経っても出ないので，以下に証明の簡単なスケッチを書いておこう．

$\Omega_1\subset\subset\Omega_2\subset\subset\Omega$ なる部分領域の列を任意にとる．f の台を修正して t を実解析パラメータとして含む新しい超函数 $\tilde{f}$ を

$$\tilde{f}=f \quad (\Omega_1\times T\ \text{上}), \qquad \operatorname{supp}\tilde{f}\subset\overline{\Omega_2}\times T$$

となるように選ぶ．このような修正は $\mathscr{C}$ の脆弱性を用いれば容易に構成できる． 次に，$W(z,\Gamma_j^\circ)$ を柏原の曲面波分解の Γ_j° 成分（の定義函数）として

$$F_j(z,t)=\int_{R^n}\tilde{f}(x,t)\,W(z-x,\Gamma_j^\circ)\,dx$$

なる函数を考える．この函数はまず (z,τ) につき $(\Omega_2+i\Gamma_j0)\times T$ の形の集合の近傍で正則となる．仮定より，任意に固定した t に対し x の超函数として Ω_1 上 $\tilde{f}(x,t)\equiv 0$． 従って上の積分は $\overline{\Omega_2}\setminus\Omega_1$ の近傍で行えば十分である．積分領域をこのように制限した結果，$F_j(z,t)$ は $t\in T$ を固定する毎に z につき Ω_1 のある複素近傍まで解析接続され，しかもこの近傍は $W(z,\Gamma_j^\circ)$ の正則域から定まる，$t\in T$ に依らぬ一定の大きさを持つ． 故に Malgrange-Zerner の定理により $F_j(z,t)$ は (z,t) につき $\Omega_1\times T$ の近傍で正則となる．以上により

$$\widetilde{f}(x,t)=\sum_{j=1}^{N}F_j(x+i\Gamma_j 0,t),$$

従って f(x, t)は，$\Omega_1\times T$ 上実解析的となるから，今や仮定より自明にそこで ≡0 となる．

上の証明は同時に次のことを示していることに注意しよう．

定理 3′ f(x, t)∈$\mathscr{B}\!\mathscr{A}$(Ω×T) とし，Ωの一定の複素近傍Uが存在して t∈T を固定する毎に f(x, t)はxの超函数として$\mathscr{O}$(U)の元に解析接続されるとする．このとき f(x, t)は Ω×T 上実解析的となる．

Uが一定にとれないと主張は偽となる．例えば，$f(x,t)=t\cdot\exp\dfrac{1}{x+it^2+i0}$ などはtを任意に固定する毎に（特に t=0 においても）xの実解析函数となるが，明らかに (0, 0)∈sing supp f．

パラメータに関する一意性の話題として次の問題が残されている：“佐藤の反例はどの程度の特異性を持った超分布のクラスまで構成可能であろうか？” 簡単のためtは複素正則パラメータであるとしよう．このとき，もし f(x, t)が非準解析型の超分布、即ち、コンパクト台の試験函数 φ(x)による積を許すようなクラスに属すれば， Cauchy-Riemannの方程式 (4) から容易にわかるように φ(x) f(x, t)は再びtにつき複素正則パラメータとなるので，(5)を仮定すれば定理1により φ(x) f(x, t)≡0， 従って f(x, t)≡0 が結論され，このような反例は存在しないことがわかる．逆に，準解析型の超分布なら反例は常に構成できるであろうと予想されるが，残念ながらまだそのごく一部のクラスについてしか確認できていない．それは佐藤先生の反例の作り方にある，$\frac{1}{z}$ を $\mathbb{C}\setminus]-\infty,0]$ で広義一様近似する多項式というものが抽象的にしか得られないため，その負実軸上での増大度を精密に評価するのが困難なためである．どなたか良い近似函数の作り方を御教示願えれば幸いである．

tが実解析パラメータの場合はよく検討していない．このとき積 φ(x) f(x, t)はもはや一般にはtを実解析パラメータとして含むとは限らぬので，話は全く違ったものになることも有り得るであろう．

次の話題として，実解析パラメータを含む超函数 f(x, t)の台が制限された場合の構造定理ともいうべきものを考える．

定理 4 f(x, t)はtを実解析パラメータとして含み，かつ一価連続函数の組 φ(t)

$=(\varphi_1(t),\ldots,\varphi_n(t))$が存在して

$$\mathrm{supp}\, f(x,t)\subset C:=\{x=\varphi(t)\}$$

となっているとする．このとき φ は実解析的となる．のみならず $\mathscr{H}^n_{\{0\}\times C^m}(\mathscr{O}_{C^{n+m}})$ の切断（即ち，tを複素正則パラメータとして含み，台が $x=0$ に含まれるような超函数）$g(x,t)$が存在して

$$f(x,t)=g(x-\varphi(t),t)$$

と書ける．

この定理の証明は，放物型のRiemann面の変形に関する山口氏の深い結果を用いて大沢氏により得られた（[3]）が，最近西野先生により更に直接的な証明が与えられた（[4] Addendum参照）．ここでは後者の粗筋を紹介したい．

簡単のため x,t ともに一変数とする．仮定から正の Im z 軸の錐状近傍Γがあり，

$$f(x,t)=F_+((x,t)+i\Gamma 0)-F_-((x,t)-i\Gamma 0)$$

と書ける．仮定より $F_\pm(z,\tau)$はCの外側で一つの正則函数 $F(z,\tau)$につながる．この函数は多重円板 $D\times\Delta$，及びその閉部分集合Bで第一成分への射影が $\subset\subset D$ かつ $t\in\Delta\cap R$ での切り口が一点 $\{\varphi(t)\}$ であるようなもの，を適当にとるとき，$D\times\Delta\setminus B$ で正則である．故に，このことから実は $F(z,\tau)$ が $D\times\Delta$ からある正則函数 $z=\varphi(\tau)$ のグラフを除いたところまで一価正則に解析接続されることを云えばよい． 必要なら定義函数を取り替える（即ち，zに関する Laurent 展開の正則部分を捨てる）ことにより $D=CP^1$ としても一般性を失わない． $B\subset\{|z|\leqq R\}\times\Delta$ とする．$|a|>R$なるaを固定し，

$$r_a(\tau):=F(z,\tau)\text{が}\{|z-a|>r\}\times\{\tau\}\text{の近傍で正則となる}$$
$$\text{ような}r\text{の下限}$$

と置く．これは $G(z,\tau):=F(a+\frac{1}{z},\tau)$の $z=0$ におけるHartogs級数の正則半径の逆数に等しい．故によく知られているように $\log r_a(\tau)$は τ の劣調和函数となる．またこれは(a,τ)について上半連続な函数となることにも注意しよう． 今 $\theta\in R$，$M>R$ に対し

(6) $$D_M(\tau,\theta):=r_{Me^{i\theta}}(\tau)+r_{-Me^{i\theta}}(\tau)-2M$$

と置けば，これは τ の劣調和函数であり，初等幾何学的考察から，$M\to+\infty$のとき単調減

少にある函数 $D(\tau,\theta)$ に収束することが容易にわかる．よって $D(\tau,\theta)$ もまた τ の劣調和函数となるが，これは除外集合 B_τ の θ 方向の幅を表す．より正確な云い方をすれば，$F(z,\tau)$ は z につき，θ 方向の幅が $D(\tau,\theta)$ であるようなあるコンパクト集合の補集合に一価に解析接続される．更に

$$D_M(\tau) := \sup_\theta D_M(\tau,\theta)$$

と置こう．上限を取る θ の範囲がコンパクト集合 $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ だから，$D_M(\tau,\theta)$ の上半連続性よりこれも τ の上半連続，従って劣調和な函数となる．更に，Mにつき単調減少となることも明らかで，従って極限を $D(\tau)$ と置けば再び τ の劣調和函数となる．容易にわかるように $D(\tau) = \sup_\theta D(\tau,\theta)$ でもある．この函数が更に対数劣調和なことを示そう．それには Montel-Radoの補題（後述の証明参照）により $\forall\lambda \in \mathbf{C}$ に対し $e^{\mathrm{Re}(\lambda\tau)} D(\tau)$ が τ の劣調和函数となることを示せばよい．しかるに $(z,\tau) \longmapsto (e^{\lambda\tau}z,\tau)$ という座標変換により

$$e^{\mathrm{Re}(\lambda\tau)} D_M(\tau,\theta) = D^\lambda_{M'}(\tau,\theta'),$$
$$M' = Me^{\mathrm{Re}(\lambda\tau)}, \qquad \theta' = \theta + \mathrm{Im}(\lambda\tau)$$

と表せる．ここに D^λ_M はこの座標変換によるBの像 B^λ を除外集合と思って計算した (6) の函数 D_M を表す．これより

$$e^{\mathrm{Re}(\lambda\tau)} D(\tau) = \lim_{M'\to 0} \sup_{\theta'} D^\lambda_{M'}(\tau,\theta')$$

も τ の劣調和函数となる．さて以上により $\log D(\tau)$ は劣調和で，かつ仮定により t が実のとき値 $-\infty$ をとるから，実軸の対数容量が正なることを考慮すれば $\log D(\tau) \equiv -\infty$，即ち $D(\tau) \equiv 0$．従って除外集合は $\forall\tau$ について唯一点 $\{\varphi(\tau)\}$ を繊維に持つことがわかった．ここまで来れば Hartogsの古典的結果により $\varphi(\tau)$ は正則となる．

Montel-Rado の補題については原論文を見ていないが興味深い補題なので片岡氏に教えてもらった証明を書いておこう．劣調和函数 $\varphi(\tau)$ が $\forall\lambda \in \mathbf{C}$ について distribution の意味で

$$\partial_\tau \partial_{\bar\tau} (e^{\mathrm{Re}(\lambda\tau)} \varphi(\tau)) \geqq 0 \tag{7}$$

を満たすとし，これから $\partial_\tau \partial_{\bar\tau} (\log\varphi(\tau)) \geqq 0$ を導こう．$\mathrm{Re}(\lambda\tau) = (\lambda\tau + \overline{\lambda\tau})/2$ だから，(7) の左辺を計算すれば

$$= \partial_\tau \left\{ e^{(\lambda\tau+\overline{\lambda\tau})/2} \left(\frac{\bar\lambda}{2}\varphi(\tau) + \partial_{\bar\tau}\varphi(\tau)\right) \right\}$$

$$=\frac{1}{4}e^{\mathrm{Re}(\lambda\tau)}\left\{|\lambda|^2+4\mathrm{Re}(\lambda\partial_{\bar\tau}\varphi(\tau))+4\partial_\tau\partial_{\bar\tau}\varphi(\tau)\right\}$$

となる．故に λ の偏角をうまくとれば，$\forall\lambda\in\mathbf{R}$ に対して

$$\lambda^2+4|\partial_{\bar\tau}\varphi(\tau)|\lambda+4\partial_\tau\partial_{\bar\tau}\varphi(\tau)\geqq 0$$

が成り立つことになる．よって判別式の条件

$$|\partial_{\bar\tau}\varphi(\tau)|^2-\partial_\tau\partial_{\bar\tau}\varphi(\tau)\leqq 0$$

を得るが，これは $\partial_\tau\partial_{\bar\tau}(\log\varphi(\tau))\geqq 0$ と同値な式である．

最後に実解析パラメータの位相的特徴付けについて述べよう．複素正則パラメータの方は $f(x,\tau)$ の x に関する台をコンパクトに制限すれば Fréchet空間となり，その位相的特徴付けは昔から知られていた．これに対して実解析パラメータの方はそのようなことができないであろうと思われていた．特に，次の主張は反例があるとかつて聞いたことがある．しかし最近偶然なことから証明できたようなので報告したい．

定理 5 $f(x,t)$ は $\mathrm{supp}\, f\subset K\times T$ を満たす $\Omega\times T$ 上の超函数で，$\forall\varphi(x)\in\mathscr{A}(K)$ に対して $\int\varphi(x)f(x,t)dx$ が t につき実解析函数となるようなものとする．このとき $f(x,t)$ は t を実解析パラメータとして含む．

試験函数として $2n$ 個の実解析パラメータを含んだもの $\varphi(x,\xi)$ をとり，積分

$$\int\varphi(x,\xi)f(x,t)dx$$

が (ξ,t) の実解析函数となることまで仮定すれば，上は容易に証明できる．（例えば，$\varphi(x,\xi)$ として $W(\xi-x,\Gamma_j^\circ)$ をとれば十分である．ここに Γ_j° は $\mathbf{R}^n$ の閉凸錐による分割を動く）．このことは昔から良く知られていた．応用上は大抵これで十分である．

上の定理の証明の粗筋は次の通りである．簡単のため x,t ともに一変数としよう．主張は局所的だから，Tは有界領域としてよい．$f(x,t)$ のコンパクト台の延長に t 変数に関する柏原の曲面波分解成分を畳み込むことにより

$$f(x,t)=F((x,t)+i\Gamma 0),\quad ここに\quad \Gamma=\{\mathrm{Im}\,\tau>C|\mathrm{Im}\,z|\}$$

と仮定してよい．ただし台の方は拡がってしまい，新しい仮定は $\mathrm{sing\,supp}\, f(x,t)\subset K\times T$ である．元の定理自身もこの形の仮定の下で成立することは明らかであろう．x が多変数の場合は，この形に持ってゆくのに更に $f(x,t)$ の台をそれが解析的なところで切断した後，x変数に関する柏原の曲面波分解成分を畳み込む必要がある．

さて我々の仮定を整理すれば次のようになる：

1) $F(z,\tau)$ は $(\overline{D}\times\overline{T})+i\{C|\mathrm{Im}\,z|<\mathrm{Im}\,\tau<A\}$ 型の楔で正則で，$(\overline{D}\setminus K)\times\overline{T}$ の近傍にも解析接続できる．

2) $\forall\varphi(x)\in\mathscr{A}(\overline{D})$ に対し，$\int_{\widetilde{D}}F(z,\tau)\varphi(z)\,dz$ は，元来の正則域である楔 $\overline{T}+i\{0<\mathrm{Im}\,\tau<A\}$ から，その刃先 $\overline{T}$ の近傍に解析接続できる．ここに $\widetilde{D}$ は $\overline{D}$ を適当に変形した複素積分路である．

故に $a<A$ をとるとき

$$
\begin{array}{cccc}
\Phi: & \mathscr{O}(\overline{D}) & \longrightarrow & \mathscr{O}(\overline{T}+i\{0\leqq\mathrm{Im}\,\tau\leqq a\}) \\
 & \cup\!\!\!\!\,\shortmid & & \cup\!\!\!\!\,\shortmid \\
 & \varphi(z) & \longmapsto & \int_{\widetilde{D}}F(z,\tau)\varphi(z)\,dz
\end{array}
$$

という DFS 空間の間の写像が確定するが，解析接続の一意性によりこれは閉グラフを持ち，従って連続となる．故に今

$$F_{\pm}(z,\tau):=-\frac{1}{2\pi i}\int_{\widetilde{D}}F(\zeta,\tau)\frac{1}{z-\zeta\pm i0}\,d\zeta$$

を考えよう．これは元来は $\{\pm\mathrm{Im}\,z>0\}\times(\overline{T}+i\{0<\mathrm{Im}\,\tau<a\})$ で正則であるが，$\forall L\subset\subset\{\pm\mathrm{Im}\,z>0\}$ に対し z を L の中で動かすとき $\frac{1}{z-\zeta}$ が ζ の函数として $\mathscr{O}(\overline{D})$ のコンパクト集合を成すことから，上述の連続性とDFS空間の位相の性質により $\exists\varepsilon=\varepsilon(L)>0$ がとれ，$z\in L$ のとき $F_{\pm}(z,\tau)$ は τ につき $\overline{T}+i\{-\varepsilon<\mathrm{Im}\,\tau<a\}$ で正則となる．故に，Hartogsの補題により $F_{\pm}(z,\tau)$ は (z,τ) につき $\mathrm{Int}(L)\times(\overline{T}+i\{-\varepsilon<\mathrm{Im}\,\tau<a\})$ で正則となる．（適当な多重円板をとって同定理を適用すれば良い．） L を動かすことにより，これより $F_{\pm}(z,\tau)$ は $\{\pm\mathrm{Im}\,z>0\}\times(\overline{T}+i\{0\leqq\mathrm{Im}\,\tau<a\})$ の近傍で正則となり，従って柏原の補題により $F_{\pm}(z,\tau)$ は $\Gamma_{\pm}:=\{\pm\mathrm{Im}\,z>0,\mathrm{Im}\,\tau\geqq-\varepsilon|\mathrm{Im}\,z|\}$ の形の開きを持った楔で正則となるから，その境界値として

$$f(x,t)=F_{+}((x,t)+i\Gamma_{+}0)-F_{-}((x,t)+i\Gamma_{-}0)$$

は t を実解析パラメータとして含むことがわかる．

上の定理から，$\mathrm{supp}\,f(x,t)\subset K\times T$ を満たし，t を実解析パラメータとして含む超函数は，弱位相の意味での $\mathscr{B}[K]$-値実解析函数の全体と一致することがわかる．これと比較して強位相の意味での $\mathscr{B}[K]$-値実解析函数の全体は 上と同じ台の条件を満たし複素正則パラメータ t を含む超函数（のパラメータ t を実軸上の集合 T に制限したもの）の全体と一致することに注意しよう．一般に，無限次元の空間では実解析函数の定義は強位相と弱位相では一致しないのが普通だから，この違い自身はそう驚くべきことではない．

文　　献

[1] Chou C.C.& Marti J.-A.: Un théorème d'unicité sur les hyperfonctions régulières par rapport à une des variables, C.R.Acad.Sci.Paris 288(1979),493-495.

[2] Kaneko A.: Remarks on hyperfunctions with analytic parameters, J. Fac.Sci.Univ.Tokyo Sec.1A 22(1975),371-407; II, ibid. 25(1978),67-73.

[3] ———: On the analyticity of the locus of singularity of real analytic solutions with minimal dimension, Nagoya Math.J. 104(1986),63-84.

[4] ———: Nishino-Yamaguchi theory and its application to the theory of hyperfunctions, Proceedings 7th Symposium on Pure Math. Daewoo foundation, 1987, pp.240-261.

[5] ———: On hyperfunctions with analytic parameters, Prospect of Algebraic Analysis, Academic Press, to appear.

[6] ———: A topological characterization of hyperfunctions with real analytic parameters, Sci.Pap.Coll.Gen. Educ. 37(1988), to appear.

[7] ———: Introduction to hyperfunctions, Reidel, to appear（東大出版会より出た日本語教科書の山本裕氏による英訳）.

[8] Sato M.: Theory of hyperfunctions I, J.Fac.Sci.Univ. Tokyo Sec.I 8(1959),139-193; II, 8(1960),387-437.