

自由減衰乱流の散逸構造

京大 数理研 木田重雄 (Shideo KIDA)

大阪府大 工 村上洋一 (Youichi MURAKAMI)

1. はじめに

乱流の普遍的性質が期待される微小スケールの統計法則を明らかにするために、ナビエーストークス方程式の直接数値シミュレーションを行っている。これまで、既に、エネルギースペクトル、エネルギー減衰則など種々の統計法則についての結果を報告してきた。(Kida and Murakami 1986, 1987, 1988, 1989; 数理研講究録 606, 1987)

今回は、エネルギー散逸率、渦度の絶対値の 2 乗についての統計法則 (1 体分布、局所平均量についての 1 体分布、スペクトル) 及び、それらの空間構造 (集中領域の 3 次元グラフィックス) を報告する。特に乱流の減衰過程における統計法則の時間変化に着目する。減衰過程においてどの様な統計法則が相似的に減衰するか、あるいは性質を変えながら減衰するかを問題にする。エネルギーの減衰則、エネルギースペクトルの時間変化以外はそれほど研究されていないようである。

この講究録の構成は以下に示すとおりである。次の節で支配方程式、初期条件、境界条件及び数値計算の手法について簡単に述べる。3 節でこれまで

得られている平均量の時間発展を述べ、数値計算で得られた乱流の時間発展の概観を与える。4節で統計法則の時間変化を $t = 6$ と $t = 11$ の場合を比較することで与える。5節で渦度（その絶対値の2乗）及び散逸率の集中領域を図示し、その比較を行う。最後にまとめと今後の課題について述べる。

2. 支配方程式

非圧縮の粘性流体を考えているので、支配方程式は、連続の方程式、

$$\text{div } \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

と渦度方程式、

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \omega = (\omega \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nu \nabla^2 \omega, \quad (2)$$

$$\omega = \nabla \times \mathbf{u} \quad (3)$$

となる。ここでは、自由減衰乱流を考えているので外力項はない。境界条件としては、 x , y , z 方向に区間 $(0, 2\pi)$ の周期境界条件を用い、さらに超対称性の条件 (Kida 1985) を課している。初期条件としては超対称性を満足する最も簡単な例として次の初期条件を用いている。

$$\begin{aligned} u_x(x, y, z) &= v(z, x, y) = w(y, z, x) \\ &= \sin x (\cos 3y \cos z - \cos y \cos 3z) \end{aligned} \quad (4)$$

数値計算法としては、空間については擬スペクトル法を用い、 $(0, 2\pi)$ を $N = 512$ 等分している。アライアジングエラーを3分の2則で落とし

ているので、実質的には 340^3 のモードを取り扱っていることになる。時間積分に関しては、4 次のルンゲ・クッタ・ジル法を用い、刻みは $\Delta t = 0.005$ を選んでいる。粘性は、0.0002 と 0.0005 の場合についての結果がある。ここでは主に 0.0002 の場合について報告する。

3. 時間発展の概略 (平均量の時間発展)

まずこの数値計算で乱流がどのように成長し減衰していくかを平均量を通じて眺めておこう。この節は、以前の報告とほぼ重複している。全エネルギー、エネルギー散逸率、テイラーのマイクロスケールレイノルズ数、速度の縦微分のスキューネス、フラットネスの順に述べる。各々の定義は次のとおりである。

全エネルギー

$$E(t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{|u(x,t)|^2}{2} dx \quad (5)$$

エネルギー散逸率

$$\epsilon(t) = \frac{2\nu}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{|w(x,t)|^2}{2} dx \quad (6)$$

テイラーのマイクロスケールレイノルズ数

$$R_\lambda(t) = \sqrt{\frac{20}{3\nu}} \frac{E(t)}{\sqrt{\epsilon(t)}} \quad (7)$$

速度の縦微分のスキューネス

$$F_3 = \left\langle \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)^3 \right\rangle / \left\langle \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle^{\frac{3}{2}} \quad (8)$$

速度の縦微分のフラットネス

$$F_4 = \left\langle \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)^4 \right\rangle / \left\langle \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle^2 \quad (9)$$

なお粘性0.0002と0.0005の場合が併記してある。また渦度の集中領域についても3次元グラフィックスで紹介する。

図1に示してあるのはエネルギーの減衰過程である。実線が粘性0.0002、破線が、粘性0.0005の場合である。エネルギーは、 $t=2$ あたりまではほぼ一定の値を保ち、その後顕著に減衰を始めている。これは、渦伸長が $t=2$ あたりまで支配的であり、粘性がほとんど効いていないことによる。図6も参照。渦が粘性が効くスケールまでひき伸ばされ細くなるとエネルギー減衰が始まる。このとき渦が切れ始めている。なお減衰の初期段階($t=6$ から $t=9.5$)においては、指数的な減衰則が得られている。この結果は、実験結果と異なっている。この理由はエネルギースペクトルの低波数側が δ 関数的になっているためである。(Kida and Murakami 1987) それ以降の減衰過程における相似則は、ほぼ代数的になるようだが、レンジが余りにも短いので確定的なことは今のところ言えない。

図2にはエネルギーの散逸率の時間発展が示してある。三角形と丸印は、無視する。エネルギーがほぼ一定の保っているとき($t=2$ あたりまで)は、指

数的に増大していることがわかる。その後いったん曲がってさらに増大し、頭打ちになる。(t=2からt=5)この時期は、図6によると細かい渦の構造が生成されていることがわかる。その後指数的な減衰、代数的な減衰を続けるのは、エネルギーと同様である。

図3は、テイラーのマイクロスケールレイノルズ数の時間発展を示している。t=9あたりまでは、単調に減衰しているが、徐々に減衰の程度が小さくなっている。その後やや増大しほぼ一定の値になっている。この傾向は、粘性によらない。

図4及び図5は速度の縦微分のスキューネスおよびフラットネスの時間発展が各々示してある。両者ともt=2あたりで非常に大きな値をとる。図は省略してあるが、横微分のフラットネスも同様の時間発展をする。エネルギーの散逸率と同様にこの時間まで非粘性の渦伸長が支配的である。後の時間においては、スキューネスはほぼ-0.5の値、フラットネスはほぼ5の値をとる。これはこの程度のマイクロスケールレイノルズ数の乱流の実験結果と一致している。(Antonia et al.(1982))

最後に実空間での乱流の様子をつかむために渦度の2乗 $|w|^2$ の集中領域(大きな値をとる領域)の空間構造を図6に示してある。基本領域 $[0, \frac{\pi}{2}]^3$ が、示されているが、実際にある 128^3 の点の内間引きを行い 32^3 の点でかかれている。平均の5倍以上の領域がプロットされている。t=0でゆるやかな初期条件が示されている。t=1.5で渦度の伸長がみられる。なおこの場合のみ平均の10倍以上の領域がプロットされている。その後さらに引き伸ばされ、

$t=5$ では、集中領域は、バラバラになっている。後に $t=6$ の場合の構造の詳細を調べる。 $t=8$ においてもそれほど構造らしきものは見えない。 $t=11.5$ になると引き伸ばされた構造が見え始めている。後に $t=11$ の場合の構造の詳細を調べる。

以上から時間発展の概略は、次の4段階に分けられる。

(1) 初期の非粘性渦伸長 ($t=0$ から $t=2.5$)

(2) エンストロフィーのピーク ($t=2.5$ から $t=5$)

渦が切れ細かい構造ができ、さらにエンストロフィーが増大する。この時期の後半からコルモゴロフのエネルギースペクトル則が、みられるようになる。

(3) 減衰期 I ($t=5$ から $t=9$)

渦の伸長は余り顕著でなく、マイクロスケールレイノルズ数は、減衰を続ける。エネルギーとエネルギー散逸率は、指数的に減衰している。

(4) 減衰期 II ($t=9$ から $t=15$)

渦が伸び始め比較的大きな構造を作り出す。マイクロスケールレイノルズ数は、ほぼ一定となっている。エネルギーとエネルギー散逸率は、代数的に減衰している。

以下、(3)段階の代表例として、 $t=6$ の場合と(4)段階の代表例として、 $t=11$ の場合とを比較する。

4. 統計法則の時間変化

主に粘性 0.0002 の $t = 6$ と $t = 11$ とを比較することで統計法則の時間変化をみる。マイクロスケールレイノルズ数は各々 83 と 68 でほぼ同じ値である。一体分布としては、速度、渦度、速度の縦微分、横微分、エネルギー散逸率を考える。また局所平均をとったエネルギー散逸率の一体分布も考える。これは、局所的な距離を考慮したことになる。距離の入った統計量としては、エネルギースペクトルとエネルギー散逸率のスペクトルとを考える。

4-1. 速度の一体分布

速度成分の確率密度分布が図7に示されている。これは $t = 6, 11$ において、境界近傍を取り除いた空間領域でのヒストグラムから作った。ここで通常のように分散を1にとって正規化してある。平均は超対称性を課しているので0になっている。実線は標準正規分布である。この数値計算の結果では $t = 5 \sim t = 11$ にわたってほぼガウス分布となっている。従って、減衰過程において、速度の一体分布はガウス分布を保っている。それ以降の時刻については分布がガウス分布から崩れることもある。この原因はまだよくわかっていないが、乱流中に大きな渦の構造がこの時間から発達してくるのに関係しているのかも知れない(5. 参照)。

$t = 5 \sim 11$ にわたってガウスであるという結果は多くの実験結果と一致している(Townsend, 1947; Frenkiel and Klebanoff, 1965; Van Atta and Chen, 1968; Kuo and Corrsin 1971)。これらの実験はたいがい格子乱流につ

いてのものであり、マイクロスケールレイノルズ数は100程度以下であることに注意しておく。

4-2. エネルギースペクトル (速度相関)

この数値計算では、コルモゴロフのスペクトル (Kolmogorov(1941)) が $t = 5$ 以降で観察されている。(Kida and Murakami(1987)) 図8にみられるように相似な形を保って減衰していく。コルモゴロフのスケーリングを用いると、異なる時刻のスペクトルは重なる。この図は帯平均をしたものであるが、縦スペクトルも横スペクトルも同じ結論である。

4-3. 渦度、速度の微分の一体分布

渦度成分の確率密度分布が図9に示されている。これは $t = 6, 11$ において、境界近傍を取り除いた空間領域でのヒストグラムから作った。ここでも通常のように分散を1にとって正規化してある。明かに指数分布となっている。また時刻による変化はほとんど無い。図10および図11には、各々速度の縦微分および横微分の確率密度分布が示されている。同様の結論が得られる。(Wyngaard and Tennekes(1970), Frenkiel and Klebanoff(1975), Frenkiel et al. (1979), Yamamoto and Hosokawa(1988), Kida and Murakami(1989))

4-4. エネルギー散逸率の一体分布

エネルギー散逸率の平方根の確率密度分布が図12に示されている。横軸はエネルギー散逸率の平均の平方根で正規化してある。他の分布と異なり原点は0の値をとる。十分大きな値においては、この場合も指数関数の形をとる。の $t = 6$ と $t = 11$ でべきが多少異なるが、これは $t = 11$ の場合振動が大きいためである。時刻によって多少のふらつきはあるが、すべて同様の形をしている。図13に粘性0.0002と0.0005の場合に $t = 5$ 以降を平均した結果が示されている。フィットした値が異なるが、この原因は現時点では不明である。なお分布全体を $Ax^\alpha e^{-\beta x}$ の形でフィットすることはできなかった。

4-5. エネルギー散逸率のスペクトル

図14にエネルギー散逸率のスペクトルのスペクトルに示してある。この量は、間欠性因子を決定するためにしばしば測定されている。間欠性は、もともとは乱流のエネルギーカスケードすなわちエネルギースペクトルの内部領域での補正として導入されたものである。しかしながらエネルギー散逸率のスペクトルのべきは、実験においてはエネルギースペクトルの内部領域より高波数側すなわち散逸領域まで伸びているのが普通である。(Antonia et al. (1982)) すなわちエネルギー散逸率のフラクタル構造のスケールレンジとエネルギースペクトルの内部領域とは一致しない。図14でべきがエネルギースペクトルの散逸領域まで伸びているのは矛盾した事ではない。注目す

べきことは、 $t = 6$ と $t = 11$ では、高波数側の構造が異なることである。時間発展にともなって散逸率の局所的な構造が変化してきていることを示している。マイクロスケールレイノルズ数は、ほぼ同じ値をしているので、この数でこれらの変化を特徴づけることは、できない。一体分布は、不変である。（4-4を参照）ここでは図を省略しているが、渦度の2乗のスペクトルでも同様の結果が得られている。

4-6. 局所平均をとったエネルギー散逸率の一体分布

局所平均とは、例えば立方体を形作る8つ (2^3) の点上の量を平均して、一つの量に置き換えることである。つまり、粗視化をすることに対応する。散逸率の局所平均として、 ϵ_2 、 ϵ_3 と ϵ_4 を考える。それぞれ、 2^3 、 3^3 、 4^3 の近傍の点を平均したものである。それらの量の対数をとったものの分布をとる。図15によると、 $t = 6$ においてはこの局所平均をとる操作で分布は、あまり変化しない。ところが、 $t = 11$ においては局所平均をとったものは、局所平均をとらないものと明かに異なる。フラットネスがほぼ3前後スキューネスはほぼ0となり、正規分布に極めて近くなる。（もとの量で言う対数正規分布。）エネルギー散逸のスペクトルの高波数側のテールの変化がこれに対応していると考えられる。ここでは図を省略しているが、渦度の2乗の局所平均一体分布においても同様の結果が得られている。

4-7. まとめ

考えた一体分布はどれも同じ形を保ったまま乱流は減衰していく。渦度伸長を行ってそれが切れた時点で強度分布は、決ってしまう。またエネルギースペクトルは、相似的に変化する。減衰する過程においては、速度よりも高次の微分量の局所的な配置が変化していく。つまり高次の相関が変化していく。エネルギー散逸率の高波数側に伸びてくるテールは局所平均をとる一体分布が対数正規分布になる原因となっている。

5. 渦度及び散逸率の空間構造

前節で乱流の減衰過程においては、エネルギー散逸率および渦度の2乗の強度分布は不変なまま局所的な構造（距離の入っている）が性質を変えていくことがわかった。平均量のみを今まで見てきたので実空間でのそれらの構造の変化をこの節で見してみる。

まずエネルギー散逸率および渦度の2乗の間に次の関係式が成り立つことを思い起こしておく。

$$\frac{\epsilon}{V} = |\omega|^2 + 2 \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_k} (u_j u_k) \quad (10)$$

$$\left\langle \frac{\epsilon}{V} \right\rangle = \langle |\omega|^2 \rangle \quad (11)$$

ここでも主に粘性0.0002の $t = 6$ と $t = 11$ とを比較する。図16では渦度の2乗の集中領域が、図17ではエネルギー散逸率の集中領域が示されている。基本領域 $[0, \frac{\pi}{2}]^3$ の8分の1の領域が2つ並べてある。比較するため図16と図17では、共通の領域を示してある。図16においては、 $t = 6$ では平均の4.7倍以上の領域が、 $t = 11$ では平均の4.8倍以上の領域が示されている。図17においては、 $t = 6$ では平均の3.6倍以上の領域が、 $t = 11$ では平均の3.75倍以上の領域が図示されている。すべて基本領域の3%の体積を占める集中領域が示されている。

図16で $t = 6$ と $t = 11$ を比較する。 $t = 6$ においては、細くこまかい渦管が乱雑に散らばっている。一方 $t = 11$ では渦管がかなり大きな構造をしている。図17の散逸率もほぼ同じ様に見える。見た印象では同じ乱流とは思えないが、一体分布は同じであり、マイクロスケールレイノルズ数は各々83と68でほぼ同じ値なのでエネルギースペクトルでの内部領域の広がりもほとんど同じである。エネルギースペクトルには、このような乱流の微細構造の性質は反映されないので、エネルギースペクトルだけで乱流を特徴づけるのは、注意を要する。逆に言うとコルモゴロフ則がそれだけ普遍的な性質であるとも考えることもできる。マイクロスケールレイノルズ数ではこのような違いを判別できないことにも注意を要する。このような違いを特徴づけるパラメータをみつけるのは今後の課題である。

次に渦度の2乗と散逸率の構造とを比較する。渦度の2乗の強い領域と散逸率のそれとはほぼ重なっている。両者の差は、それほど大きくないと考え

られる。大局的には、両方とも同じ様な量と見られる。局所平均をとることで両者の一体分布は同型となることもこの考え方を支持している。違いは、局所的なところで見られる。渦度の2乗の方が散逸率と比較してよりはっきりした輪郭をしている。渦度の2乗の方が散逸率よりも非線形項の働きすなわち渦度伸長の影響を素直に受けている。また渦度の2乗と散逸率は、次元的には同じ量であるが、その最大値は常に渦度の2乗の方が大きい。このことは、渦度がナビエーストークス方程式の特異性を散逸率よりも反映し易いことを意味している。

最後に $t = 11$ の渦度の集中領域が少し偏平になっていることに注意しよう。図18に粘性0.0005の場合の渦度の集中領域の時間発展が示されている。同じ領域が示されている。ここでも全体の体積の3%の集中領域がプロットされている。時間が経つに連れて偏平な構造がつながりより大きな偏平な構造を形作っていく様子がわかる。

6. まとめと今後の課題

結果をまとめると次のようになる。

一体分布（速度、渦度の2乗、エネルギー散逸率）とエネルギースペクトルはどれも相似な形を保って乱流は減衰していく。減衰する過程においては、速度よりも高次の微分量の局所的な配置が変化していく。そのときマイクロスケールレイノルズ数はほぼ一定のまま渦度の集中領域の構造が大きくなっていく。また局所平均をとった一体分布（渦度の2乗、エネルギー散逸率）

が対数正規分布になることがある。

今後の課題としては、

- (1) 渦度の集中領域の構造を渦度ベクトルや渦線で見してみる。
- (2) それらの特徴づける量を見つける。
- (3) 偏平渦度の集中領域が減衰乱流特有のものであるかどうかを調べるため外力のあるシミュレーションの結果を解析する。

などがある。

参考文献

- R.A. Antonia, B.R. Satyaprakash and A.K.M.F. Fussain: J. Fluid Mech. 119 (1982) 55.
- F.N. Frenkiel and P.S. Klebanoff: Phys. Fluids 8 (1965) 2291.
- F.N. Frenkiel and P.S. Klebanoff: Boundary-Layer Meteorol. 8 (1975) 173.
- F.N. Frenkiel, P.S. Klebanoff and T.T. Huang Phys. Fluids 22 (1979) 1606.
- S. Kida: J. Phys. Soc. Jpn. 54 (1985) 2132.
- S. Kida & Y. Murakami: J. Phys. Soc. Jpn. 55 (1986) 9.
- S. Kida & Y. Murakami: Phys. Fluids 30 (1987) 2030.
- S. Kida & Y. Murakami: J. Phys. Soc. Jpn. 57 (1988) 9.
- S. Kida & Y. Murakami: Fluid Dynamic Research 4 (1989) 347.
- 木田、村上: 数理研講究録 6 0 6 (1987)
- A.N. Kolmogorov: C. R. Acad. Sci. URSS 30 (1941) 301.
- A.Y. Kuo and S. Corrsin: J. Fluid Mech. 50 (1971) 285.
- A.A. Townsend: Proc. Chambr. Phil. Soc. 43 (1947) 560.
- C.W. Van Atta and W.Y. Chen: J. Fluid Mech. 34 (1968) 497.
- K. Yamamoto and I. Hosokawa: J. Phys. Soc. Jpn. 57 (1988) 1532.

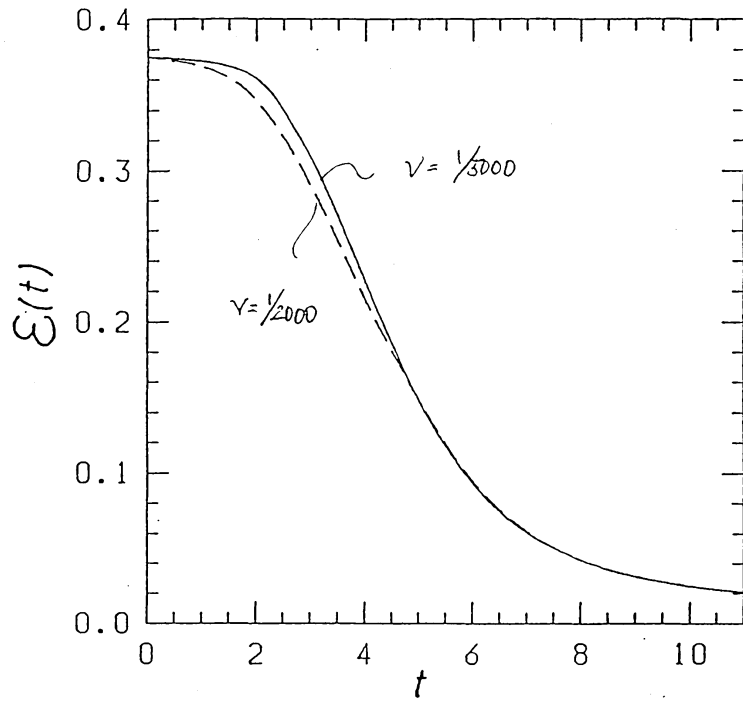


図1 エネルギーの減衰

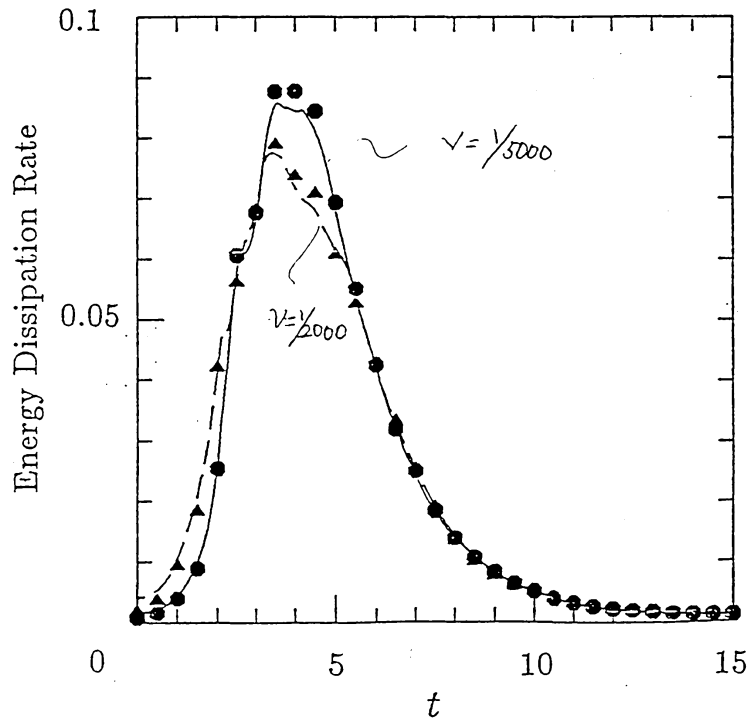


図2 エネルギー散逸率の時間発展

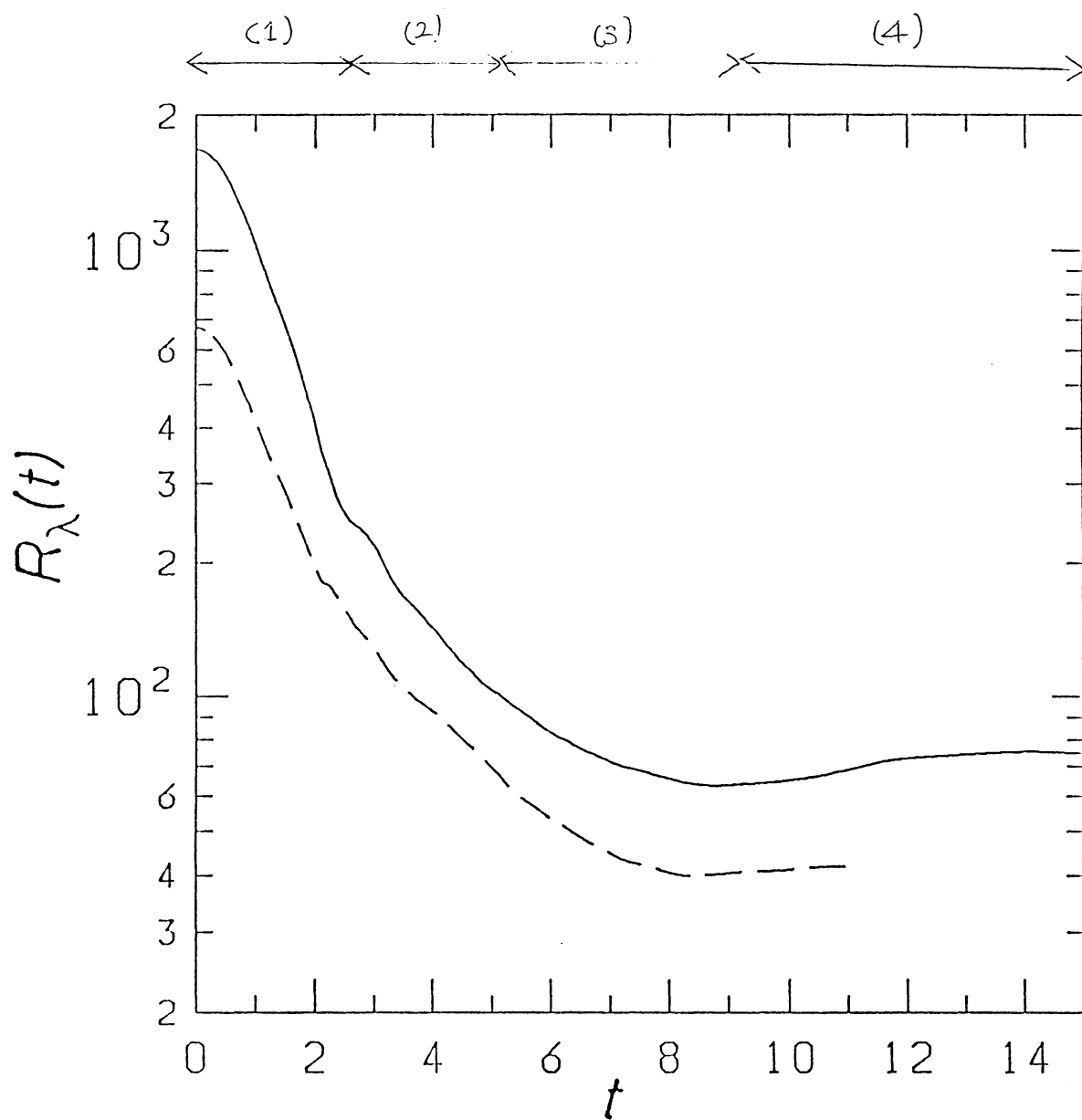


図3 マイクロレイル数の時間発展

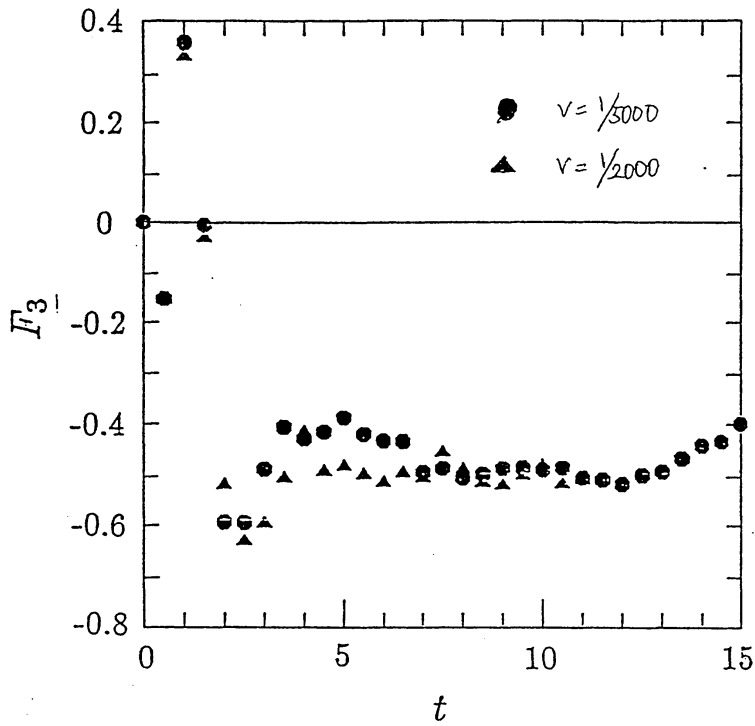


図4 速度の縦微分の
スキューネス

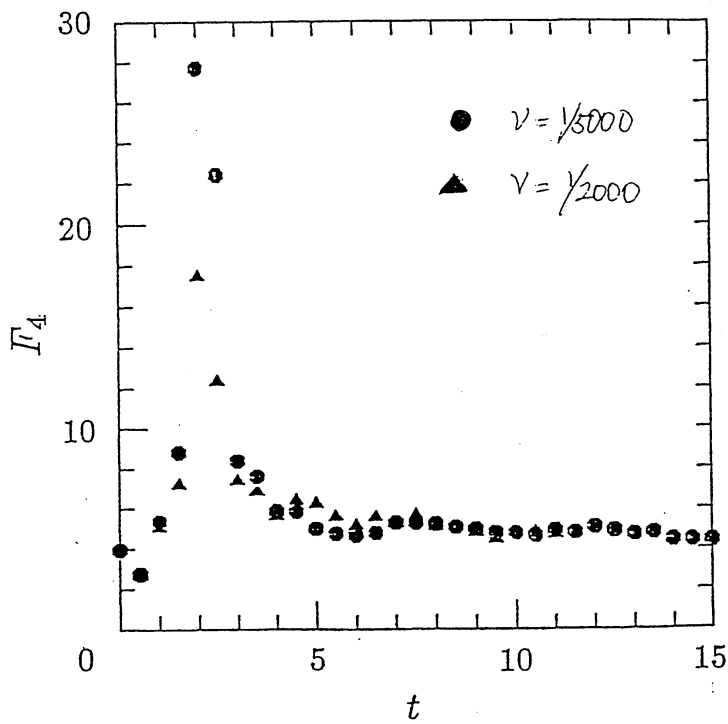
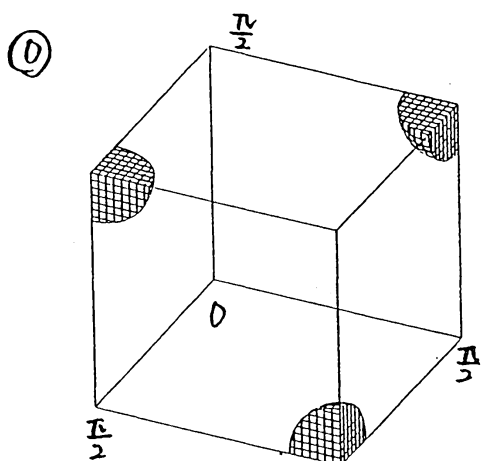
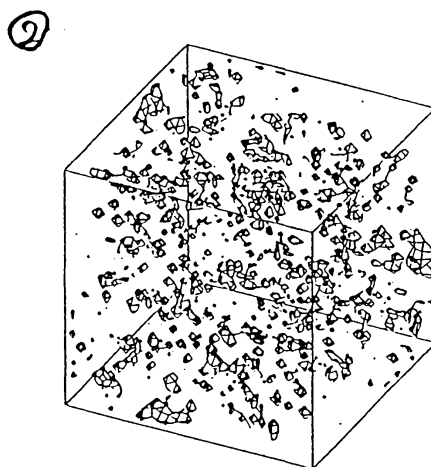


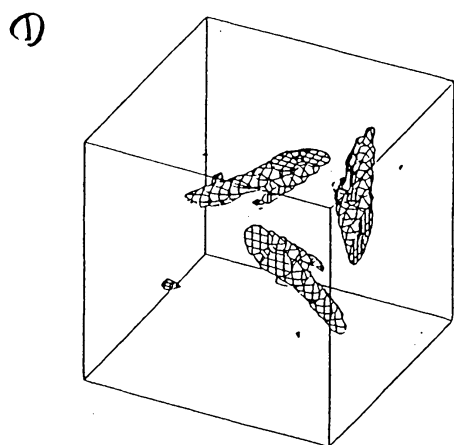
図5 速度の縦微分の
フラットネス



$\lambda = 0$

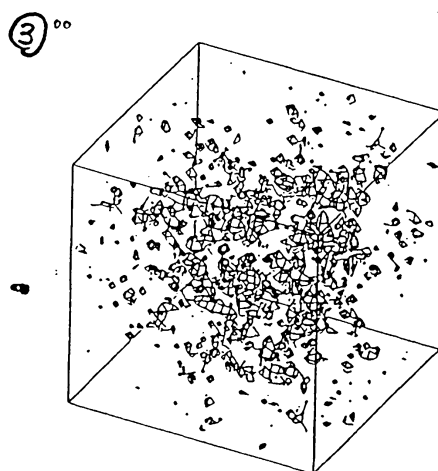


$\lambda = 5$

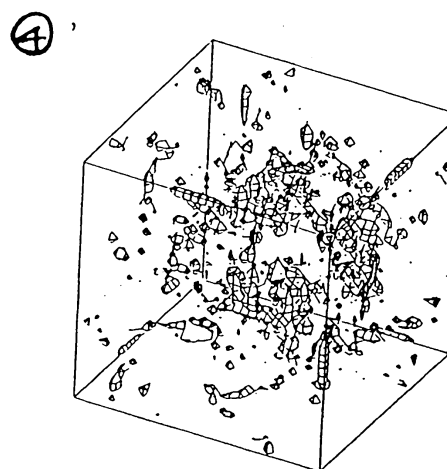


$\lambda = 1.5$

$|w|^2 > 10 |w|_{av}^2$



$\lambda = 8$



$\lambda = 11.5$

図6 $|w|^2$ の集中領域の時間発展

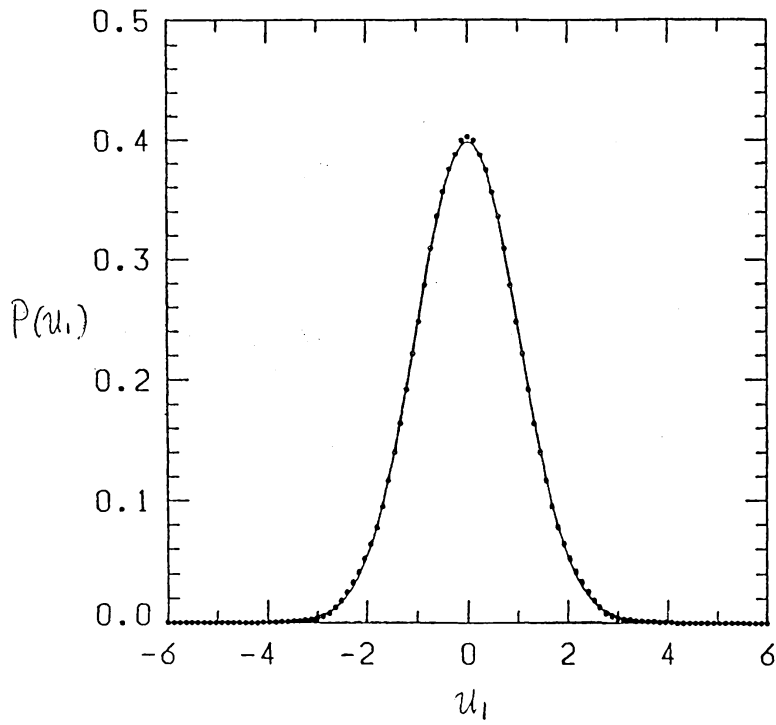


図 7-1a.
速度分布
T=6
フラットネス 8.01

TIME= 0.59992E+01
AVSQ.SKEW=0.45231E-01-0.24284E-02 0.12831E-01
SKEWN.FLATN=-0.14574E+00 0.30155E+01
AVA.STA=-0.25773E-02 0.65231E-01

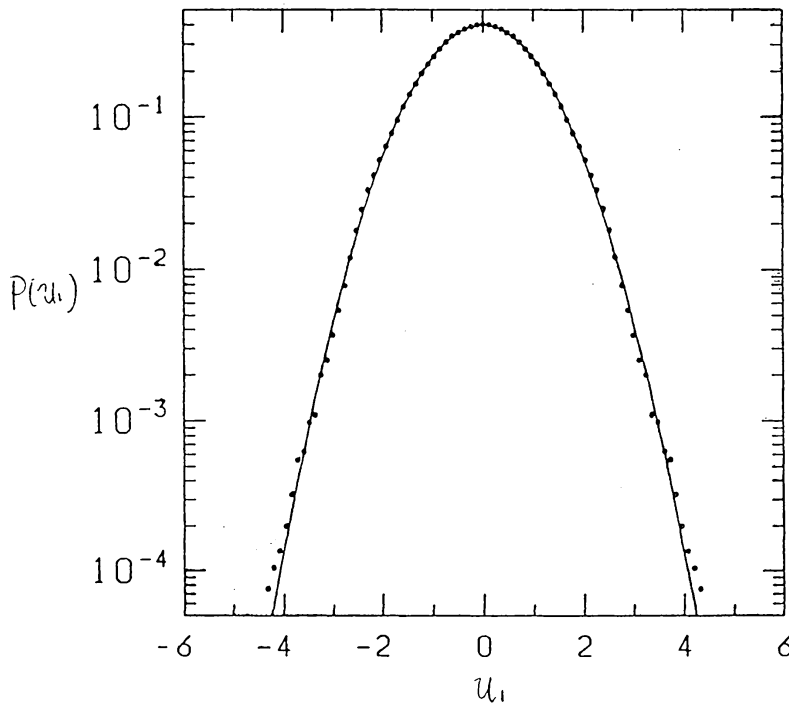


図 7-1b

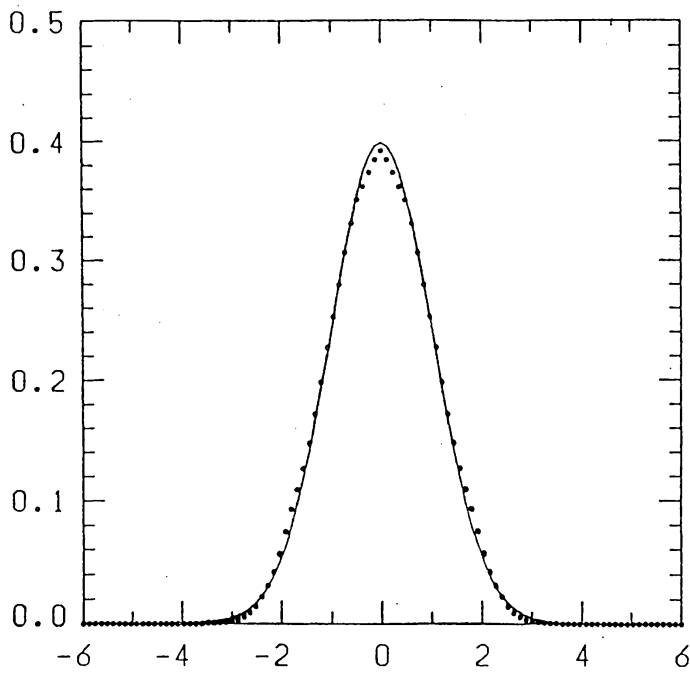


図 7-2a
 速度分布
 T=11
 平均値 2.70

0.11498E+02
 KEM, FLAT= 0.13800E-01-0.24242E-04 0.51484E-03
 FLATN=-0.14954E-01 0.27034E+01
 A= 0.36203E-02 0.13800E-01

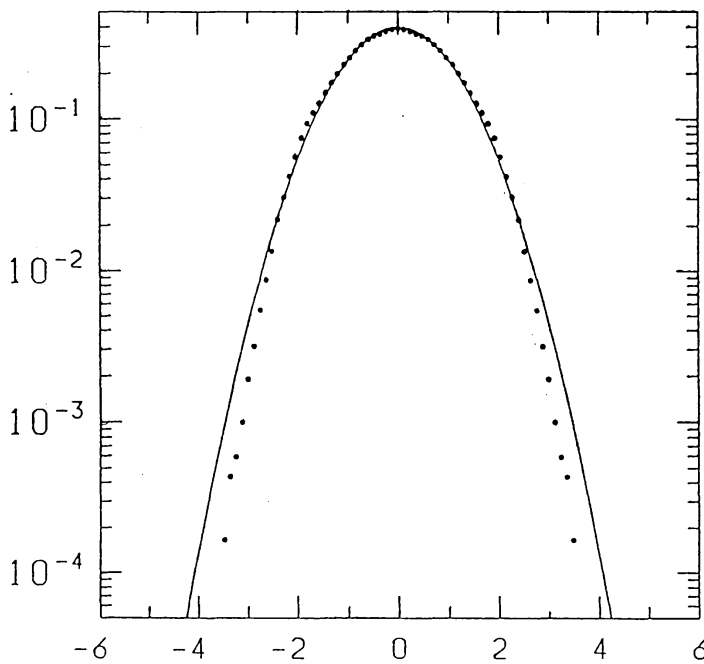


図 7-2b

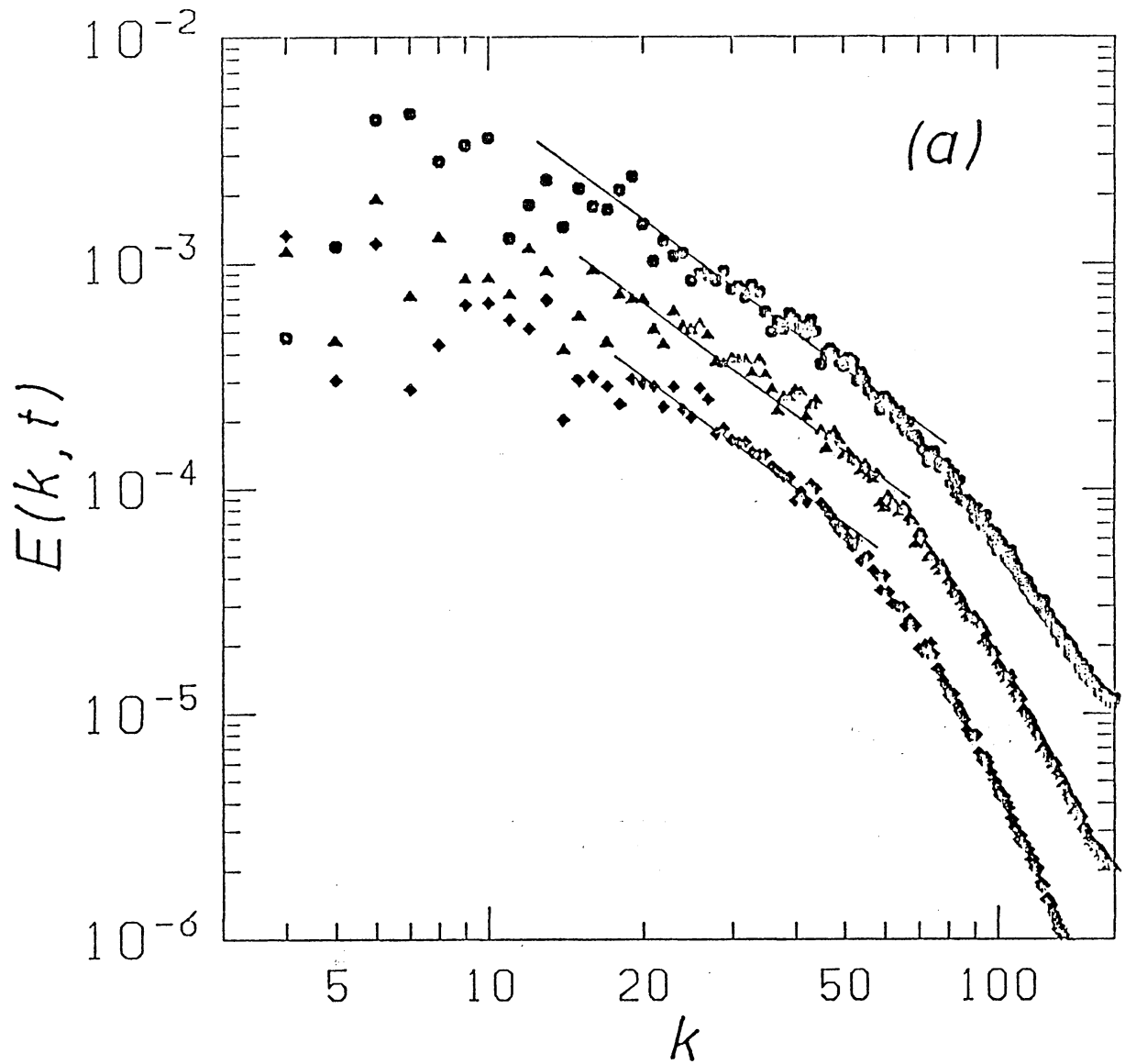


図 8 エネルギースペクトルの時間変化
上から順に、 $T=6, 8, 10$ の場合

图 9-1a

福友分布

$T=6$

$e^{\pm\beta a}$

$\beta=1.4$

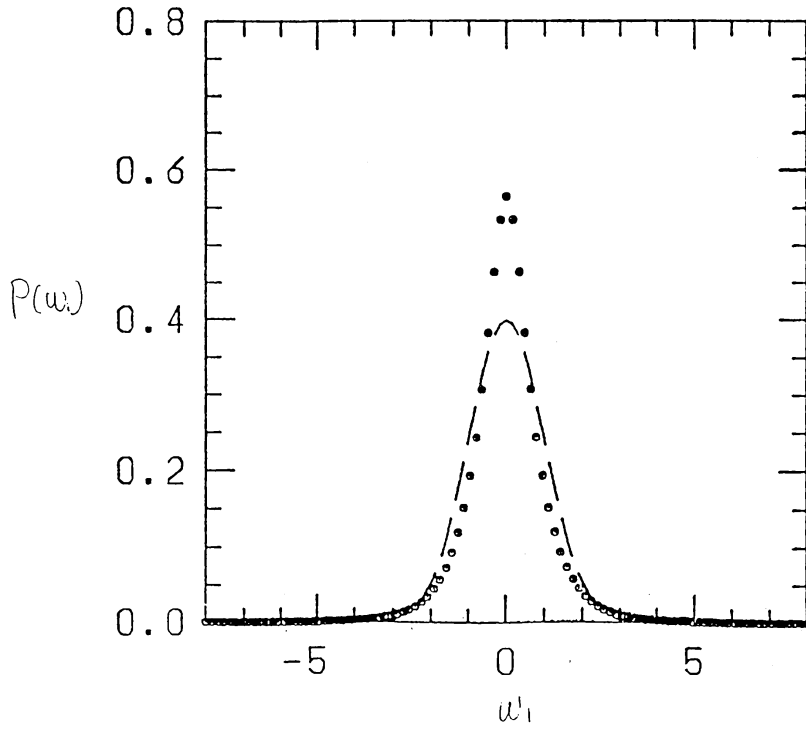


图 9-1b

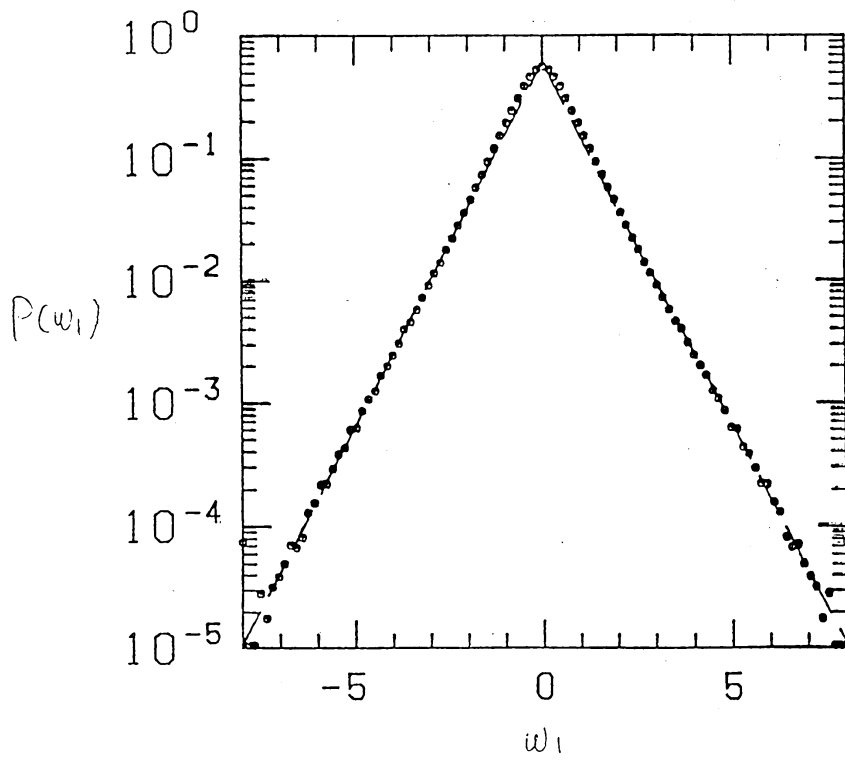


图 9-2a

温度分布

$T=11$

$e^{\pm\beta x} \quad \beta=1.4$

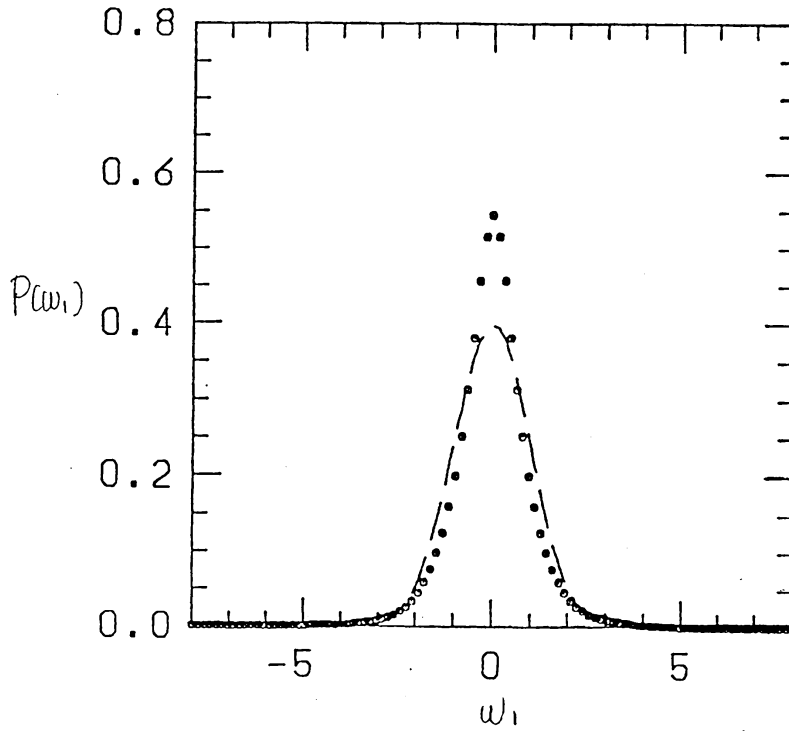


图 9-2b

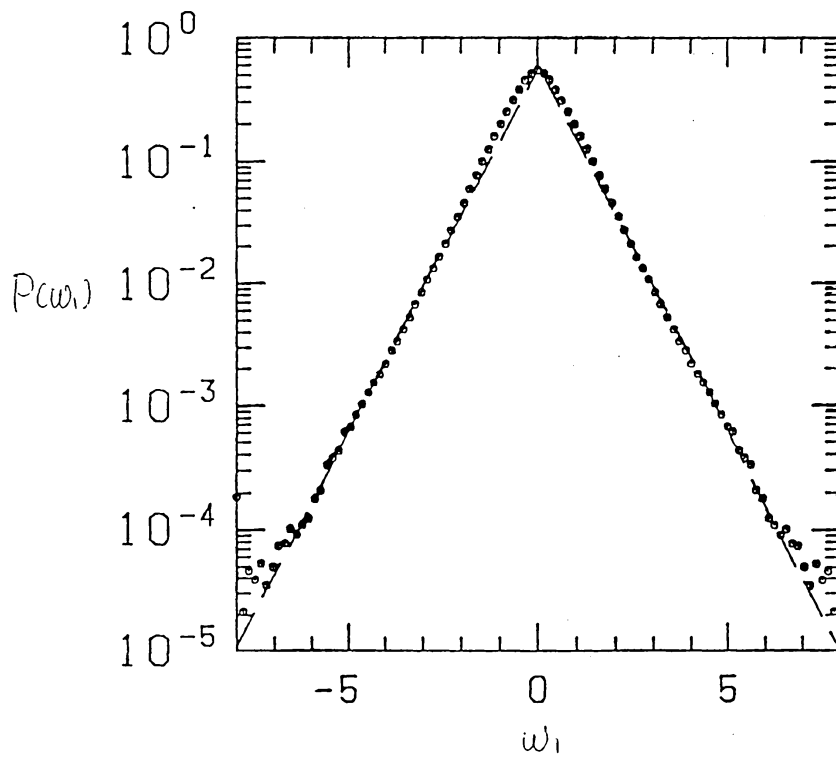


図 10-1a

速度の縦微分分布

$T = 6$

$e^{\beta \pm \alpha}$

$\beta_+ = 1.5$

$\beta_- = -2.1$

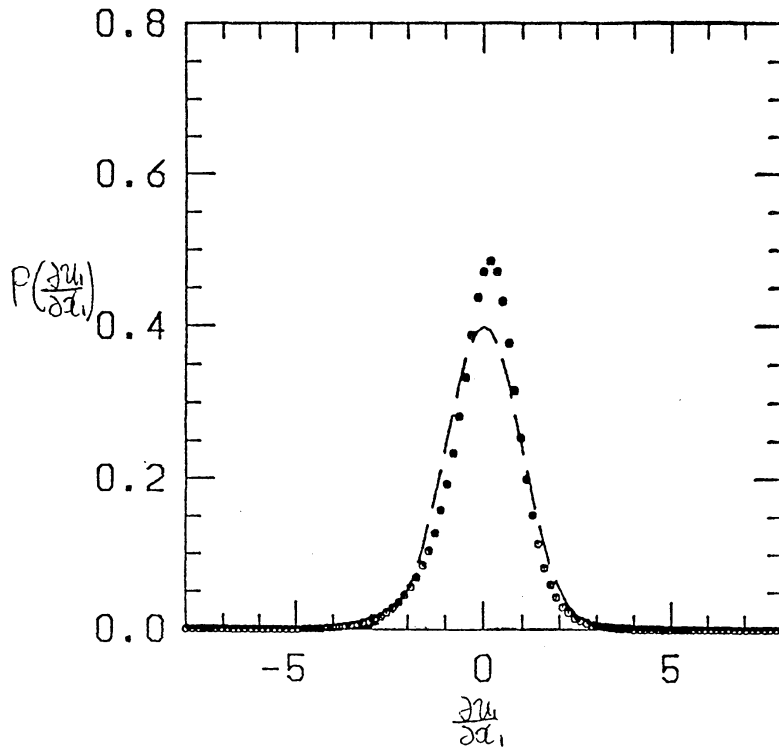


図 10-1b

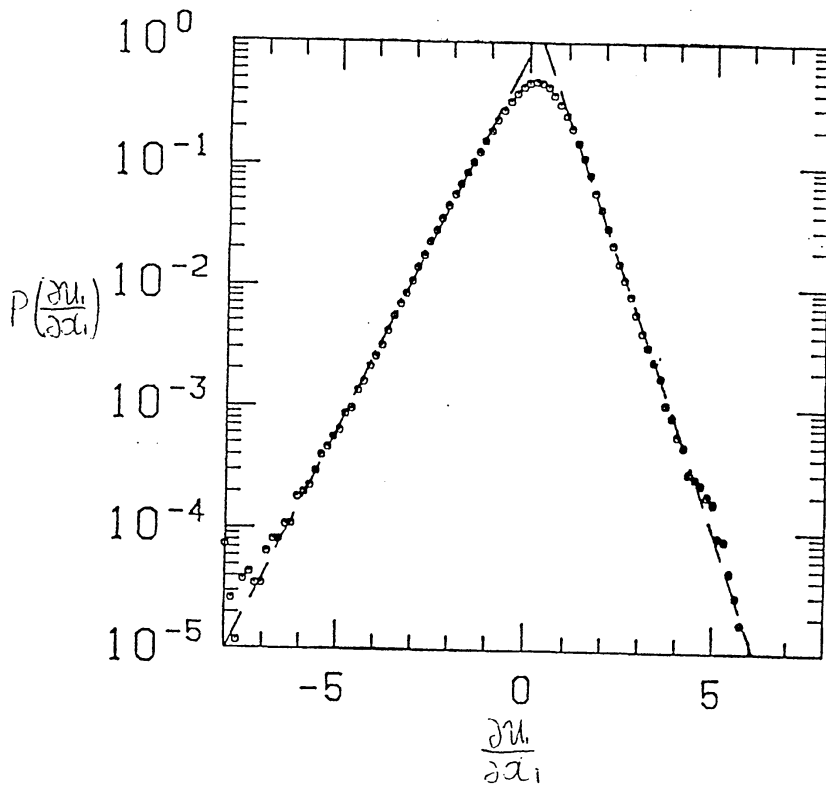


図 10-2a

速度の微分分布

$$T = 11$$

$$\beta_+ = 1.4$$

$$\beta_- = -2.0$$

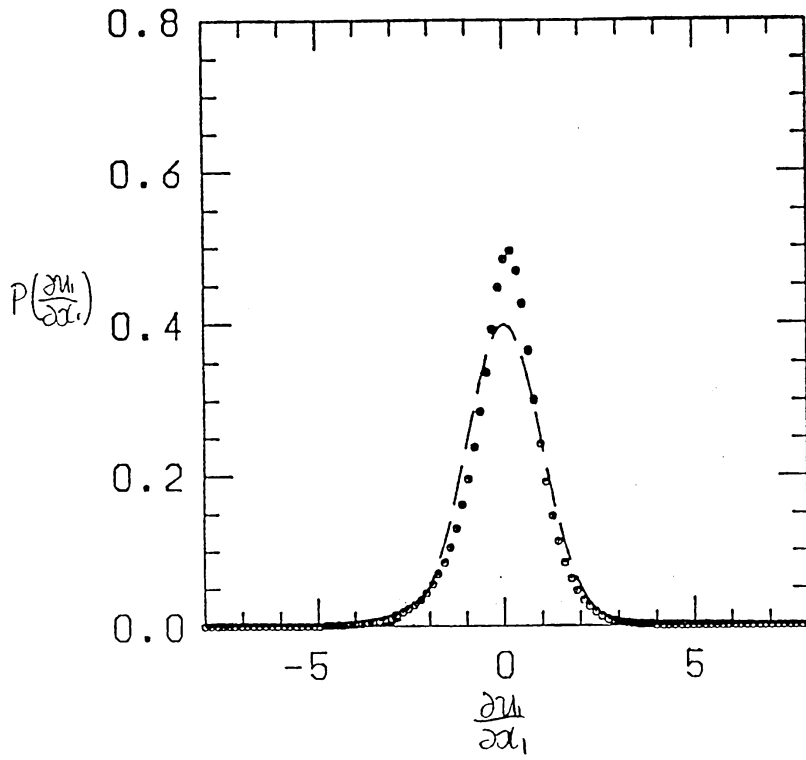


図 10-2b

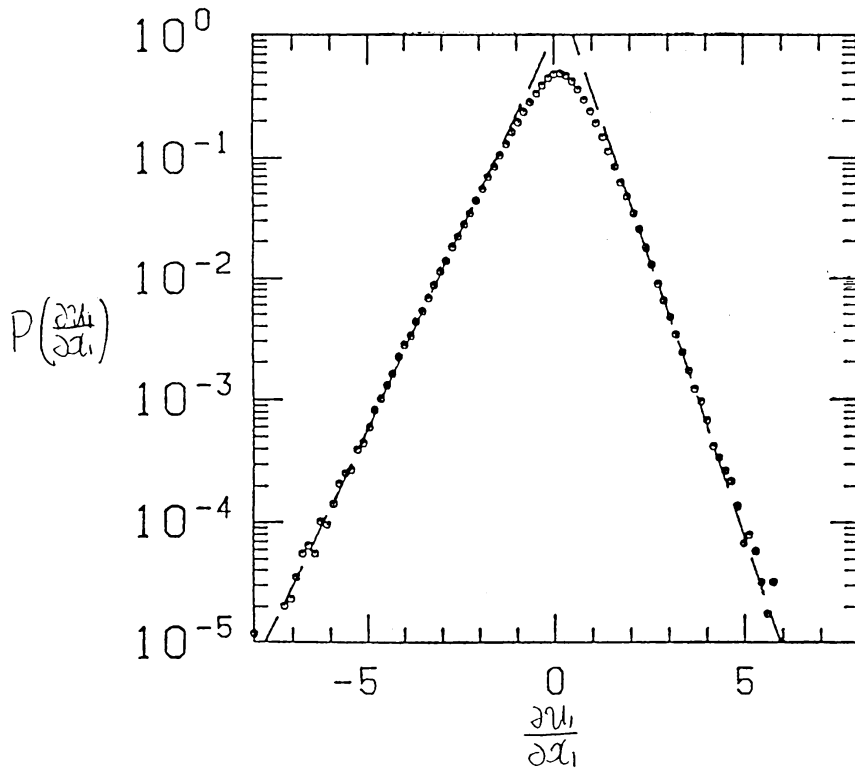


図 11-1a

速度の根微分分布

$T = 6$

$e^{\pm \beta a} \quad \beta = 1.8$

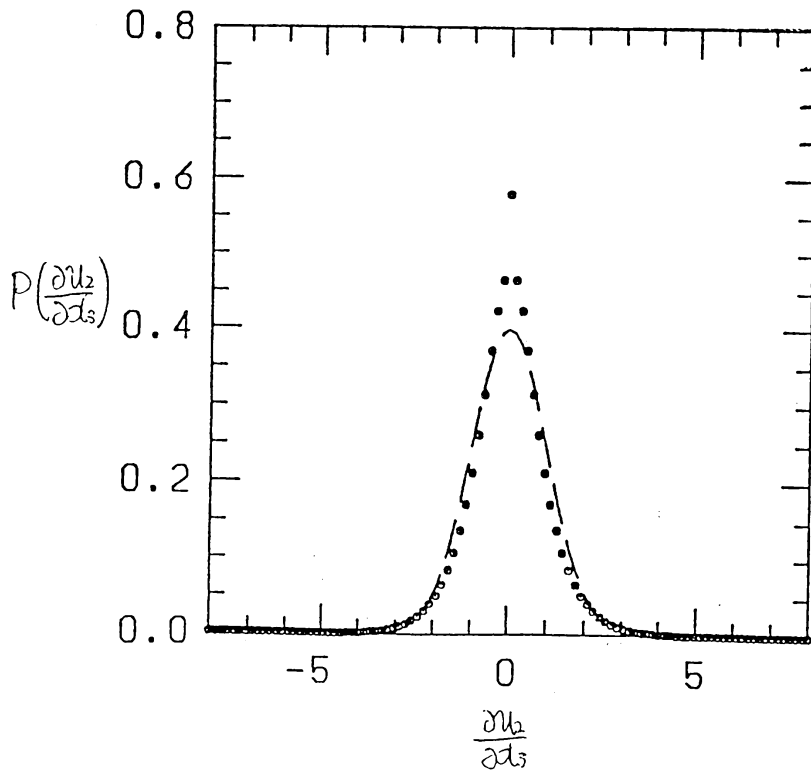
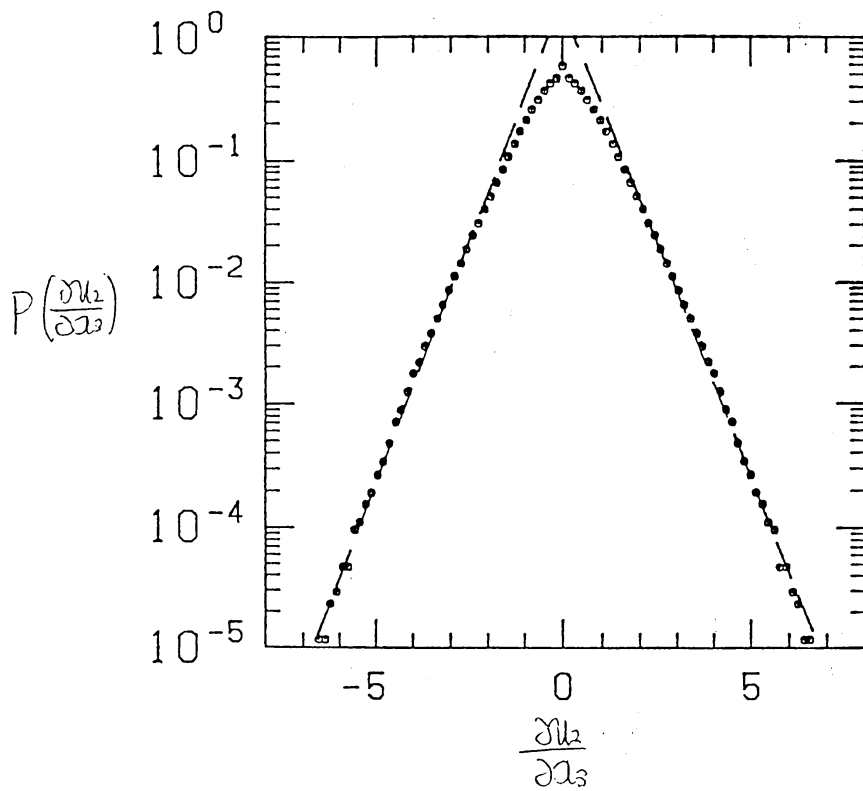


図 11-1b



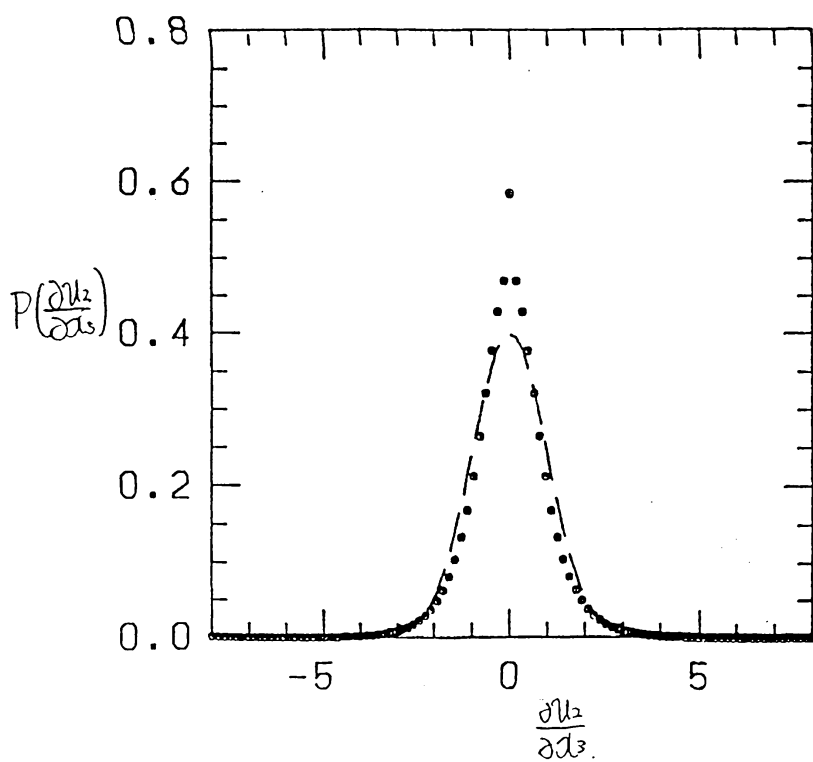


図 11-2a

速度の横微分分布

$$T=11$$

$$\beta = 1.4$$

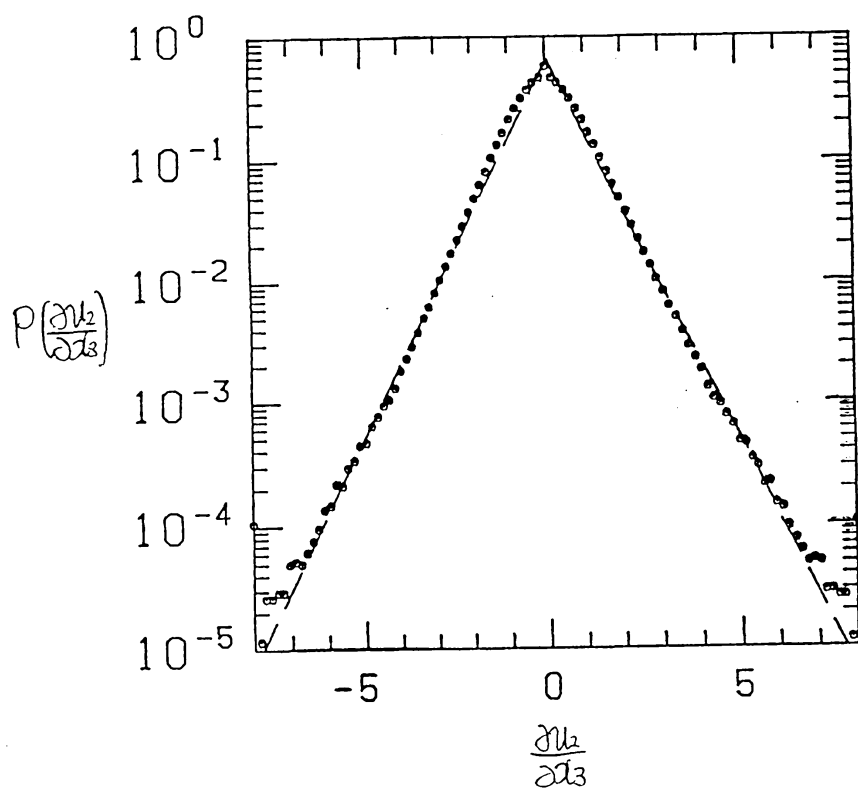


図 11-2b

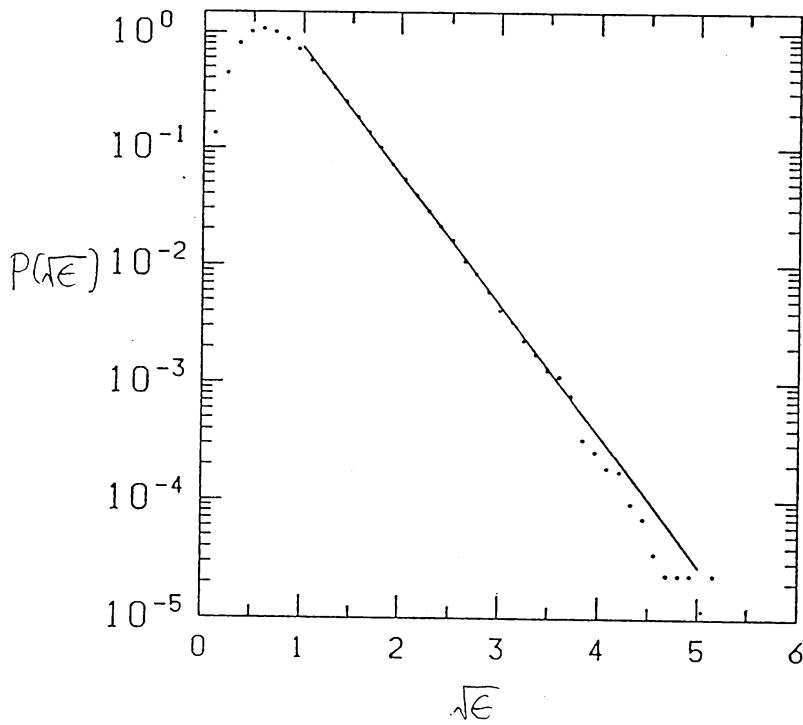


図 12 - 1
 \sqrt{E} の分布
 $T=6$
 $\beta=-3.0$

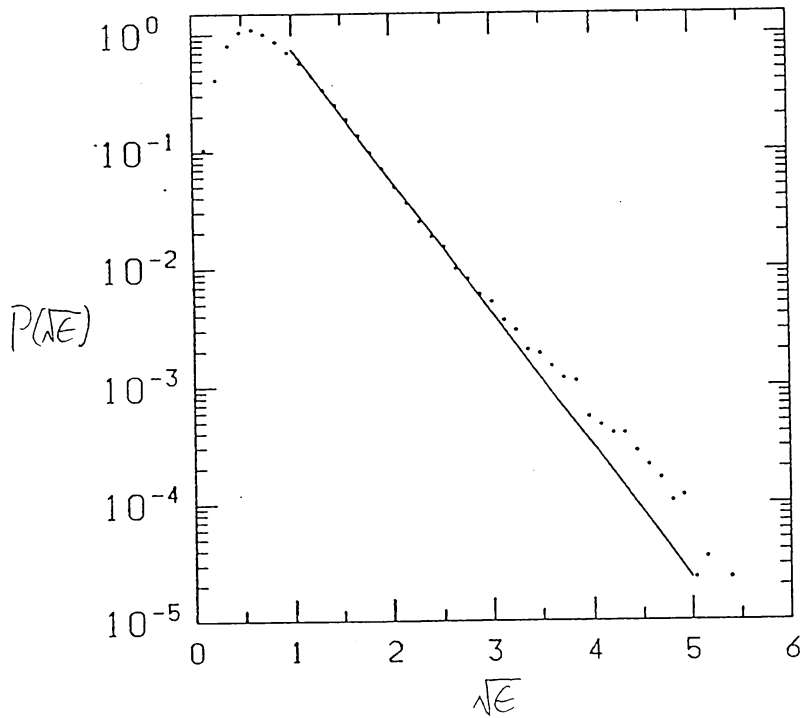


図 12 - 2
 $T=11$
 $\beta=-2.57$

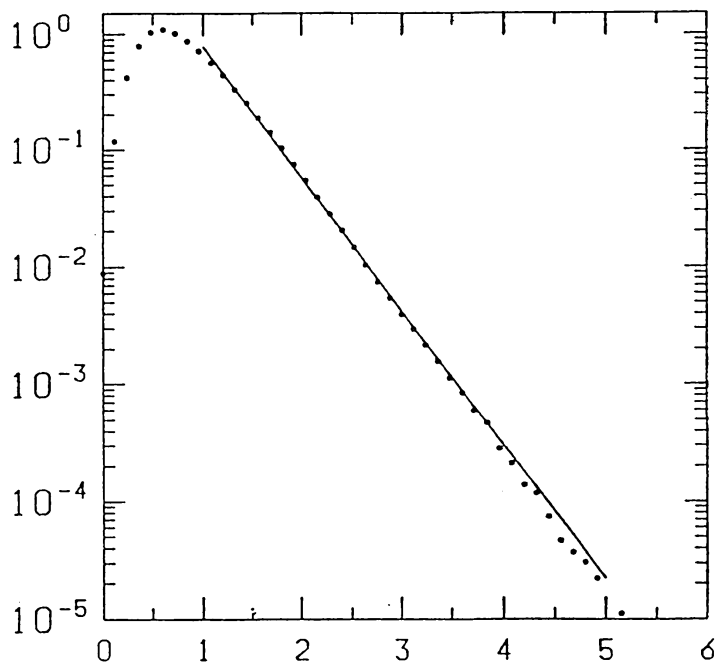


図 13-1

\sqrt{E} の平均分布

$$x = 5 \sim 15$$

$$V = 1/5000$$

$$A e^{\beta x}$$

$$A = 10.64$$

$$\beta = -2.61$$

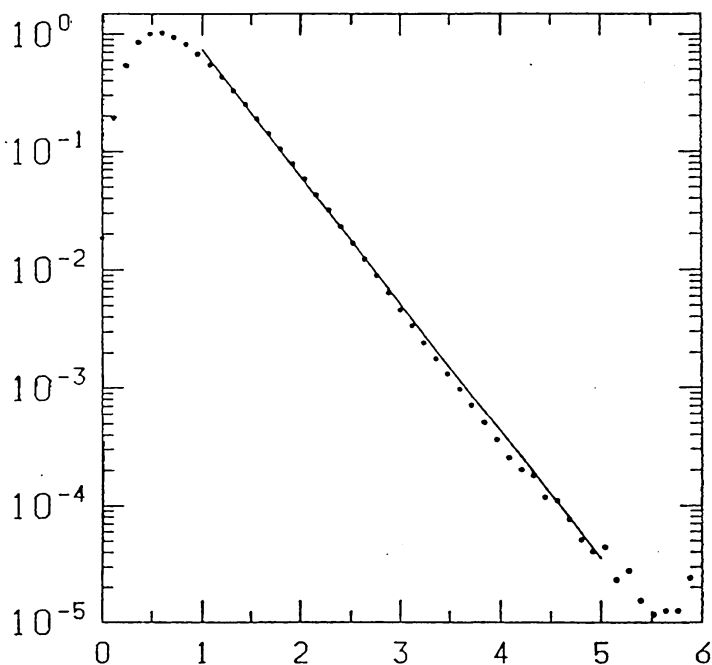


図 13-2

$$x = 5 \sim 11$$

$$V = 1/2000$$

$$A = 8.79$$

$$\beta = -2.48$$

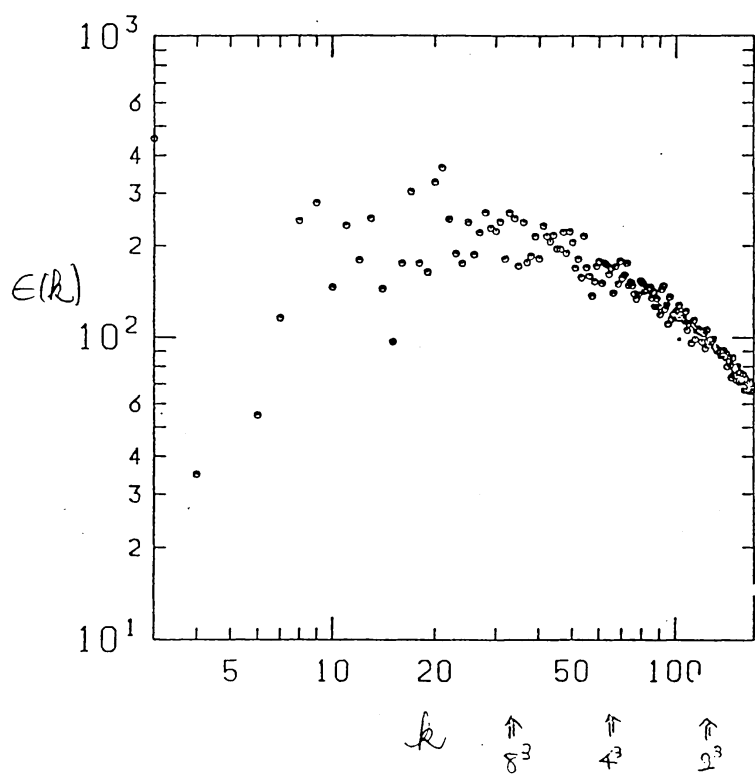


図 14 - 1

E のスペクトル

$T=6$

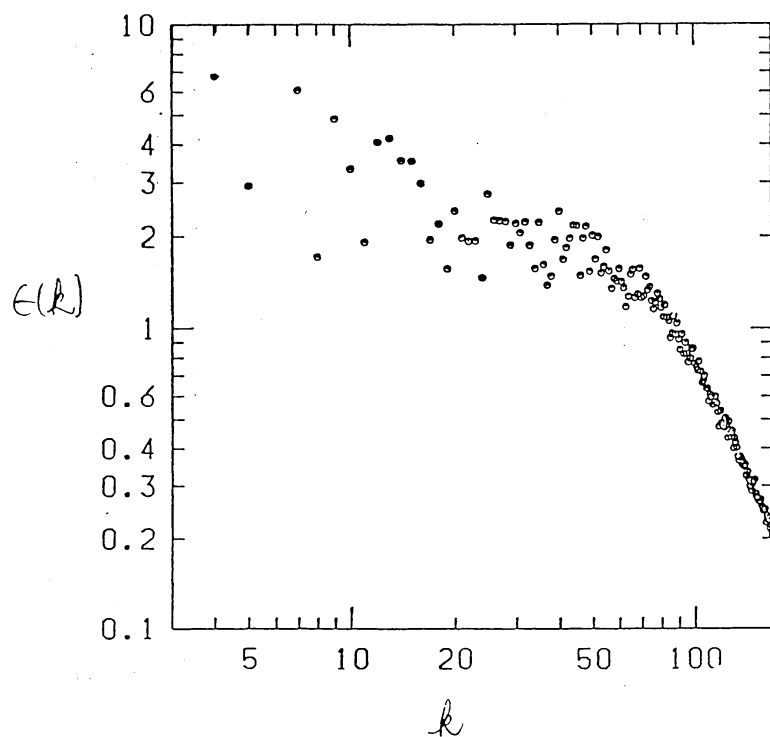
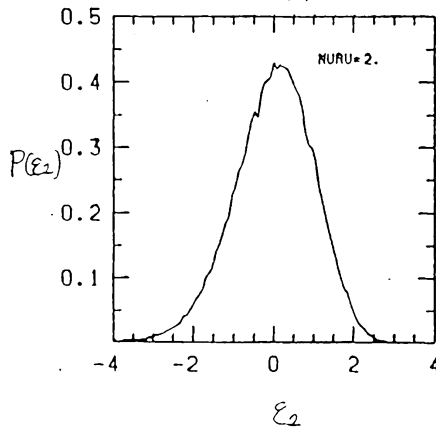
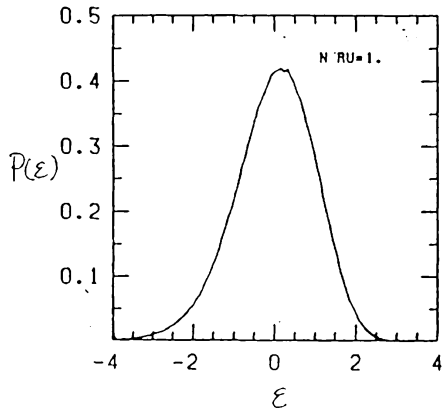
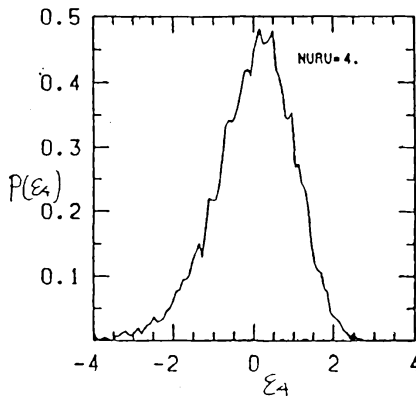
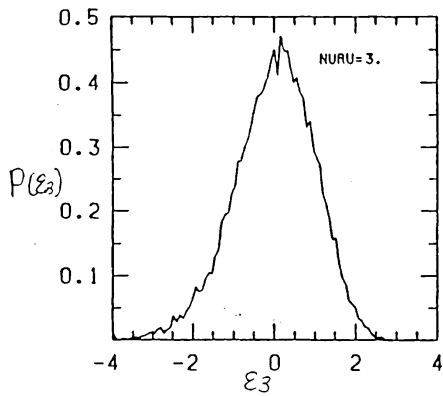
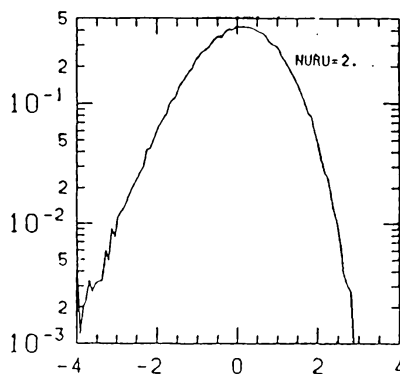
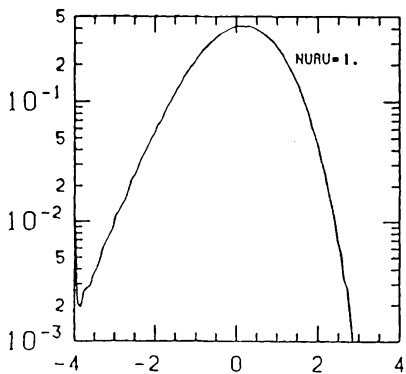
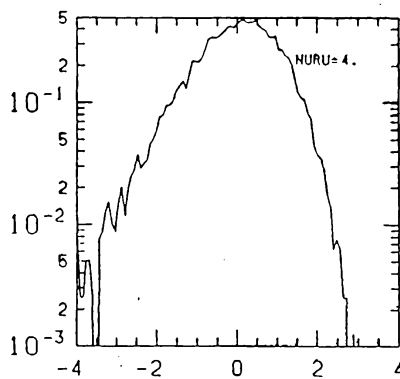
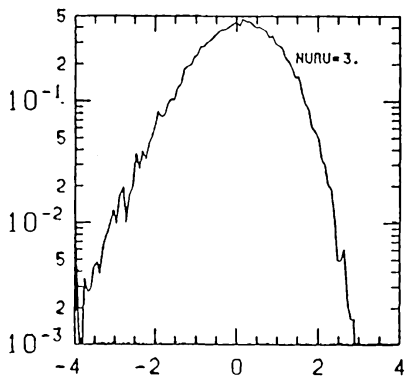


図 14 - 2

$T=11$



$\gamma = 1/5000 \quad \epsilon$



TIME= 6.0

AVA1= 4.872
 STA1= 1.088
 SKEW1= -0.507
 FLAT1= 4.579
 SKEWN1=-0.447
 FLATN1=3.869

← ステータス
 ← フラット

AVA2= 5.015
 STA2= 0.745
 SKEW2= -0.226
 FLAT2= 1.836
 SKEWN2=-0.351
 FLATN2=3.309

AVA3= 5.093
 STA3= 0.594
 SKEW3= -0.198
 FLAT3= 1.239
 SKEWN3=-0.433
 FLATN3=3.516

AVA4= 5.120
 STA4= 0.523
 SKEW4= -0.202
 FLAT4= 0.995
 SKEWN4=-0.533
 FLATN4=3.634

TIME= 6.0

AVA1= 4.872
 STA1= 1.088
 SKEW1= -0.507
 FLAT1= 4.579
 SKEWN1=-0.447
 FLATN1=3.869

AVA2= 5.015
 STA2= 0.745
 SKEW2= -0.226
 FLAT2= 1.836
 SKEWN2=-0.351
 FLATN2=3.309

AVA3= 5.093
 STA3= 0.594
 SKEW3= -0.198
 FLAT3= 1.239
 SKEWN3=-0.433
 FLATN3=3.516

AVA4= 5.120
 STA4= 0.523
 SKEW4= -0.202
 FLAT4= 0.995
 SKEWN4=-0.533
 FLATN4=3.634

Fig 15 - 1

TIME= 11.0

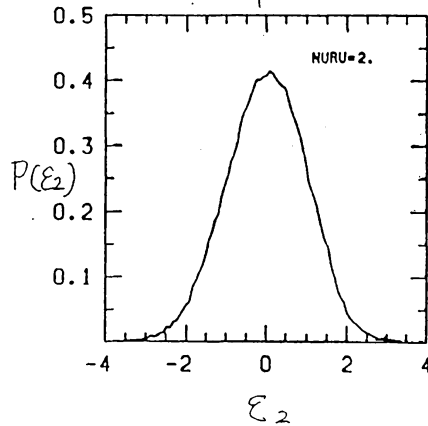
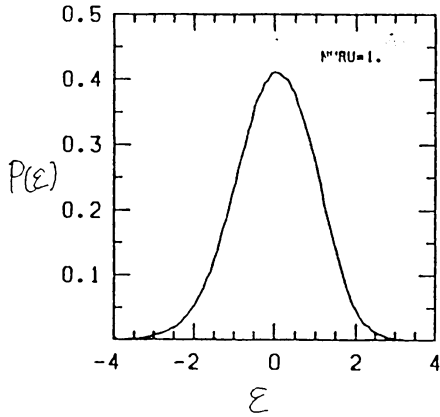
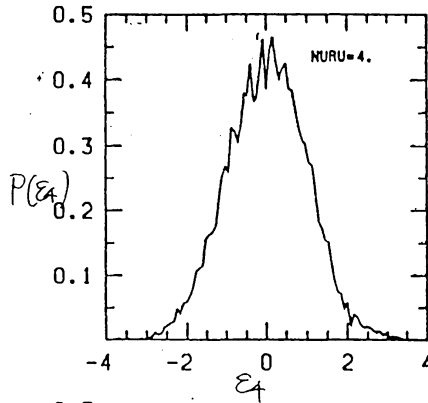
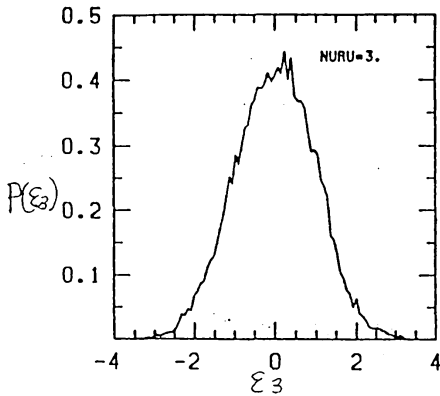
AVA1= 5.656
 STA1= 4.068
 SKEW1= -1.894
 FLAT1= 56.743
 SKEWN1=-0.231
 FLATN1=3.429

フット板

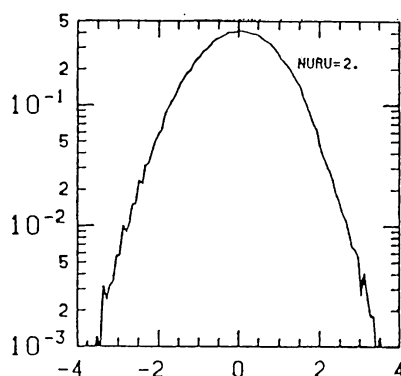
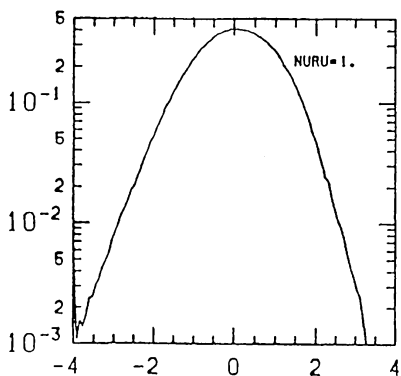
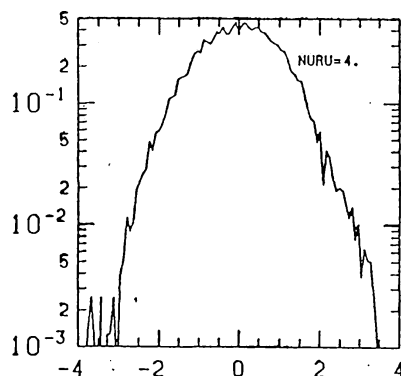
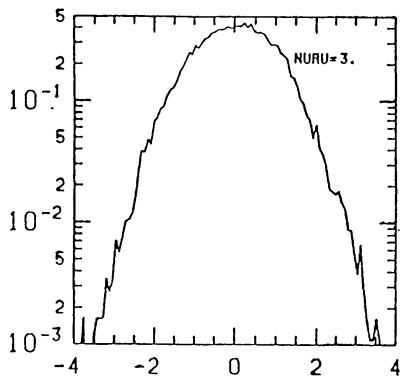
AVA2= 5.920
 STA2= 3.318
 SKEW2= -0.515
 FLAT2= 33.105
 SKEWN2=-0.085
 FLATN2=3.006

AVA3= 6.138
 STA3= 2.835
 SKEW3= -0.237
 FLAT3= 23.901
 SKEWN3=-0.050
 FLATN3=2.973

AVA4= 6.279
 STA4= 2.468
 SKEW4= -0.131
 FLAT4= 18.412
 SKEWN4=-0.034
 FLATN4=3.023



$V = \frac{1}{5000}$
 ϵ



TIME= 11.0

AVA1= 5.656
 STA1= 4.068
 SKEW1= -1.894
 FLAT1= 56.743
 SKEWN1=-0.231
 FLATN1=3.429

AVA2= 5.920
 STA2= 3.318
 SKEW2= -0.515
 FLAT2= 33.105
 SKEWN2=-0.085
 FLATN2=3.006

AVA3= 6.138
 STA3= 2.835
 SKEW3= -0.237
 FLAT3= 23.901
 SKEWN3=-0.050
 FLATN3=2.973

AVA4= 6.279
 STA4= 2.468
 SKEW4= -0.131
 FLAT4= 18.412
 SKEWN4=-0.034
 FLATN4=3.023

15-2

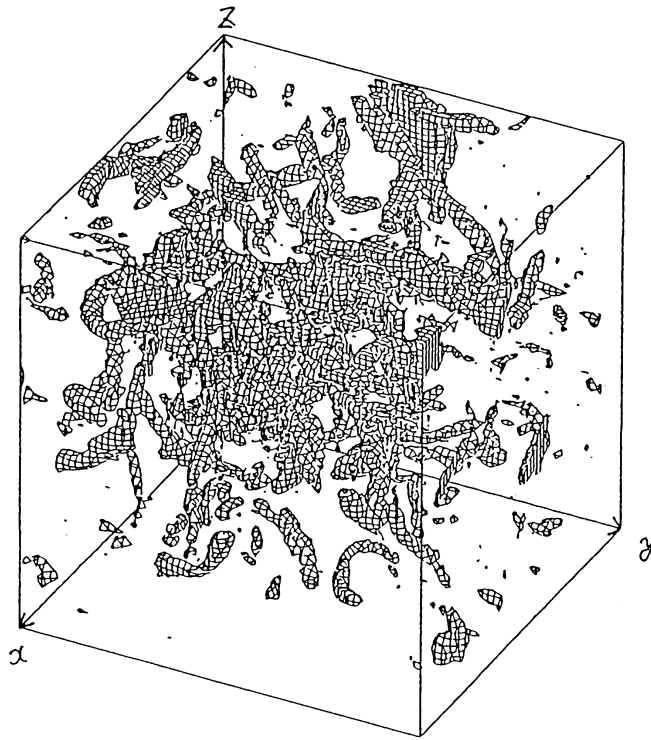


図 16-1

$|w|^2$ の集中領域

$T=6$

TIME= 6.00
 WMAX= 0.000
 WAV= 210.700
 PER= 4.80
 SIZE= 64.0

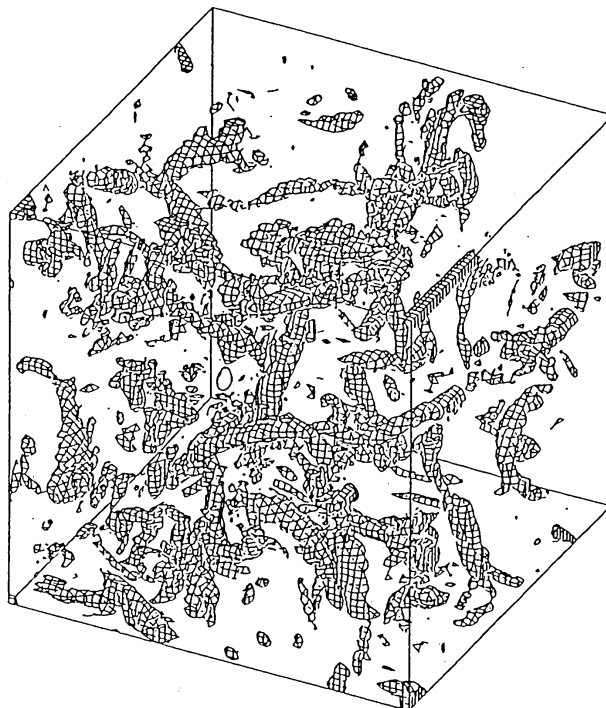
H=PER*WAV

SEEN FROM
 3.0 1.5 2.0

I:J:K ORIGIN
 0. 0. 0.

$$O\left(0, \frac{\pi}{4}, 0\right)$$

$$1 \text{ 辺 } \frac{\pi}{4}$$



TIME= 6.00
 WMAX= 0.000
 WAV= 210.700
 PER= 4.80
 SIZE= 64.0

H=PER*WAV

SEEN FROM
 3.0 1.5 2.0

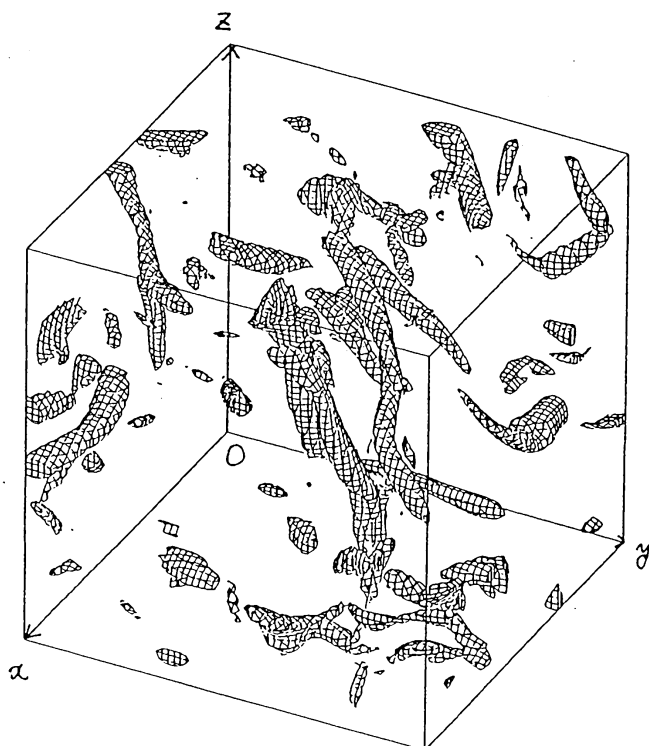
I:J:K ORIGIN
 0. 0. 0.

$$O\left(0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$$

図 16-2

$|\omega|^2$ の集中領域

$T=11$



TIME= 11.00
WMAX= 0.000
WAV= 15.770
PER= 4.70
SIZE= 64.0

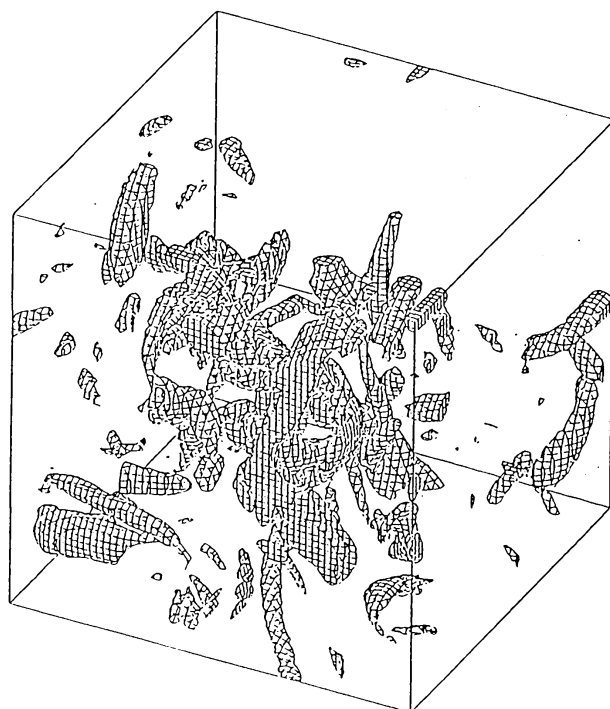
H=PER*WAV

SEEN FROM
3.0 1.5 2.0

I:J:K ORIGIN
0. 0. 0.

$0(0, \frac{\pi}{4}, 0)$

$1 \frac{\pi}{4}$



TIME= 11.00
WMAX= 0.000
WAV= 15.770
PER= 4.70
SIZE= 64.0

H=PER*WAV

SEEN FROM
3.0 1.5 2.0

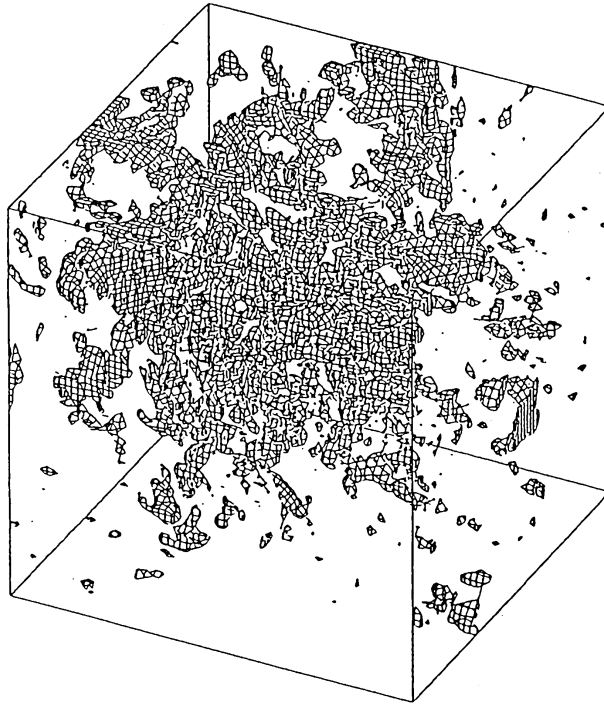
I:J:K ORIGIN
0. 0. 0.

$0(0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$

図 17-1

ϵ の集中領域

$T=6$



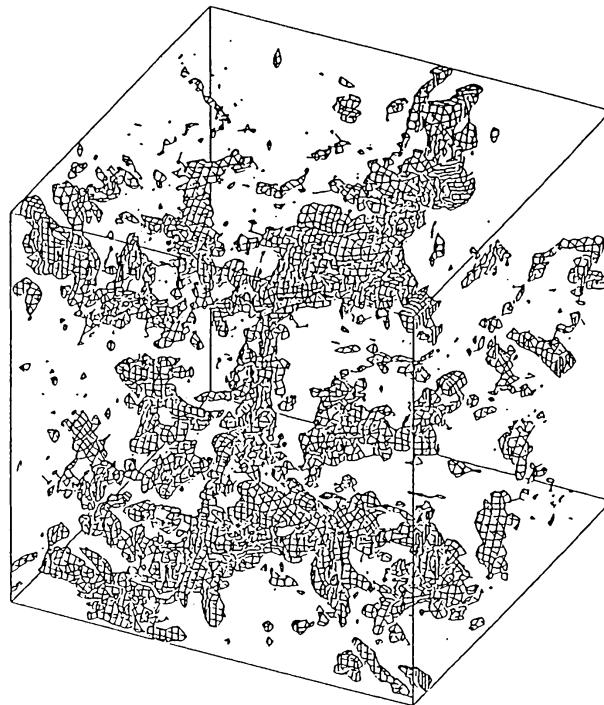
TIME= 6.00
 WMAX= 0.000
 WAV= 210.700
 PER= 3.60
 SIZE= 64.0
 H=PER*WAV

SEEN FROM
 3.0 1.5 2.0

I:J:K ORIGIN
 0. 0. 0.

$O(0, \frac{\pi}{4}, 0)$

辺 $\frac{\pi}{4}$



TIME= 6.00
 WMAX= 0.000
 WAV= 210.700
 PER= 3.60
 SIZE= 64.0
 H=PER*WAV

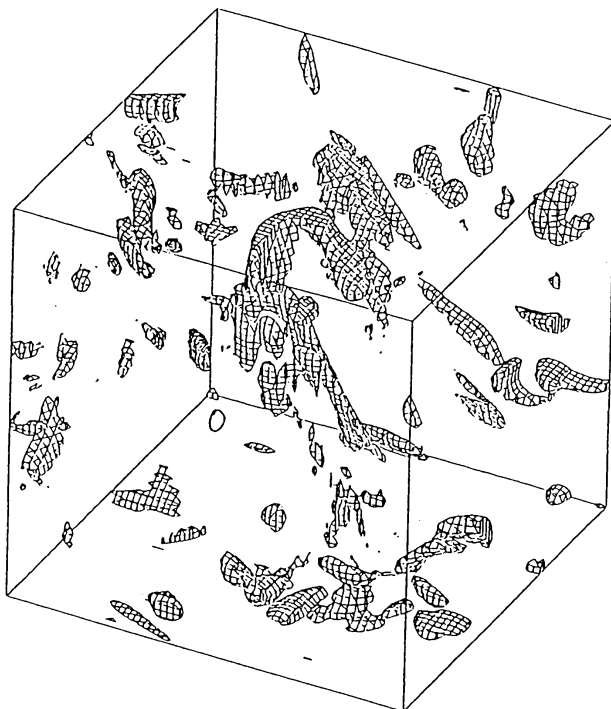
SEEN FROM
 3.0 1.5 2.0

I:J:K ORIGIN
 0. 0. 0.

図 17-2

E の集中領域

T=11



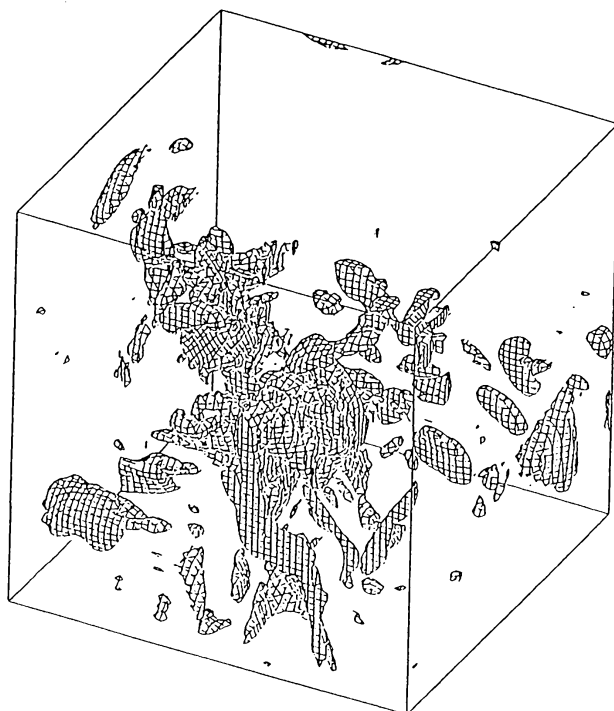
TIME= 11.00
 VMAX= 0.000
 WAV= 15.770
 PER= 3.75
 SIZE= 64.0
 H=PER*WAV

SEEN FROM
 3.0 1.5 2.0

I:J:K ORIGIN
 0. 0. 0.

$0(0, \frac{\pi}{4}, 0)$

$1 \frac{\pi}{4}$



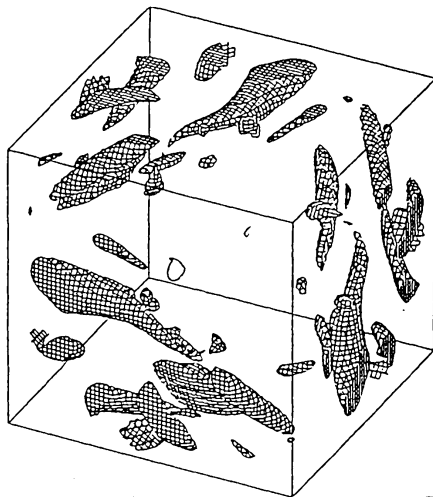
TIME= 11.00
 VMAX= 0.000
 WAV= 15.770
 PER= 3.75
 SIZE= 64.0
 H=PER*WAV

SEEN FROM
 3.0 1.5 2.0

I:J:K ORIGIN
 0. 0. 0.

$0(0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$

$1 \frac{\pi}{4}$



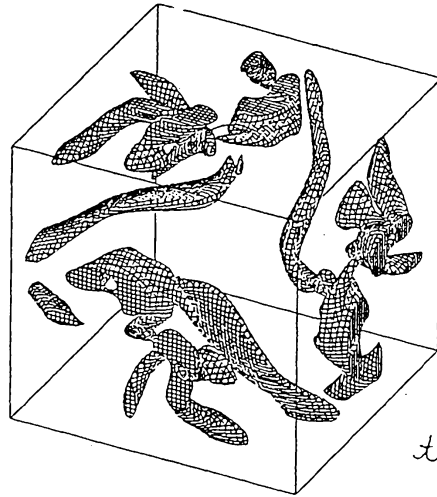
TIME= 9.50
 VMAX= 0.000
 WAV= 12.348
 PER= 6.00
 SIZE= 64.0
 H=PER=WAV

SEEN FROM
 3.0 1.5 2.0

I:J:K ORIGIN
 0. 0. 0.

$t = 9.5$

$0 \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right) \quad \text{or} \quad \frac{\pi}{4}$

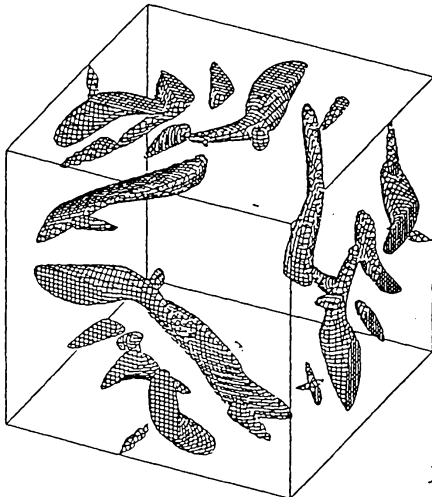


TIME= 10.50
 VMAX= 0.000
 WAV= 7.986
 PER= 6.00
 SIZE= 64.0
 H=PER=WAV

SEEN FROM
 3.0 1.5 2.0

I:J:K ORIGIN
 0. 0. 0.

$t = 10.5$

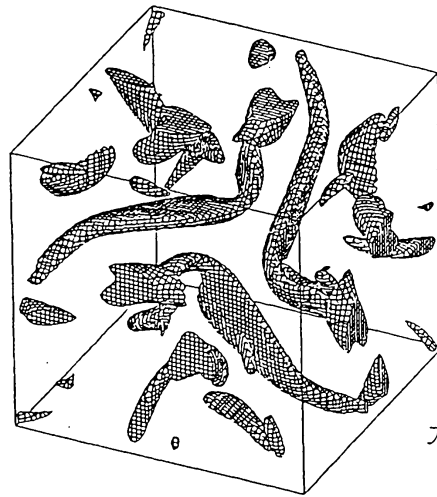


TIME= 10.00
 VMAX= 0.000
 WAV= 9.866
 PER= 6.00
 SIZE= 64.0
 H=PER=WAV

SEEN FROM
 3.0 1.5 2.0

I:J:K ORIGIN
 0. 0. 0.

$t = 10$



TIME= 11.00
 VMAX= 0.000
 WAV= 6.760
 PER= 6.00
 SIZE= 64.0
 H=PER=WAV

SEEN FROM
 3.0 1.5 2.0

I:J:K ORIGIN
 0. 0. 0.

$t = 11$

図 18 器の集中点の時間発展
 $v = 1/2000$