

## サーカムスクリプションと安定モデル意味論

平田 耕一

Kouichi Hirata

九州大学総合理工学研究科情報システム学専攻

### 要旨

非単調論理の一種であるサーカムスクリプションは二階論理を用いて形式化される。本講演では、サーカムスクリプションを二階論理を用いて解釈する。さらに、論理プログラムのサーカムスクリプションについて議論し、否定つき論理プログラムの意味論である安定モデル意味論とサーカムスクリプションのモデルの関係を論じる。

### 1 はじめに

古典論理や一階述語論理では、新しい事実(公理)を追加すれば、必然的に結論が増加する。すなわち、 $Th(S)$  を  $\{\alpha | S \vdash \alpha\}$  ( $S$  の定理の集合) とするとき、 $S \subseteq S'$  ならば  $Th(S) \subseteq Th(S')$  となる。この意味で、これらの論理は単調 (*monotonic*) である。これに対し、単調でない論理のことを非単調論理 (*nonmonotonic logic*) という。これは、新しい事実(公理)が追加されても、必ずしも結論が増えるとは限らない、つまり上の記号を用いれば  $S \subseteq S'$  のとき、必ずしも  $Th(S) \subseteq Th(S')$  とならないような論理のことである。

非単調論理の形式化は、二つの主要な方法がある。一つは、あることを結論づけるために現在の知識に照らし合わせて判断を行なう方法である。代表的なものに、McDermott と Doyle [7]、McDermott [6] の非単調様相論理 (*nonmonotonic modal logic*)、その拡張である Moore [8] の自己認識論理 (*autoepistemic logic*) や Reiter [12] のデフォルト論理 (*default logic*) などがある。これらは、古典論理に無矛盾性を示す様相演算子  $M$  を導入することにより形式化される。具体的には、論理式  $\alpha$  に対して、 $M\alpha$  で論理式  $\alpha$  が (現時点での) 結論と無矛盾である、つまり、結論に  $\alpha$  の否定  $\neg\alpha$  を含まない、ことを表して形式化される。これらの論理を用いることで、従来の古典論理では表せなかった言明を表現し、推論することができる。

もう一つの形式化は、記述されていること(人間の知っていること)だけが正しいことのすべてであるという考えに基づいた方法である。代表的なものに、McCarthy [4, 5] のサーカムスクリプション (*circumscription*) や Reiter [11] の閉世界仮説 (*closed world assumption, CWA*) などがある。

サーカムスクリプションは、述語記号に着目したときに、その述語記号に関する極小モデルをモデルと考え、それに基づいて推論を行なうものである。サーカムスクリプションには述語サーカムスクリプション (*predicate circumscription*) (McCarthy [4]) と論理式サーカムスクリプション (*formula circumscription*) (McCarthy [5], Lifschitz [2]) を基にして、優先順位つきサーカムスクリプション (*prioritized circumscription*) (Lifschitz [2]) や点別サーカムスクリプション (*pointwise circumscription*) (Lifschitz [3]) などの拡張がある。

本講演では、サーカムスクリプションについて考察する。サーカムスクリプションは二階論理を用いて形式化されているが、二階論理による評価については未だ議論されていない。そこで、まずサーカムスクリプションを二階論理を用いて解釈する。さらに、論理プログラムのサーカムスクリプションについて考察する。特に、論理プログラムのサーカムスクリプションの一意モデルが存在するための条件を与え、そのモデルと論理プログラムの安定モデルが一致することを示す。

## 2 サーカムスクリプション

本節では、サーカムスクリプションを二階の論理式として評価する。但し、述語定数は  $p, q, \dots$  などの小文字で、述語変数は  $P, Q, \dots$  などの大文字で表す。また、 $A \subseteq B$  で  $A$  は  $B$  の部分集合であることを、 $A \subset B$  で  $A$  は  $B$  の真部分集合であることを表す。

まず、サーカムスクリプションの定義のために述語記号間に順序  $<$  を導入する。

### 定義 1

1. 述語定数  $p, q$  に対して、 $\forall \bar{x}(p(\bar{x}) \rightarrow q(\bar{x}))$  を  $p \leq q$  で表す。
2. 述語記号の組 (tuple)  $\bar{p} = p_1, \dots, p_n; \bar{q} = q_1, \dots, q_n$  に対して、 $(\forall \bar{x}(p_1(\bar{x}) \rightarrow q_n(\bar{x}))) \wedge \dots \wedge (\forall \bar{x}(p_n(\bar{x}) \rightarrow q_1(\bar{x})))$  を  $\bar{p} \leq \bar{q}$  で表す。
3.  $(\bar{p} \leq \bar{q}) \wedge \neg(\bar{q} \leq \bar{p})$  を  $\bar{p} < \bar{q}$  で表す。
4.  $(\bar{p} \leq \bar{q}) \wedge (\bar{q} \leq \bar{p})$  を  $\bar{p} = \bar{q}$  で表す。

上の順序は、二階論理で解釈すると次のようになる。

$$\begin{aligned} v_M(p \leq q, \sigma) = 1 & \\ \iff v_M(\forall \bar{x}(p(\bar{x}) \rightarrow q(\bar{x})), \sigma) = 1 & \\ \iff \text{任意の } \bar{d} \in D^n \text{ に対して } v_M(p(\bar{x}) \rightarrow q(\bar{x}), \sigma[\bar{d}/\bar{x}]) = 1 & \\ \iff \text{任意の } \bar{d} \in D^n \text{ に対して } \bar{d} \notin I(p) \text{ または } \bar{d} \in I(q) & \\ \iff I(p) \subseteq I(q). & \end{aligned}$$

すなわち、述語  $q$  を真にするような領域の部分集合は、述語  $p$  を真にするような領域の部分集合を含む。また、 $p = q$ ,  $p < q$  に対する二階論理の解釈は次のようになる。

$$\begin{aligned} v_M(p = q, \sigma) = 1 & \iff I(p) = I(q) \\ v_M(p < q, \sigma) = 1 & \iff I(p) \subset I(q) \end{aligned}$$

すなわち、 $p = q$  とは、述語  $p$  を真にする領域の部分集合と述語  $q$  を真にする領域の部分集合が等しいことであり、 $p < q$  とは、述語  $q$  を真にする領域の部分集合は、述語  $p$  を真にする領域の部分集合を真に含むことである。

述語サーカムスクリプションは、この述語の順序を用いて次のように定義される。

定義 2  $A(\bar{p})$  を述語定数の組  $\bar{p} = p_1, \dots, p_n$  を含む一階の閉論理式とする. このとき, 論理式  $A(\bar{p})$  の  $\bar{p}$  に関する述語サーカムスクリプション (predicate circumscription) は次のような二階論理式である.

$$CIRC(A(\bar{p}); \bar{p}) = A(\bar{p}) \wedge \forall \bar{P} (\neg A(\bar{P}) \vee \bar{P} \not\prec \bar{p}).$$

述語サーカムスクリプションは, 二階論理によって次のように解釈される.

$$\begin{aligned} v_M(CIRC(A(\bar{p}); \bar{p}), \sigma) = 1 & \\ \iff v_M(A(\bar{p}) \wedge \forall \bar{P} (\neg A(\bar{P}) \vee \bar{P} \not\prec \bar{p}), \sigma) = 1 & \\ \iff M \models_\sigma A(\bar{p}) \text{ かつ } v_M(\forall \bar{P} (\neg A(\bar{P}) \vee \bar{P} \not\prec \bar{p}), \sigma) = 1 & \\ \iff M \models_\sigma A(\bar{p}) \text{ かつ 任意の } \bar{r} \text{ に対して} & \\ \quad v_M(\neg A(\bar{P}) \vee \bar{P} \not\prec \bar{p}, \sigma[r_1|P_1] \cdots [r_n|P_n]) = 1 & \\ \iff M \models_\sigma A(\bar{p}) \text{ かつ 任意の } \bar{r} \text{ に対して} & \\ \quad v_M(A(\bar{P}), \sigma[r_1|P_1] \cdots [r_n|P_n]) = 0 & \\ \quad \text{または } v_M(\bar{P} \not\prec \bar{p}, \sigma[r_1|P_1] \cdots [r_n|P_n]) = 1 & \\ \iff M \models_\sigma A(\bar{p}) \text{ かつ 任意の } \bar{r} \text{ に対して} & \\ \quad v_M(A(\bar{P}), \sigma[r_1|P_1] \cdots [r_n|P_n]) = 0 & \\ \quad \text{または (任意の } i(1 \leq i \leq n) \text{ に対して } r_i \notin I(p_i)). & \end{aligned}$$

Lifschitz [2] は, サーカムスクリプションのモデルと極小モデルとが対応することを示している. ここでは, 極小性として次の  $\bar{p}$ -極小性が用いられている.

定義 3  $\bar{p}$  を述語定数の組として,  $M_1 = (D, I_1)$ ,  $M_2 = (D, I_2)$  を一階論理式  $A$  の構造とする.

1.  $M_1 \leq^{\bar{p}} M_2$  を

- (a)  $p \notin \bar{p}$  なる述語定数  $p$  に対して,  $I_1(p) = I_2(p)$ ,
- (b)  $p \in \bar{p}$  なる述語定数  $p$  に対して,  $I_1(p) \subseteq I_2(p)$

で定義する.

2.  $M_1 <^{\bar{p}} M_2$  を,  $M_1 \leq^{\bar{p}} M_2$  かつ  $\neg(M_2 \leq^{\bar{p}} M_1)$  で定義する.

また,  $A$  のモデル  $M$  は,  $N <^{\bar{p}} M$  なる  $A$  のモデル  $N$  が存在しないとき,  $\bar{p}$ -極小モデル ( $\bar{p}$ -minimal model) という.

サーカムスクリプションのモデルと  $\bar{p}$ -極小モデルには, 次のような関係がある.

定理 1 (Lifschitz [2])  $M$  が述語サーカムスクリプション  $CIRC(A(\bar{p}); \bar{p})$  のモデルであるための必要十分条件は,  $M$  が  $\bar{p}$ -極小モデルであることである.

今まで考えてきた述語サーカムスクリプションでは, 非単調推論の能力が不十分である. 次のような例を考えてみよう.

例 1 (default reasoning)

$$P = \left\{ \begin{array}{l} fly(X), abnormal(X) \leftarrow bird(X) \\ bird(tweety) \leftarrow \end{array} \right\}$$

のモデルは

$$\begin{aligned} M_1 &= \{bird(tweety), fly(tweety)\}, \\ M_2 &= \{bird(tweety), abnormal(tweety)\}, \\ M_3 &= \{bird(tweety), fly(tweety), abnormal(tweety)\} \end{aligned}$$

である。そこで *abnormal*-極小モデルを求めてみよう。

$M_1 \prec^{abnormal} M_3$  より  $M_1$  は *abnormal*-極小である。また  $M_2 \not\prec^{abnormal} M_1$ ,  $M_2 \not\prec^{abnormal} M_3$  より  $M_2$  も *abnormal*-極小である。よって、 $P$  の *abnormal*-極小モデルは、 $M_1$  と  $M_2$  である。

一方、サーカムスクリプションを考える場合、モデルを *abnormal*-極小とすれば、直観的には“普通の鳥は飛ぶ”と推論したい。すなわち、*abnormal*-極小モデルとして  $M_1$  を選びたい。このような考えに基づくサーカムスクリプションが、次に定義する論理式サーカムスクリプションである。

定義 4  $A(\bar{p}, \bar{z})$  を述語定数の組  $\bar{p} = p_1, \dots, p_n$  および  $\bar{p}$  と共通部分を持たない述語定数の組  $\bar{z} = z_1, \dots, z_m$  を含む一階の閉論理式とする。このとき、論理式  $A(\bar{p}, \bar{z})$  の  $\bar{p}$  に関する論理式サーカムスクリプション (*formula circumscription*) を次の二階論理式で定義する。

$$CIRC(A(\bar{p}, \bar{z}); \bar{p}; \bar{z}) = A(\bar{p}, \bar{z}) \wedge \forall \bar{P} \bar{Z} (\neg A(\bar{P}, \bar{Z}) \vee \bar{P} \not\prec \bar{p}).$$

論理式サーカムスクリプションの二階論理における解釈は次のようになる。

$$\begin{aligned} v_M(CIRC(A(\bar{p}, \bar{z}); \bar{p}; \bar{z}), \sigma) &= 1 \\ \iff v_M(A(\bar{p}, \bar{z}) \wedge \forall \bar{P} \bar{Z} (\neg A(\bar{P}, \bar{Z}) \vee \bar{P} \not\prec \bar{p}), \sigma) &= 1 \\ \iff M \models_{\sigma} A(\bar{p}, \bar{z}) \text{ かつ } v_M(\forall \bar{P} \bar{Z} (\neg A(\bar{P}, \bar{Z}) \vee \bar{P} \not\prec \bar{p}), \sigma) &= 1 \\ \iff M \models_{\sigma} A(\bar{p}, \bar{z}) \text{ かつ 任意の } \bar{r}, \bar{s} \text{ に対して} \\ v_M(\neg A(\bar{P}, \bar{Z}) \vee \bar{P} \not\prec \bar{p}, \sigma[r_1|P_1] \cdots [r_n|P_n][s_1|Z_1] \cdots [s_m|Z_m]) &= 1 \\ \iff M \models_{\sigma} A(\bar{p}, \bar{z}) \text{ かつ 任意の } \bar{r}, \bar{s} \text{ に対して} \\ v_M(A(\bar{P}, \bar{Z}), \sigma[r_1|P_1] \cdots [r_n|P_n][s_1|Z_1] \cdots [s_m|Z_m]) &= 0 \\ \text{または } v_M(\bar{P} \not\prec \bar{p}, \sigma[r_1|P_1] \cdots [r_n|P_n][s_1|Z_1] \cdots [s_m|Z_m]) &= 1 \\ \iff M \models_{\sigma} A(P) \text{ かつ 任意の } \bar{r}, \bar{s} \text{ に対して} \\ v_M(A(\bar{P}), \sigma[r_1|P_1] \cdots [r_n|P_n][s_1|Z_1] \cdots [s_m|Z_m]) &= 0 \\ \text{または (任意の } i(1 \leq i \leq n) \text{ に対して } r_i \notin I(p_i)). \end{aligned}$$

述語サーカムスクリプションの場合と同様に、論理式サーカムスクリプションのモデルも極小モデルと対応づけられる。論理式サーカムスクリプションでは、 $\bar{p}$ -極小性の代わりに次の  $(\bar{p}; \bar{z})$ -極小性が使われる。

定義 5  $\bar{p}$  を述語定数の組、 $\bar{z}$  を  $\bar{p}$  と共通部分を持たない述語定数の組とする。また、 $M_1 = (D, I_1)$ ,  $M_2 = (D, I_2)$  を一階論理式  $A$  の構造とする。

1.  $M_1 \leq^{\bar{p}; \bar{z}} M_2$  を

(a)  $p \notin \bar{p} \cup \bar{z}$  なる述語定数  $p$  に対して,  $I_1(p) = I_2(p)$ ,

(b)  $p \in \bar{p}$  なる述語定数  $p$  に対して,  $I_1(p) \subseteq I_2(p)$

で定義する.

2.  $M_1 <^{\bar{p}; \bar{z}} M_2$  を,  $M_1 \leq^{\bar{p}; \bar{z}} M_2$  かつ  $\neg(M_2 \leq^{\bar{p}; \bar{z}} M_1)$  で定義する.

また,  $A$  のモデル  $M$  は,  $N <^{\bar{p}; \bar{z}} M$  なる  $A$  のモデル  $N$  が存在しないとき,  $(\bar{p}; \bar{z})$ -極小モデル ( $(\bar{p}; \bar{z})$ -minimal model) という.

このときも次の定理が成り立つ.

**定理 2** (Lifschitz [2])  $M$  が論理式サーカムスクリプション  $CIRC(A(\bar{p}, \bar{z}); \bar{p}; \bar{z})$  のモデルであるための必要十分条件は,  $M$  が  $(\bar{p}; \bar{z})$ -極小モデルであることである.

**例 2** 例 1 の  $P$  に対して  $(abnormal; fly)$ -極小モデルを求めてみよう. 各  $M_i$  において,  $abnormal, fly$  以外の解釈は  $bird(tweety)$  である. よって,  $abnormal$  という述語を用いたアトム集合が最小なモデルが  $(abnormal; fly)$ -極小モデルである.  $abnormal$  を用いたアトム集合は,  $M_1$  では  $\phi$  であり,  $M_2$  と  $M_3$  では  $\{abnormal(tweety)\}$  である. すなわち  $M_1 <^{abnormal; fly} M_2$ ,  $M_1 <^{abnormal; fly} M_3$  であるから,  $(abnormal; fly)$ -極小モデルは,  $M_1$  である.

### 3 サーカムスクリプションのモデルと安定モデル

前節で与えられたサーカムスクリプションは, 任意の論理式に適用可能である. 一般に, 任意の論理式に対してモデルは一意には存在しない. モデルの一意性が保証されるクラスとして有名なのが確定節プログラム (*definite program*) であり, それは Prolog の基本でもある. したがって, 論理プログラムのサーカムスクリプションを考えることは, この意味で自然である.

確定節プログラムの最小エルプランモデル意味論と (述語) サーカムスクリプションとの関係については明らかにされている. すなわち, 次の定理が知られている.

**定理 3** (Przymusinski [9])  $P$  を確定節プログラムとして,  $\Pi$  を  $P$  に現れるすべての述語定数とする. このとき,  $M$  が  $P$  の最小エルプランモデルであることは,  $M$  が  $CIRC(P; \Pi)$  のモデルであることと同値である.

先に述べたように, サーカムスクリプションは非単調論理の一種である. したがって, 確定節プログラムのような否定のないプログラムの意味論との比較はあまり意味を持たない. しかし, Prolog の成功を機にその拡張が行なわれ, 否定つき論理プログラムも導入され, その意味論も展開されてきた. 否定つき論理プログラムの宣言的意味論としては, Przymusinski [10] の完全モデル意味論 (*perfect model semantics*), Gelfond と Lifschitz [1] の安定モデル意味論 (*stable model semantics*), Van Gelder ら [13] の正当モデル意味論 (*well-founded model semantics*) などがある. この中で, サーカムスクリプションとの関連づけでは, 完全モデル意味論 (Przymusinski [10]) がよく知られている.

サーカムスクリプションには、述語の極小化に優先順位のあるものと、ないものがある。優先順位のあるものを優先順位つきサーカムスクリプション (*prioritized circumscription*) といい、ないものを並列サーカムスクリプション (*parallel circumscription*) という。前節で議論した述語サーカムスクリプションや論理式サーカムスクリプションは、並列サーカムスクリプションである。この優先順位つきサーカムスクリプションが、論理プログラムにおける完全モデル意味論と関係づけられている。

定理 4 (Przymusinski [9])  $P$  を成層的プログラムとして、 $P_1, \dots, P_n$  を  $P$  の成層とする。このとき、 $M$  が  $P$  の完全モデルであることと、 $M$  が  $CIRC(P; P_1 > \dots > P_n)$  のモデルであることは同値である。

上の二つの定理は、並列述語サーカムスクリプションと優先順位つき述語サーカムスクリプションに対する論理プログラムとを関連づけている。しかし、並列論理式サーカムスクリプションと論理プログラムとの関連は未だ解明されていない。よって、以下では並列サーカムスクリプションと安定モデル意味論との関係を考える。なお、本節では論理プログラムの意味論として、次の安定モデル意味論を採用する。

Gelfond と Lifschitz [1] による安定モデル意味論は、節の形が  $A \leftarrow B_1, \dots, B_m, \neg C_1, \dots, \neg C_l$  なる一般プログラム (*general program*) のもとで議論されている。ここで、 $A, B_j, C_k$  ( $1 \leq j \leq m, 1 \leq l \leq k$ ) はアトムである。

定義 6  $P$  を一般プログラムとする。  $P$  からの任意のアトムの集合  $M$  に対して、 $P_M$  を

1.  $B \in M$  なる本体の負リテラル  $\neg B$  を持つような節
2. 残った節の本体のすべての負リテラル

を消去して得られるプログラムとする。このとき、 $P_M$  の最小エルブランモデル  $model(P_M)$  が  $M$  となるとき、 $M$  を  $P$  の安定モデル (*stable model*) という。

安定モデル意味論は次の定理から正当であることがわかる。

定理 5 (Gelfond と Lifschitz [1])  $P$  の任意の安定モデルは  $P$  の極小エルブランモデルである。

次に、論理プログラムのサーカムスクリプションを考察する。まず、モデルが一意に存在するための条件を以下に提案する。

定義 7  $P$  をプログラム、 $\Pi$  を  $P$  に現れるすべての述語記号、 $\bar{q}, \bar{z} \subseteq \Pi$  とする。このとき、 $(P; \bar{q}; \bar{z})$  が一意性条件 (*uniqueness condition*) を満たすとは、 $P$  のすべての節  $A_1, \dots, A_n \leftarrow B_1, \dots, B_m$  に対して、

1.  $pred(A_i) \notin \bar{q}$  かつ  $j \neq i$  に対して  $pred(A_j) \in \bar{q}$ ,
2.  $pred(A_i) \in \bar{z}$

となるような  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) が一意に存在することである。

ここでの議論はプログラム節の頭部の選言をどのように扱うかである。前節の例で見たように  $p(a) \vee q(b)$  の  $(p; q)$ -極小モデルは  $\{q(b)\}$  である。これを拡張すると  $p_1(a_1) \vee \dots \vee p_n(a_n)$  の  $(p_1, \dots, p_{n-1}; p_n)$ -極小モデルは  $\{p_n(a_n)\}$  である。こうするための条件が一意性条件である。

一意性条件を満たすようなプログラムに対して、次の定理が成り立つ。

定理 6  $P$  をプログラム,  $\Pi$  を  $P$  に現れるすべての述語記号,  $\bar{q}, \bar{z} \subseteq \Pi$  とする. このとき,  $(P; \bar{q}; \bar{z})$  が一意性条件を満たすならば  $CIRC(P; \bar{q}; \bar{z})$  のモデルが一意に存在する.

例 3 例 1 の  $P$  の  $(abnormal; fly, bird)$ -極小モデルは

$$\{bird(tweety), fly(tweety)\}$$

である. これにより “普通の鳥は飛ぶ” と推論できる. 一方  $P$  の  $(fly; abnormal, bird)$ -極小モデルは

$$\{bird(tweety), abnormal(tweety)\}$$

である. これにより “飛ばない鳥は普通でない” と推論できる.

本節の目標は, 安定モデル意味論とサーカムスクリプションのモデルの関係について考えることである. しかし, サーカムスクリププライブする対象はプログラムだった. 一方, 安定モデル意味論は一般プログラムで考えられている. よって, 一意性条件を満たすようなプログラムを次のように一般プログラムに変換する.

定義 8  $P$  をプログラム,  $\Pi$  を  $P$  に現れるすべての述語記号,  $\bar{q}, \bar{z} \subseteq \Pi$  とする. また,  $(P; \bar{q}; \bar{z})$  は一意性条件を満たしているとする.  $P$  の任意の節  $A_1, \dots, A_n \leftarrow B_1, \dots, B_m$  に対して  $pred(A_i) \in \bar{z}$ ,  $pred(A_i) \notin \bar{q}$  とする. このとき,  $P^{\bar{q}; \bar{z}}$  を

$$A_i \leftarrow B_1, \dots, B_m, \neg A_1, \dots, \neg A_{i-1}, \neg A_{i+1}, \dots, A_n$$

と定義する.

プログラムを上の方法で一般プログラムに変換することにより以下の定理が成り立つ.

定理 7  $P$  をプログラム,  $\Pi$  を  $P$  に現れるすべての述語記号,  $\bar{q}, \bar{z} \subseteq \Pi$  とする. また,  $(P; \bar{q}; \bar{z})$  は一意性条件を満たしているとする. このとき,  $P^{\bar{q}; \bar{z}}$  の安定モデルが一意に存在し, それは  $CIRC(P; \bar{q}; \bar{z})$  の一意なモデルと一致する.

よって, 次が成り立つ.

系 1  $P$  をプログラム,  $\Pi$  を  $P$  に現れるすべての述語記号,  $\bar{q}, \bar{z} \subseteq \Pi$  とする. また,  $(P; \bar{q}; \bar{z})$  は一意性条件を満たしているとする. このとき, 次は同値である.

1.  $M$  は  $CIRC(P; \bar{q}; \bar{z})$  の一意なモデルである.
2.  $M$  は  $P^{\bar{q}; \bar{z}}$  の一意な安定モデルである.
3.  $M$  は  $P^{\bar{q}; \bar{z}}$  の一意な完全モデルである.
4.  $M$  は  $P^{\bar{q}; \bar{z}}$  の一意な正当モデルである.

例 4 例 1 の  $P$  に対して  $P_1, P_2$  を次のように定義する.

$$P_1 = P_{\text{abnormal}; \text{bird}, \text{fly}} = \left\{ \begin{array}{l} \text{fly}(X) \leftarrow \text{bird}(X), \neg \text{abnormal}(X) \\ \text{bird}(\text{tweety}) \leftarrow \end{array} \right\},$$

$$P_2 = P_{\text{fly}; \text{bird}, \text{abnormal}} = \left\{ \begin{array}{l} \text{abnormal}(X) \leftarrow \text{bird}(X), \neg \text{fly}(X) \\ \text{bird}(\text{tweety}) \leftarrow \end{array} \right\}.$$

1.  $P_1$  のグランド化は

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{fly}(\text{tweety}) \leftarrow \text{bird}(\text{tweety}), \neg \text{abnormal}(\text{tweety}) \\ \text{bird}(\text{tweety}) \leftarrow \end{array} \right\}$$

である。  $M_1 = \{\text{fly}(\text{tweety}), \text{bird}(\text{tweety})\}$  とする。  $M_1 = \text{model}(P_M^1)$  なので  $M_1$  は  $P_1$  の安定モデルである。さらに  $P_1$  は一意性条件を満たすので、上の定理より  $M_1$  は  $P_1$  の一意な安定モデルである。また、 $M_1$  は  $\text{CIRC}(P; \text{abnormal}; \text{bird}, \text{fly})$  の一意なモデルである。

2.  $P_2$  のグランド化は

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{abnormal}(\text{tweety}) \leftarrow \text{bird}(\text{tweety}), \neg \text{fly}(\text{tweety}) \\ \text{bird}(\text{tweety}) \leftarrow \end{array} \right\}$$

である。  $M_2 = \{\text{abnormal}(\text{tweety}), \text{bird}(\text{tweety})\}$  とする。  $M_2 = \text{model}(P_M^2)$  なので  $M_2$  は  $P_2$  の安定モデルである。さらに  $P_2$  は一意性条件を満たすので、上の定理より  $M_2$  は  $P_2$  の一意な安定モデルである。また、 $M_2$  は  $\text{CIRC}(P; \text{fly}; \text{bird}, \text{abnormal})$  の一意なモデルである。

#### 4 おわりに

本講演では、まず二階論理を用いてサーカムスクリプションの解釈を行なった。また、論理プログラムのサーカムスクリプションを考え、そのモデルが一意に存在するための十分条件を与えた。さらに、与えられたプログラムと等価な一般プログラムの安定モデル意味論を考え、安定モデルとサーカムスクリプションのモデルが同じであることを示した。

ここでの議論は確定節プログラムの最小エルプランモデル意味論を越えていない。よって、計算の複雑さという視点からも有効である。一般に、論理式が極小モデルを持つかどうか、という決定問題は決定不能である。一般のサーカムスクリプションはそれでも何とか実現できる範囲としては、プログラムの領域が有限で、しかも関数記号を含まないものに限られる。しかしここでの議論を用いると、理論的には関数記号を含むプログラムも扱える。よって、計算可能なサーカムスクリプションの一つの提案でもある。

しかし、ここで考えた一意性条件というのはかなり強い条件である。また、一意性条件は一意のモデルを持つための十分条件であるが、必要条件ではない。よって、一意性条件よりも弱い条件を見つけることや一意にモデルを持つための必要十分条件を求めることが今後の課題である。



## 参考文献

- [1] M. Gelfond and V. Lifschitz. The Stable Model Semantics for Logic Programming. In *Proceedings of 5th International Conference on Logic Programming*, pages 1070–1080, 1988.
- [2] V. Lifschitz. Computing Circumscription. In *Proceedings of 9th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pages 121–127, 1985.
- [3] V. Lifschitz. Pointwise Circumscription : Preliminary Report. In *Proceedings of 5th National Conference on Artificial Intelligence*, pages 406–410, 1986.
- [4] J. McCarthy. Circumscription - A Form of Non-monotonic Reasoning. *Artificial Intelligence*, 13:81–132, 1980.
- [5] J. McCarthy. Applications of Circumscription to Formalizing Common-Sense Knowledge. *Artificial Intelligence*, 28:89–116, 1986.
- [6] D. McDermott. Nonmonotonic Logic II : Nonmonotonic Modal Theories. *Journal of the Association for Computing Machinery*, 29:33–57, 1982.
- [7] D. McDermott and J. Doyle. Non-Monotonic Logic I. *Artificial Intelligence*, 13:41–72, 1980.
- [8] R.C. Moore. Semantical Considerations on Nonmonotonic Logic. *Artificial Intelligence*, 25:75–94, 1985.
- [9] T. Przymusinski. An Algorithm to Compute Circumscription. *Artificial Intelligence*, 38:49–73, 1989.
- [10] T. Przymusinski. On the Declarative and Procedural Semantics of Logic Programs. *Journal of Automated Reasoning*, 5:167–205, 1989.
- [11] R. Reiter. On Closed World Database. In H. Gallaire and J. Minker, editors, *Logic and Data Bases*. Plenum Press, 1978.
- [12] R. Reiter. A Logic for Default Reasoning. *Artificial Intelligence*, 13:81–132, 1980.
- [13] A. VanGelder, K. Ross, and J.S. Schlipf. Unfounded Sets and Well-Founded Semantics for General Logic Programs (extended abstract). In *Proceedings of 7th ACM Symposium on Principles of Database Systems*, pages 221–230, 1988.