

Jakobson の定理について

京都大学理学部数学教室

辻井 正人 (Masato Tsujii)

Jakobson は論文 [1] において次のような結果を証明した。
 $Q_\alpha: [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$ は $\alpha \in [0, 2]$ に対して $Q_\alpha(x) = 1 - \alpha x^2$ で定義されるものとする。

定理 パラメータ-集合 $E = \{\alpha \in [0, 2] \mid Q_\alpha \text{ は絶対連続不変測度をもつ。}\}$ はルベーグ測度正。特に $\alpha = 2$ は E の density point。

我々は特に $\alpha = 2$ で E の density が次の性質を満たすことを示した。

定理
$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log \text{Leb}(E \cap [2-\varepsilon, 2])}{\log \varepsilon} = 2$$

これらの結果は Q_α という族の中で chaotic な系が多く現われかつ安定的であることを示している。また、これらの結果は、ずっと一般的な 1 パラメータ-族についても成立する。([2])

文献: [1] M.V. Jakobson Absolutely Continuous Invariant Measures for One parameter families of One dimensional maps. Comm. Math. Phys. 122 (1989) 293-320. [2] M. Tsujii Positive Lyapunov exponent in families of 1-dim maps. to appear Invent. Math.