

回転球面上の強制 2 次元乱流

京都大学理学部地球物理学教室 野沢 徹 (Toru Nozawa)
京都大学理学部地球物理学教室 余田 成男 (Shigeo Yoden)

1 はじめに

惑星大気の大規模運動は時間的にも空間的にも乱れた運動をしている。これらの運動は本来 3 次元空間内の運動であるが、流体が安定密度成層していることと系が回転していることにより、大規模運動は近似的に水平 2 次元運動であると考えられる。例えば、傾圧不安定によって生じる高気圧や低気圧などの渦運動は、このような準 2 次元的な流体運動としてとらえることができる。

このような回転系における 2 次元乱流の研究は Rhines (1975) に始まる。非発散の場合には、 f 平面上の 2 次元乱流は慣性系と同じになるので、 β 平面上の 2 次元乱流が調べられた。彼の行なった β 平面上での減衰性 2 次元乱流の数値実験によれば、ある高波数域で与えられたエネルギーは低波数領域へと逆カスケードされるが、回転の影響 (β 効果) を受けるようになり、エネルギー輸送の効率が落ちる。そのためにエネルギーはある有限のスケールにとどまり、ロスビー波動へと転化される。そして、流れの場は帯状性を持つようになり、 $k_\beta = \sqrt{\beta/2U}$ で特徴づけられる南北スケールをもつようになる。ここで、 β はコリオリパラメータの南北勾配、 U は二乗平均流速である。このような β 項に起因する効果は「Rhines 効果」と呼ばれている。

Williams (1978) は、Rhines の実験結果をもとに、木星の大気運動の特徴である経度方向に延びたバンド状の構造を、回転球面上の 2 次元乱流によって説明しようとした。木星の平均帯状風速の緯度分布をみると、西向き、東向きジェットが交互に並んでいる。このような木星のバンド構造に対して、Williams は以下のようなシナリオを考えた。

- (1) 内部熱源などを起源とする対流運動によって小規模渦が確率的に発生すると仮定する。
- (2) 発生した渦は 2 次元乱流的に振舞い、エネルギー逆カスケードによって渦の平均的なスケールは徐々に大きくなる。
- (3) スケールの大きくなった渦は惑星の β 効果を受けるようになり、エネルギー逆カスケードの効率が落ち、速度場の代表的なスケールはある一定の大きさにとどまる (Rhines 効果)。
- (4) エネルギーはロスビー波動へと転化され、帯状構造が卓越するようになる。

彼は赤道対称で経度 45 ~ 180 度の周期境界をもつ球面上の扇型領域において強制 2 次元乱流の数値実験を行ない、上のシナリオを見事に再現した。しかし、彼が示した実験結果はある特定の渦度強制に対するものであり、その物理過程に関してはほとんど触れられていない。

本研究では, Williams (1978) が行なった実験をもとに, 回転球面上の強制 2 次元乱流の数値実験を行なう. とくに, 渦度強制の強さや大きさ, 形状などへの依存性に注目し, そのパラメータ依存性について詳細に調べる. 得られた数値計算結果を解析し, 渦度強制のパラメータを変化させた場合に出現するエネルギースペクトルや流れの場などがどのように変化するのか考察する.

2 基礎方程式と数値解法

• 基礎方程式

回転球面上の渦度方程式は, 次式で与えられる.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \lambda} \frac{\partial \omega}{\partial \mu} - \frac{\partial \psi}{\partial \mu} \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} \right) + \frac{2\Omega}{a^2} \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = \nu \nabla^2 \omega + F \quad (1)$$

$$\nabla^2 = \frac{1}{a^2} \left[\frac{1}{1 - \mu^2} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} + \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} \right\} \right]$$

ここで, 各記号は λ : 経度, φ : 緯度, $\mu = \sin \varphi$: サイン緯度, t : 時刻, $\psi(\lambda, \mu, t)$: 流線関数, $\omega = \nabla^2 \psi$: 渦度, a : 惑星半径, Ω : 惑星自転角速度, ν : 粘性係数, $F = F(\lambda, \mu, t)$: 渦度強制項である.

• 渦度強制

渦度強制 F は次の方程式で与える.

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -\frac{F}{\tau_F} + \frac{F'}{\tau'_F} \quad (2)$$

ここで, τ_F , τ'_F は渦度強制の消滅, 生成の緩和時間, $F'(\lambda, \mu, t)$ は $\Delta\tau$ 時間毎に位相のみをランダムに変化させて渦度強制を生成させる項である. 渦度強制の生成パターンは, Williams (1978) をもとに次のように定義する.

$$F'(\lambda, \mu, t) = F(1 - \mu^{20}) \sin \{k(\lambda + \theta_\lambda)\} \sin \{l\pi(\mu + \theta_\mu)\} \quad (3)$$

但し, k, l は λ, μ 方向の波数, $\theta_\lambda, \theta_\mu$ は λ, μ 方向の位相, F は渦度強制の振幅を表す. Williams のモデルでは南北の境界が赤道と緯度 80 度であるのに対して, 我々のモデルは全球モデルである. 我々のモデルで渦度強制の南北位相の変化を可能にするために, (3) 式において $1 - \mu^{20}$ の項を掛けている. この表式においては, Williams (1978) の行なった実験の渦度強制は $(k, l) = (40, 10)$, $F = F_0 = 8.00 \times 10^{-11} \text{ s}^{-2}$ となる.

ある時刻 t において与えられた渦度強制 $F(\lambda, \mu, t)$ は, それ以後の時間 $\Delta\tau$ の間, 緩和時間 τ_F で指数的に減衰する. その後, 時刻 $t + \Delta\tau$ において, $F(\lambda, \mu, t + \Delta\tau)$ は生成項 $F'(\lambda, \mu, t + \Delta\tau)$ によって振幅が時刻 t での大きさに戻り, 位相が少しずらされる. そして, 次の $\Delta\tau$ の間, 緩和時間 τ_F で減衰していく (図 1 参照). このとき, τ'_F は渦度強制の振幅が一定に保たれるように τ_F と関係づけられている.

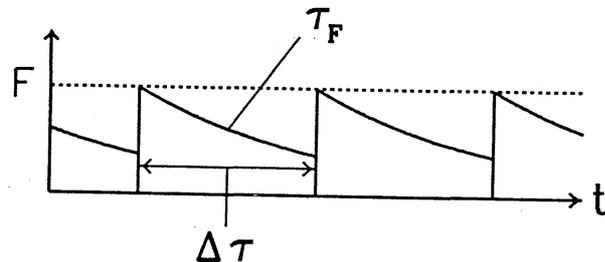


図 1: 渦度強制の概念図.

● 数値解法と計算の概要

渦度方程式 (1) を球面スペクトル変換法 (余田ら, 1990) を用いて解く. 非線形項は実空間の格子点で計算し, 経度方向には Fourier 変換, 緯度方向には Legendre 変換を行ない, 波数空間に戻す. スペクトル展開は切断波数 $M = 200$ で三角切断し, 経度方向には 45 度ごとの周期境界条件を課す. すなわち, 経度方向の境界条件は Williams (1978) の J2 実験と同じである. 緯度方向に関しては, 本研究では赤道対称性を仮定しないで, 極から極までを計算領域とする. 4 次の Runge-Kutta 法によって時間積分し, 時間差分は $\Delta t = 1.80 \times 10^3 \text{ s}$ とする.

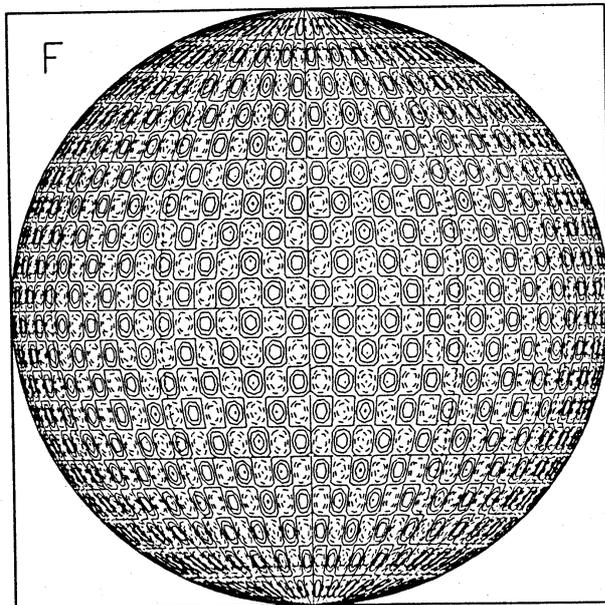
本研究では, 惑星半径 a , 惑星自転角速度 Ω として, 木星の値 $a = 7.00 \times 10^7 \text{ m}$, $\Omega = 1.76 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$ を用いる. また, 粘性係数 ν と渦度強制項における緩和時間 τ_F は, Williams (1978) と同じ値 $\nu = 5.00 \times 10^5 \text{ m}^2/\text{s}$, $\tau_F = 1.00 \times 10^5 \text{ s}$ を用いる. 渦度強制の時間間隔 $\Delta\tau$ は $\Delta\tau = 1.80 \times 10^3 \text{ s}$ であり, Williams (1978) の値 ($2.00 \times 10^3 \text{ s}$) とほぼ等しい. なお, $\Delta\tau$ 時間毎に渦度強制を生成させる項のランダム位相 θ_λ , θ_μ は, すべての実験において全く等しい一様乱数列を用いている.

● 実験の概要

今回の一連の実験において与えた渦度強制のパラメータを表 1 に示す. 実験は, Williams (1978) の再実験, 渦度強制の振幅を変化させた実験 (実験番号 1 ~ 5), 空間パターンを変化させた実験 (実験番号 I, II_Y, II, II_T, III) の, 計 11 例について行なった. 渦度強制の空間パターンの 1 例として, Williams の再実験の場合のものを図 2 に示す.

表 1: 各実験における渦度強制のパラメータ. k, l は渦度強制の経度, 緯度方向の波数, $k^2 + l^2$ は全波数の二乗に相当する量, k/l は縦横比, F は振幅, t_{\max} は積分時間を表す.

実験番号	(k, l)	$k^2 + l^2$	k/l	$F (s^{-2})$	t_{\max} (回転)
再実験	(40, 10.0)	1700	4.00	8.00×10^{-11}	2040
1	(40, 10.0)	1700	4.00	8.00×10^{-12}	900
2				2.53×10^{-11}	
3				8.00×10^{-11}	
4				2.53×10^{-10}	
5				8.00×10^{-10}	
I	(24, 16.6)	850	1.45	9.40×10^{-11}	900
II _Y	(24, 33.5)	1700	0.716	2.29×10^{-10}	
II	(32, 26.0)	1700	1.23	1.62×10^{-10}	
II _T	(40, 10.0)	1700	4.00	8.00×10^{-11}	
III	(48, 33.1)	3400	1.45	3.28×10^{-10}	



$$\Delta F = 2.5 \times 10^{-11} (s^{-2})$$

図 2: Williams の再実験の場合の渦度強制の空間パターン (ある時刻での状態). 等値線間隔は $\Delta F = 2.5 \times 10^{-11} s^{-2}$ である.

3 結果と考察

3.1 Williams の再実験

図3は, Williams が行なった実験と同様の渦度強制を与えて時間積分を行なった場合の, 流線関数 ψ と平均帯状流 $[u]$ の時間発展を示す. エネルギー逆カスケードによって運動のスケールが大きくなり, 帯状構造が卓越する. このことはエネルギースペクトル関数 $E(n, t)$ の時間発展 (図4) にも表れている. ここで n は球面調和関数 Y_n^m の全波数 n である. 初期に $n \sim 50$ 付近で注入されたエネルギーは低波数領域へと輸送され, 低波数領域でのエネルギーレベルは時間とともに上昇する. しかし, 惑星の自転の効果によってエネルギー輸送はある有限のスケールに留まり, 600 回転 $\leq t \leq 900$ 回転では大きな変化は見られない. $t = 300$ 回転において Williams の実験結果と今回の実験結果とを比較すると, 流線関数や帯状平均流の最大, 最小値は今回の実験結果の方が約 1.5 倍ほど大きい. しかし, 二乗平均速度は非常によく一致しており, 今回の実験は Williams の実験をほぼ再現していると考えられる. 今回の実験では, Williams のような赤道対称性を仮定していないので, 流れのパターンは赤道非対称であり, 平均帯状流の緯度分布ではむしろ赤道反対称の方が強く見られる.

Williams は $t = 300$ 回転で計算を打ち切っているが, ここではさらに $t = 2040$ 回転まで時間積分を行なった. 流れの場は $t = 300$ 回転の状態で落ち着いているわけではなく, 徐々に変化し続けている. エネルギーも徐々にではあるが増加し続けている. これは, エネルギー逆カスケードによって低波数域へと運ばれたエネルギーが堆積していることに起因しており, この系の持つ特徴であると考えられる. このように, 流れの場は $t = 2040$ 回転においても定常状態に落ち着いてはいない. しかし, 流線関数や平均帯状流の変化は非常にゆっくりとしたものであり, 流れの場の大きな特徴はほとんど変化していない. したがって, 以下では実験の効率を考慮し, 時間積分は $t = 900$ 回転までで打ち切ることとする.

3.2 渦度強制の振幅を変化させた実験

ここでは流れの場の渦度強制の振幅に対する依存性を調べる. 振幅は Williams の再実験の場合 ($F_0 = 8.00 \times 10^{-11} \text{ s}^{-2}$) を中心として, その 10^{-1} 倍, $10^{-1/2}$ 倍, $10^{1/2}$ 倍, 10 倍の計 5 例について実験を行なった (表1). なお, 渦度強制の空間パターンはすべて Williams の再実験の場合と同一にしてある.

● 全エネルギーおよび全エンストロフィー

図5は実験1~5における全エネルギー $\mathcal{E}(t)$ および全エンストロフィー $Q(t)$ の時間発展を示したものである.

$$\mathcal{E}(t) \equiv \sum_{n=2}^M E(n, t) \quad , \quad Q(t) \equiv \sum_{n=2}^M Q(n, t) \quad (4)$$

ここで, $Q(n, t)$ はエンストロフィースペクトル関数である. 全エネルギー, 全エンストロフィーは, 渦度強制の振幅が大きいほど早く一定値に収束する傾向にある. 振幅の最も小さ

い場合 ($F = F_0 \times 10^{-1}$) では、全エネルギー、全エンストロフィーはいつまでもふらついている。3.1 節でもふれたように、すべての実験において全エネルギーは徐々に増大している。しかしながらその増大率は小さいので、以下では 600 回転 $\leq t \leq 900$ 回転の期間での平均的な性質を中心に解析していく。

● エネルギーおよびエンストロフィーのスペクトル

図 6 は 600 回転 $\leq t \leq 900$ 回転の期間で平均したエネルギースペクトル関数 $\overline{E}(n)$ を示す。記号 $(\overline{\quad})$ は期間 600 回転 $\leq t \leq 900$ 回転での時間平均を表す。渦度強制の振幅が大きいほどスペクトルのピークは低波数側に存在している。高波数領域におけるスペクトルのベキの傾きは、強制の振幅が大きいほど緩くなっている。しかし、振幅が大きい場合には切断波数付近でエネルギーが蓄積されており、高波数域のベキには切断の影響が表れていることに注意が必要である。

次に、エネルギーの輸送過程について調べる。図 7 は、600 回転 $\leq t \leq 900$ 回転の期間で平均したエネルギースペクトルの時間発展方程式

$$\frac{\partial \overline{E}(n, t)}{\partial t} = \overline{T}_E(n) + \overline{S}_{iE}(n) + \overline{S}_{oE}(n) \quad (5)$$

の各項の波数分布を示したものである。 $\overline{T}_E(n)$ は非線形項によるエネルギー伝達関数、 $\overline{S}_{iE}(n)$ は粘性項によるエネルギー散逸関数、 $\overline{S}_{oE}(n)$ は渦度強制項によるエネルギー生成関数である。振幅が最も小さい実験 1 の場合、 $n \sim 50$ 付近において $\overline{S}_{oE}(n)$ と $\overline{S}_{iE}(n)$ とがほぼ釣りあっており、注入されたエネルギーはほとんど輸送されずにこの波数域で粘性によって散逸している。それ以外の場合には、 $n \sim 50$ 付近において $\overline{S}_{oE}(n)$ と $\overline{T}_E(n)$ とが釣りあっており、注入されたエネルギーは低波数領域へと輸送されている。また、エネルギーが持ち込まれる波数域 ($n | \overline{T}_E(n) > 0$) は強制の振幅が大きいほど低波数側になっている。この波数域では $\overline{T}_E(n) > \overline{S}_{iE}(n)$ であり、エネルギーが蓄積されていることがわかる。(5) 式より、系が散逸平衡状態に落ち着いているのであれば

$$\sum_{n=2}^M \{ \overline{T}_E(n) + \overline{S}_{iE}(n) + \overline{S}_{oE}(n) \} = 0$$

となるはずである。しかし実際にはこの値は正であり、この期間において全エネルギーが平均的に増加していることを示している (図 5 参照)。

● 流れの場

図 8 は $t = 900$ 回転における流線関数場と平均帯状流の緯度分布を示す。渦度強制の振幅が大きくなるにつれて大規模運動が卓越していることがわかる。振幅が最も小さい場合、エネルギーは注入されたスケールにおいて散逸しているので、流線関数場は渦度強制の空間パターンをそのまま反映したものとなっている。また、振幅が大きくなるにつれて流線関数場の帯状性が強くなっている。

平均帯状流は、振幅が大きくなるとともに緯度分布のもつピークの数が減っている。このことは振幅が大きいほどエネルギースペクトルのピークが低波数側に存在していることと

対応している。また、帯状流の緯度分布の赤道対称性は、強制の振幅の大きさによってかなり異なる。実験4, 5では帯状流の緯度分布に強い赤道対称性が見られるが、実験3では逆に赤道反対称性の方が強い。実験1, 2では帯状流の緯度分布の赤道対称性がはっきりしないが、渦度強制の振幅が大きいほど赤道対称性が強くなる傾向がある。

3.3 渦度強制の空間パターンを変化させた実験

この節では、流れの場の渦度強制の空間パターンに対する依存性を調べる。前節での実験結果より、最終状態における全エネルギーがほぼ同じ数値になるように実験を行なう必要がある。したがって、このシリーズの各実験における渦度強制の振幅は、 $t = 900$ 回転での全エネルギーが2倍以内に収まるように実験を繰り返した上で決定している。

図9は今回行った実験における渦度強制の空間パターンを示している。実験I, II, IIIでは渦度強制の縦横比をほぼ一定にしたままで全波数の二乗に相当する量 $k^2 + l^2$ を変化させ、実験II_Y, II, II_Tでは $k^2 + l^2$ の値を1700に固定し、渦度強制の縦横比を変化させた。

● エネルギーおよびエンストロフィーのスペクトル

図10には各実験におけるエネルギースペクトル関数 $\bar{E}(n)$ を示す。図中の記号 n_i は、 $t = 15$ 回転におけるエネルギーの重みをかけた全波数を示す。 n_i は初期の段階においてエネルギーが最も多く分布している波数を表しており、エネルギーが注入されている波数と考えられる。 $n_{\bar{\beta}}$ は、Rhines (1975) によって導入された β 平面上の2次元乱流の特徴的波数 k_{β} をもとに、次のように定義した全波数である。

$$n_{\bar{\beta}} \equiv a k_{\bar{\beta}} \quad , \quad k_{\bar{\beta}} = \sqrt{\frac{\bar{\beta}}{2U}} \quad (6)$$

但し、 $\bar{\beta}$ はコリオリパラメータの南北勾配 β の全球平均値である：

$$\bar{\beta} \equiv \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \beta d\mu = \frac{2\Omega \pi}{a} \frac{\pi}{4}$$

この $\bar{\beta}$ の値は緯度約38度に対応している。 β が緯度とともに変化する球面領域での $n_{\bar{\beta}}$ は k_{β} と完全に対応する指標ではないが、それと同様の意味を持つ指標である。すなわち、 $n_{\bar{\beta}}$ は、低波数領域へ輸送されたエネルギーが惑星の自転の影響を受けることにより、回転項と非線形項とが同程度の大きさになる波数を表していると考えられる。

図10を見ると、すべての実験において、エネルギースペクトルは $n_{\bar{\beta}}$, n_i を境界として3つの領域に分割される。領域 $n \geq n_i$ では、 n_i において注入されたエンストロフィーが高波数方向へとカスケードしている。輸送されたエンストロフィーは高波数領域において散逸する。この領域におけるエネルギースペクトルのベキは、理論的に予想されている-3乗よりもむしろ-4乗に近い。領域 $n_{\bar{\beta}} \leq n \leq n_i$ では、 n_i において注入されたエネルギーが低波数方向へと逆カスケードしている。輸送されたエネルギーは低波数領域において惑星の自転の影響(回転項)を受けるようになり、波数 $n_{\bar{\beta}}$ においては逆カスケードの効率が落ちている。この領域におけるエネルギースペクトルのベキはほぼ-5/3乗である。しかし、 n_i が比較的

小さい場合 (I, II_T) にはベキの傾きは $-5/3$ 乗よりもきつくなり, 大きい場合 (II_V, III) には $-5/3$ 乗よりも緩やかになる傾向が見られる. 領域 $n \leq n_{\bar{\rho}}$ では輸送されたエネルギーは堆積しており, ロスピー波動へと転化されている. 以上のことは, エネルギーおよびエンストロフィーの伝達関数 $\bar{T}(n)$, 生成関数 $\bar{S}_0(n)$, 散逸関数 $\bar{S}_i(n)$ から確かめられる.

● 流れの場

$t = 900$ 回転における流線関数場と帯状平均流の緯度分布を図 11 に示す. n_i が比較的小さい場合 (I, II_T) には, 流れの場は帯状性が強く, 帯状平均流の緯度分布も滑らかである. 逆に, n_i が比較的大きい場合 (II_V, III) には, 流れの場にはまだ渦状の構造が強く見られ, 帯状流の緯度分布にも細かい構造が目立っている. エネルギーが注入される波数が小さいほど, 大規模運動が卓越する傾向がある.

帯状平均流の緯度分布の赤道対称性に関しては, 実験 I, II_T では反対称成分が強く, 実験 II_V, III では対称成分が強く見られる. 実験 II では, 最も卓越しているのは反対称成分であるがその次に続くのが対称成分であり, 全体の緯度分布としてはどちらとも判別できないものとなっている. Williams は赤道対称性を仮定して数値計算を行っていたが, 今回の実験結果からもわかるように, 一概に対称成分が強いとはいえない.

4 おわりに

Williams (1978) をもとに回転球面上の強制 2 次元乱流の数値実験を行ない, 卓越する流れの場が渦度強制のパラメータにどのように依存しているのかを調べた.

まず, Williams と同様の渦度強制を与えた場合, $t = 300$ 回転において彼の実験とほぼ等しい結果を得た. しかし, 全エネルギーは $t = 2040$ 回転においても一定値に落ち着いていない. これは球面という有限領域に原因があり, この系の持つ特徴であると考えられる. Williams は赤道対称性を仮定して数値計算を行っていたが, 今回の実験で得られた帯状平均流の緯度分布はむしろ赤道反対称性の方が強い.

次に, 渦度強制の空間パターンを固定して, 強制の振幅のみを変化させた実験を行なった. エネルギースペクトルは振幅が大きいほど低波数側にピークを持つ. また, 高波数領域におけるスペクトルのベキは振幅が大きいほど緩やかになっている. これはエンストロフィーが十分に散逸されていないことによると考えられる. 振幅が小さい場合にはエネルギー逆カスケードはほとんど生じておらず, エネルギーは注入された波数域において散逸している. 振幅が大きい場合には, エネルギーは注入された波数域から低波数領域へと逆カスケードしている. エネルギーが運ばれていく波数は振幅が大きいほど小さくなっている. エンストロフィーに関しては, 振幅が小さい場合にはエンストロフィーは注入された波数域において散逸しているが, 振幅が大きい場合には注入された波数域から高波数領域へとカスケードしている. 輸送されたエンストロフィーは高波数領域において散逸している. 最終状態の流れの場は振幅が大きいほど帯状性が強くなっており, 帯状平均流の緯度分布に存在するピークの数も少なくなっている. このように, 渦度強制の振幅が増大すると流れの場には大規模運動が卓越するようになる.

また、渦度強制の空間パターンを変化させた実験も行なった。振幅を変化させた実験での考察より、ここでは最終状態での全エネルギーがほぼ等しくなるように振幅を決定した。すべての実験において、エネルギースペクトルはエネルギーが注入されている波数 n_i と、非線形項と回転項とがほぼ同程度となる全波数 n_{β} とによって3つの領域に分類される。領域 $n \geq n_i$ ではエンストロフィーカスケードが生じており、波数 n_i において注入されたエンストロフィーは高波数領域へと輸送され散逸している。スペクトルのベキは理論的に予想されている -3 乗よりも -4 乗に近い。領域 $n_{\beta} \leq n \leq n_i$ ではエネルギー逆カスケードが生じており、波数 n_i において注入されたエネルギーは低波数領域へと輸送されている。スペクトルのベキは $-5/3$ 乗に近く、エネルギーが比較的low波数側において注入された場合には $-5/3$ 乗よりもきつく、高波数側において注入された場合には $-5/3$ 乗よりも緩くなる傾向が見られる。領域 $n \leq n_{\beta}$ では、輸送されたエネルギーがロスビー波などの波動現象へと転化されていると考えられる。最終状態における流れの場は、エネルギーが注入される波数が小さい場合には帯状性が強く、大きい場合には渦が多く存在する傾向が見られる。このように、スペクトルや流れの場は渦度強制の空間パターンよりも、むしろエネルギーがどの波数で注入されるかに依存している。

参考文献

Rhines, P.B., 1975: Waves and turbulence on a beta-plane. *J. Fluid Mech.*, **69**, 417-443.

Williams, G.P., 1978: Planetary circulations: 1. Barotropic representation of Jovian and terrestrial turbulence. *J. Atmos. Sci.*, **35**, 1399-1426.

余田 成男, 山田 道夫, 石岡 圭一, 1990: スペクトル法による球面上の流体方程式の数値解法, 京都大学大型計算機センター広報, **23**, 283-290.

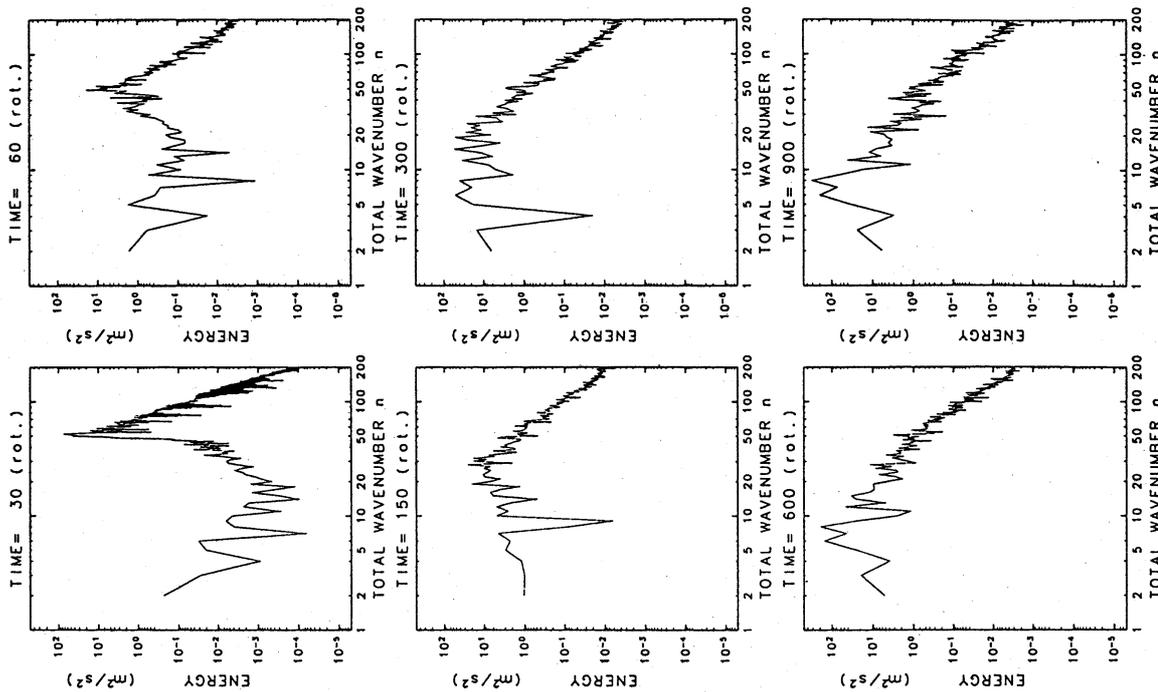


図4: 図3に対応したエネルギー関数 Y_n^m の全波数である。

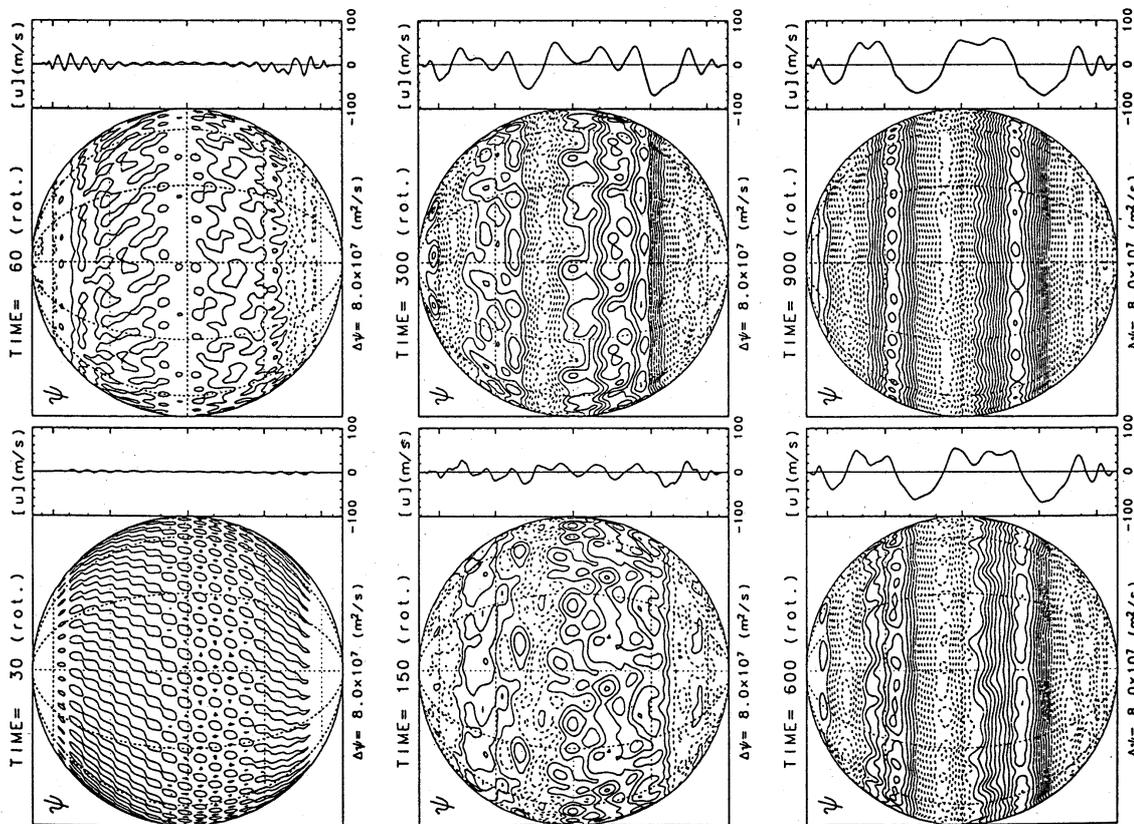


図3: Williams (1978) と同様の温度強制を与えた場合の、流線関数 ψ と平均帯状流 u の時間発展。流線関数の実線は $\psi \geq 0$ 、点線は $\psi < 0$ を示す。帯状流は $[u] > 0$ のとき西風、 $[u] < 0$ のとき東風である。

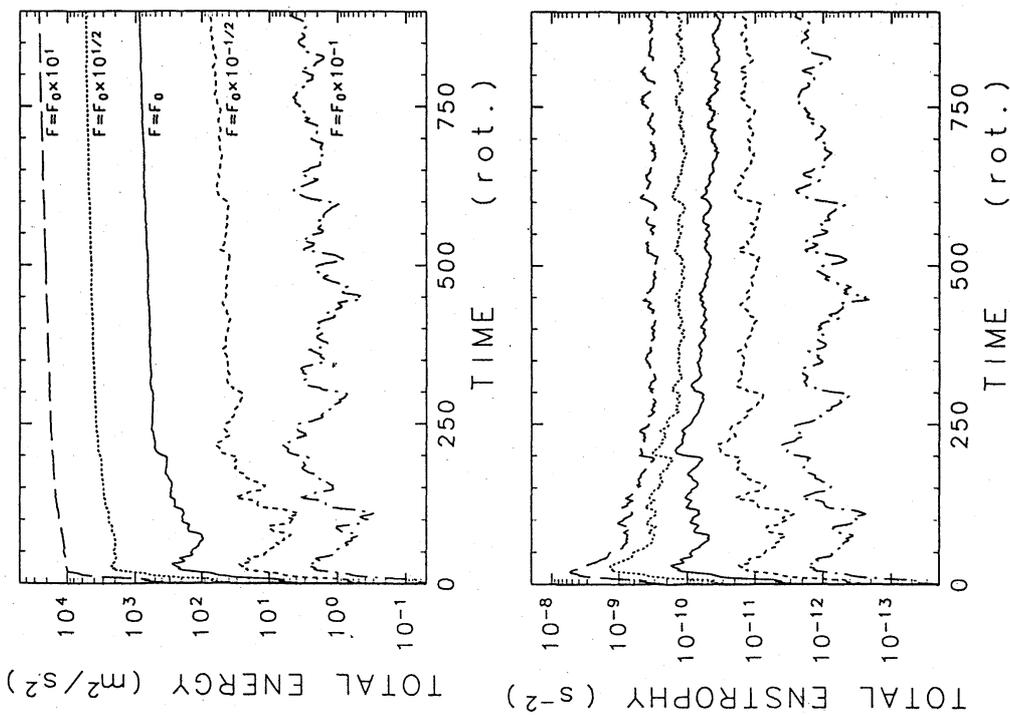


図5: 渦度強制の振幅を変化させた場合の, 各実験の全エネルギー $\mathcal{E}(t)$ (上図) および全エントロピー $Q(t)$ (下図) の時間発展. $F_0 = 8.00 \times 10^{-11} \text{ s}^{-2}$ は Williams (1978) の用いた渦度強制の振幅である.

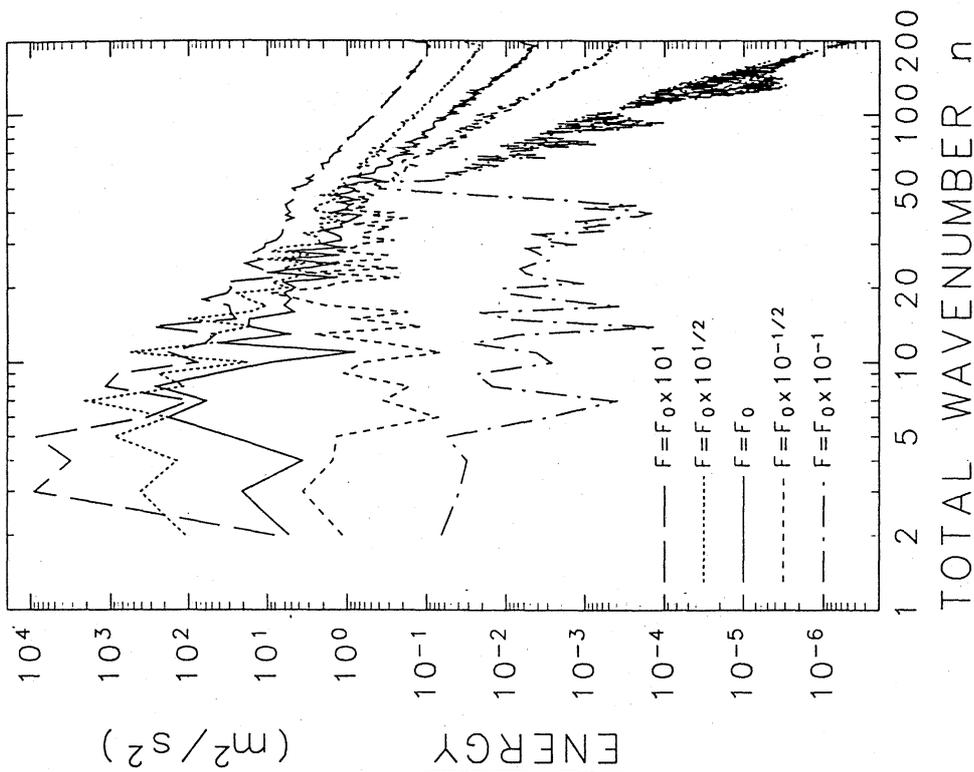


図6: 渦度強制の振幅を変化させた場合の, 各実験のエネルギースペクトル関数. 600 回転 $\leq t \leq 900$ 回転の期間で時間平均している.

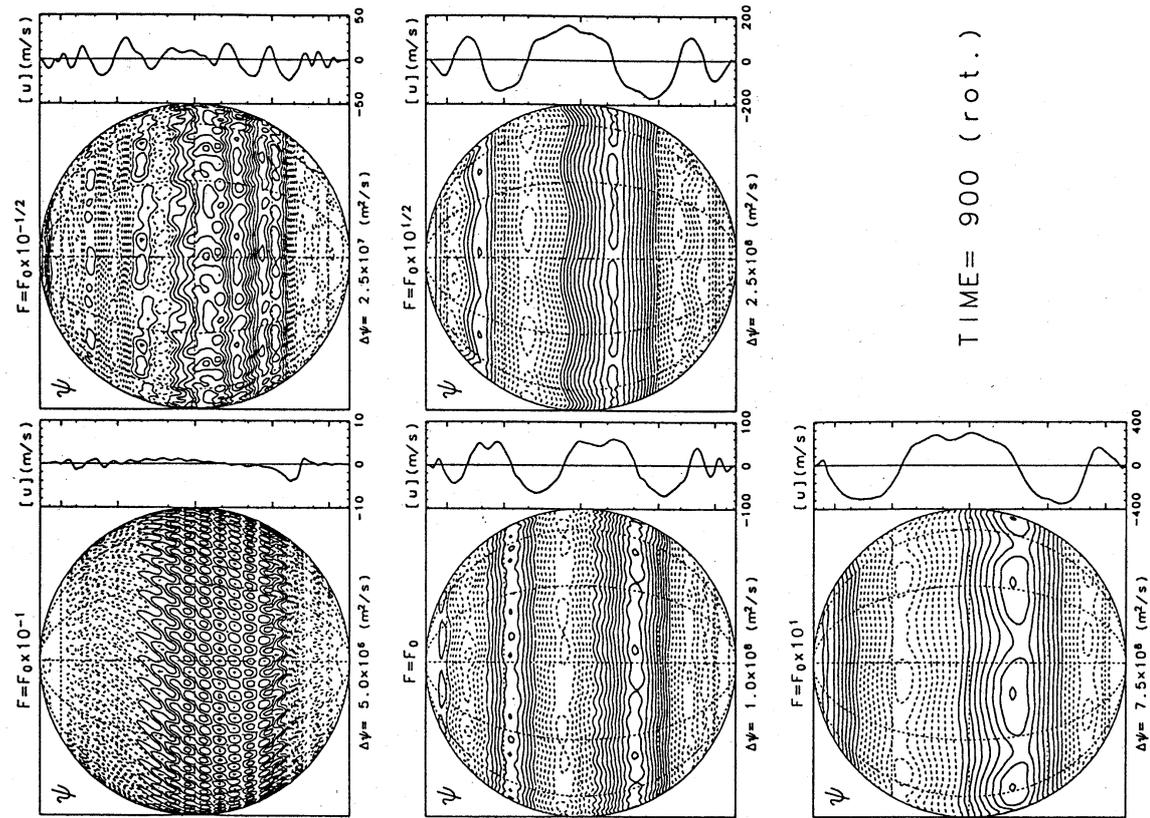


図 8: $t = 900$ 回転における流線関数 ψ と平均帯状流 $[u]$ の緯度分布. 実験毎に流線関数場の等値線間隔と平均帯状流のスケールが異なっていることに注意.

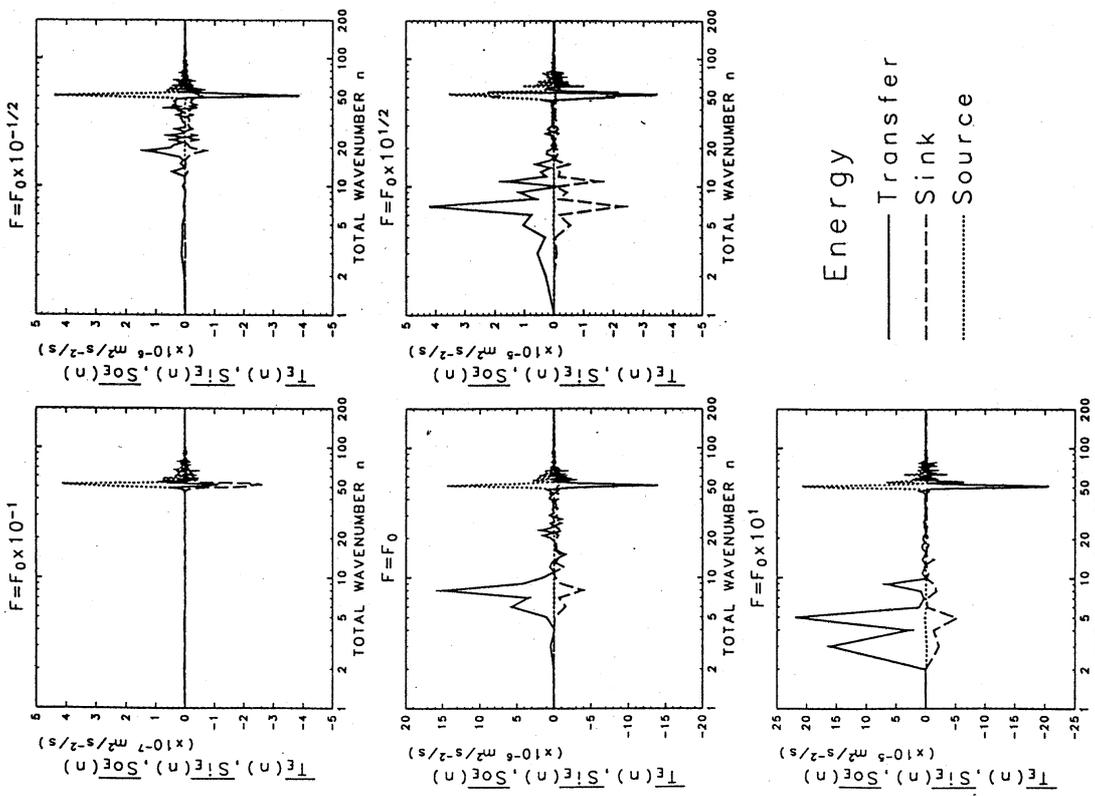


図 7: エネルギー-スペース-ベクトルの時間発展方程式における各項の波数分布. 600 回転 $t \leq 900$ 回転の期間で時間平均している. 太実線はエネルギー伝達関数 $T_E(n)$, 太破線はエネルギー散逸関数 $S_E(n)$, 太点線はエネルギー生成関数 $S_OE(n)$ を表す. 実験毎に縦軸のスケールが異なっていることに注意.

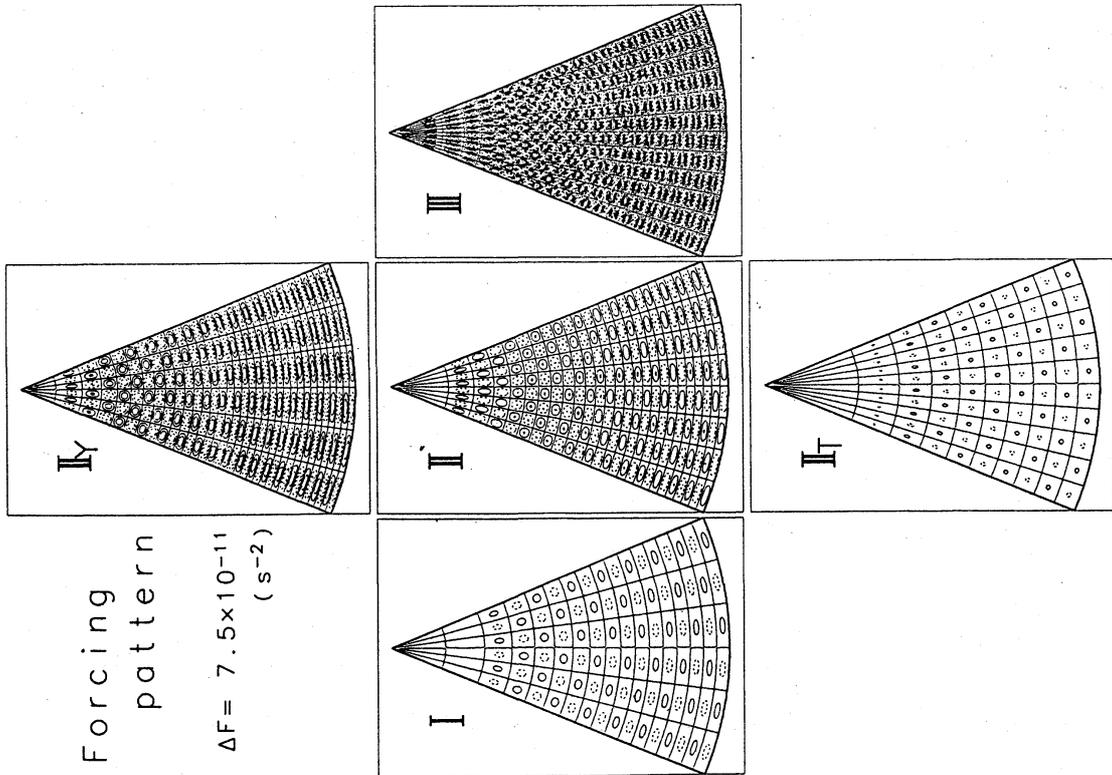


図9: 与えた過度強制の空間パターン. 経度幅45度の半球部分を示す. 緯度方向のスケールは赤道から極まで等間隔である. 過度強制の実線は $F > 0$, 点線は $F < 0$ を示す. 等値線間隔は $\Delta F = 7.5 \times 10^{-11} s^{-2}$. 各実験において与えた過度強制のパラメータは表1の通り.

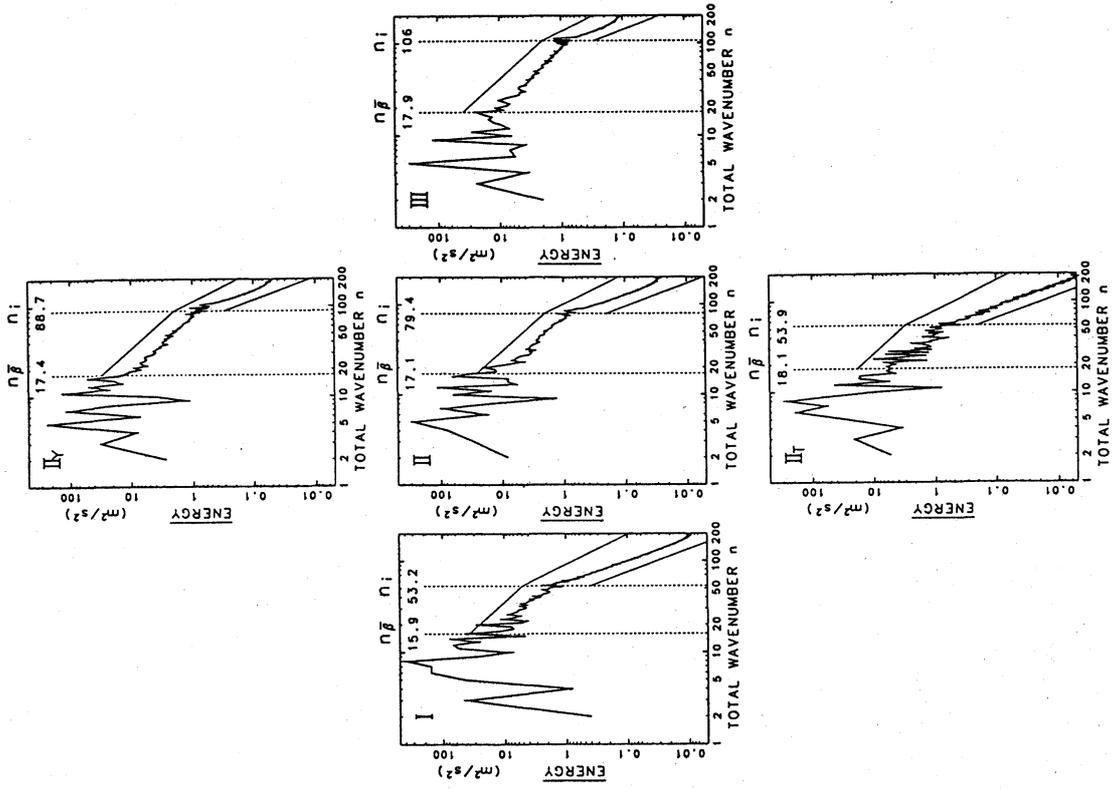


図10: 過度強制の空間パターンを変化させた場合の, 各実験のエネルギースペクトル関数. 600回転 $t \leq 900$ 回転の期間で時間平均している. n_i はエネルギーが注入されている波数を, n_{β} は回転項と非線形項とが同程度の大きさとなる波数を示す. 領域 $n_{\beta} \leq n \leq n_i$ における直線は n^{-3} , 領域 $n \geq n_i$ における直線は n^{-4} である.

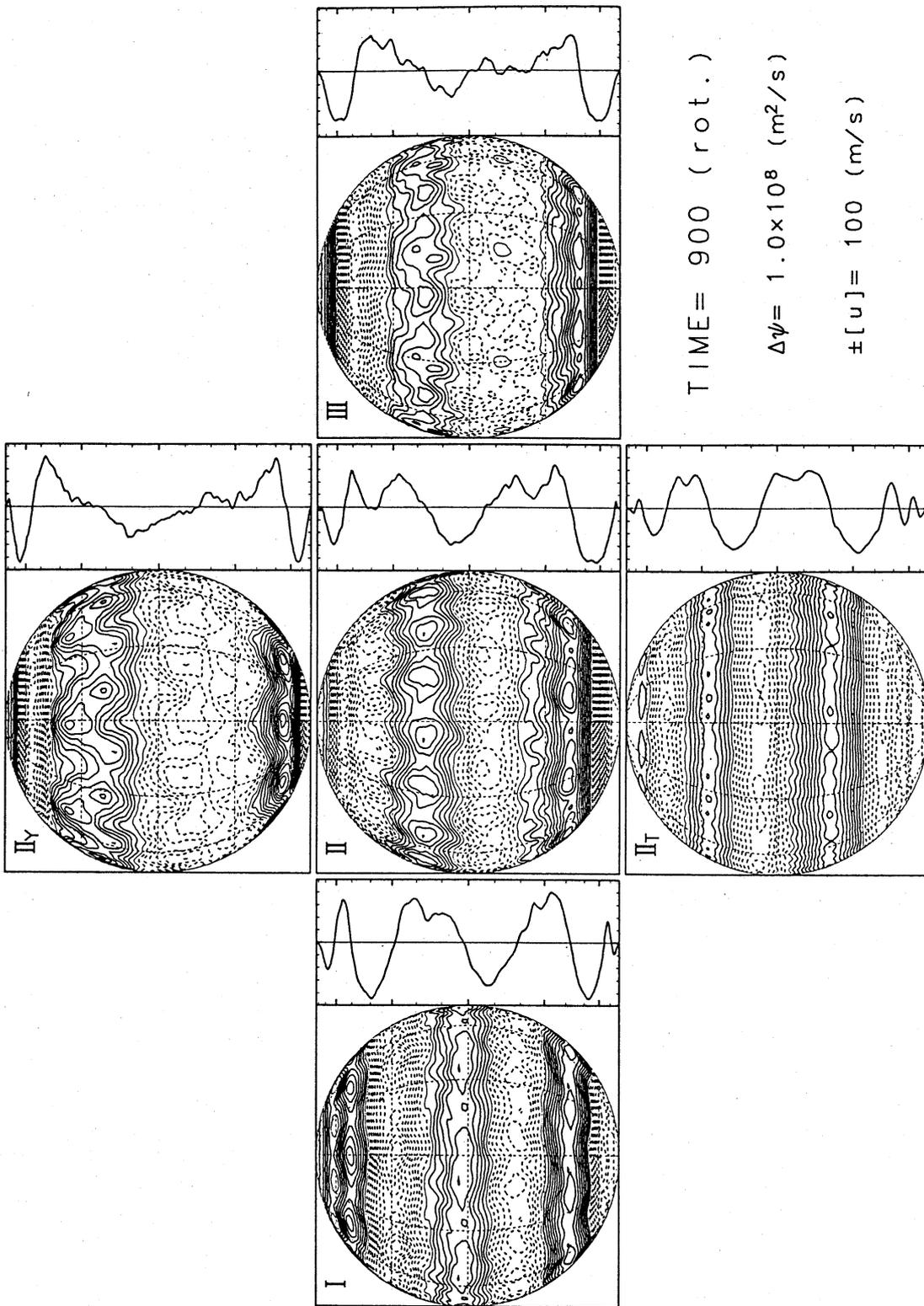


図 11: 渦度強制の空間パターンを変化させた場合の, 各実験の流線関数場と平均帯状流の
 緯度分布. $t = 900$ 回転. 流線関数場の等値線間隔は $\Delta\psi = 1.0 \times 10^8 \text{ m}^2/\text{s}$, 帯状流の目
 盛間隔は 20 m/s である.