

~~2K-5100R~~ 9K0060R

83

発行者寄贈

数理解析研究所講究録 857

短期共同研究

凸多面体の離散構造の  
現代的諸相

禁帯出期間

6.4.15 4.22

数研図書室

京都大学数理解析研究所

1994年1月

RIMS *Kokyuroku* 857

Modern aspects of combinatorial  
structure on convex polytopes

January, 1994

Research Institute for Mathematical Sciences

Kyoto University, Kyoto, Japan

## は じ め に

近年、現代数学の様々な分野において離散構造の重要性が認識されてきた。たとえば、古典的な組合せ論の研究対象である凸多面体に限っても、その面の個数や格子点の数え上げは代数幾何や可換代数などと深い接点を持つことが判明し、また、凸多面体の三角形分割の組合せ論は Gelfand らの A-discriminant の理論などとの相互関係を保ちながら進展している。しかし、従来から離散構造は数学の個々の分野でその氷山の一角が散在的に議論されるのが殆どで、離散構造という観点から現代数学の幾つかの分野を総括的に眺望する試みは絶無であった。当該集会では、凸多面体の離散構造に焦点を絞り、代数幾何、計算幾何、特殊函数の理論などとの境界領域において展開されている幾つかの話題を探究し、現代数学における離散構造の本質を多角的に追求することを試みた。

なお、余儀無い事情で本講究録に記録を残すことを断念した今井浩氏、堀田良之氏の講演については、それぞれ、数理解析研究所講究録「計算幾何学と離散幾何学」（出版予定）、論集「現代の母函数」（1991年）に掲載されている論説を参照されたい。

日 比 孝 之 （北海道大学理学部）

# 凸多面体の離散構造の現代的諸相

世話人：日比 孝之（北海道大学理学部）

日時：平成 5 年 6 月 14 日 (月曜日) 14:00 ~ 18 日 (金曜日) 12:00  
場所：京都大学数理解析研究所 1 階 115 号室

6 月 14 日 (月曜日)

14:00 - 15:10 今井 浩（東京大学理学部）

## 計算幾何と凸多面体

(概要:コンピュータで幾何構造を有する問題を解こうとした場合、その幾何構造の性質で既にわかっているものを十分活用するとともに、アルゴリズム設計に役に立つ新しい性質を見つけ出すことも必要である。本発表では、幾何の問題を効率よく解くアルゴリズムを統一的に扱う分野である計算幾何と凸多面体理論との関連について述べる。)

15:30 - 16:40 土橋 宏康（東北学院大学教養学部）

## The upper bound of the volume of the dual polytopes of integral convex polytopes $\mathcal{P}$ in $\mathbb{R}^n$ with $\text{Int}(\mathcal{P}) \cap \mathbb{Z}^n = \{0\}$

(概要:標題の体積の上限は  $2(1/n!)(y_n-1)^2$  であろうと予想されている。ここで  $y_1=2, y_2=3, \dots, y_n=y_1y_2 \dots y_{n-1}+1$  である。この予想が別のある簡単なアルゴリズムで確かめられる予想に帰着できることがわかった。この予想は計算機により  $n=3, 4, 5, 6$  の場合まで確かめられた。)

6 月 15 日 (火曜日)

10:40 - 11:50 堀田 良之（東北大学理学部）

## 超幾何型微分方程式系の一般論

(概要:Gelfand schoolその他によるここ 10 年程の理論の進展の(入門的な)紹介をする。高山、齋藤両氏の講演の予備講座となる。)

14:00 - 15:10 高山 信毅（神戸大学理学部）

## 凸多面体の三角形分割と超幾何関数の接続公式

(概要:凸多面体の regular な三角形分割は、"reconstruction" の操作でつながっている。 $\Delta_1 \times \Delta_{n-1}$  の reconstruction 全体には群の構造が入り、その群の乗法的 1-cocycle として、 $\Delta_1 \times \Delta_{n-1}$  - 超幾何関数の接続公式を具体的に求めることができる。)

15:30 - 16:40 齋藤 睦（北海道大学理学部）

## 超幾何級数と強凸多面錐

(概要:超幾何級数と凸多面錐との関係を論じる。)

6月16日(水曜日)

10:00 - 11:30 橋本 光靖 (名古屋大学理学部)

行列式イデアルと Betti 数

(概要:行列式で生成されるイデアルについての既知の結果を概観し、表現論または組合せ論を使った Betti 数の計算についての、Weyman、Eagon、J. Roberts、蔵野及び講演者の結果を述べる。)

11:45 - 12:30 日比 孝之 (北海道大学理学部)

Classification of Cohen-Macaulay partially ordered sets with pure resolutions

(概要:Cohen-Macaulay 半順序集合で、その Stanley-Reisner 環の minimal free resolution が pure となるものを分類する。)

14:30 - 15:30 & 15:45 - 16:45 梅村 浩 (名古屋大学教養部)

Painlevé 方程式の古典解について

(概要:Painlevé 方程式の古典解を決定する。そのためには、不変曲線が存在するための条件、および不変曲線を求めなければならない。ベクトル場から不変曲線を定める際、次の2点が重要な役割を果たす：(i)不変曲線の Newton 多角形を定める；(ii)計算の際に多項式の次数を下げる。)

6月17日(木曜日)

10:20 - 11:50 Clara S. Chan (北海道大学理学部)

A survey of h-vectors and local h-vectors

(概要:The h-vector of a simplicial complex  $\Delta$  is a well-known combinatorial invariant of  $\Delta$  which has been studied from the point of view of commutative algebra as well as toric varieties. We present main results on h-vectors and generalized h-vectors (for polyhedral complexes). We also examine local h-vectors, which measure how h-vectors change under simplicial subdivision.)

13:40 - 15:10 小田 忠雄 (東北大学理学部)

交叉コホモロジーとトーリック多様体

(概要:トーリック多様体や凸多面体への応用を見込んだ視点から交叉コホモロジー理論を概説し、これまでに判っている結果および今後の課題につき述べる。)

15:30 - 17:00 石田 正典 (東北大学理学部)

凸多面体の交叉ホモロジー群

(概要:凸多面体に対応するトーリック多様体の交叉ホモロジー群を凸多面体の重心細分を用いて記述する。)

6月18日(金曜日)

10:20 - 11:50 Clara S. Chan (北海道大学理学部)

A survey of h-vectors and local h-vectors (II)



短期共同研究  
凸多面体の離散構造の現代的諸相  
報告集

1993年 6月14日～ 6月18日

研究代表者 日比 孝之(Takayuki Hibi)

目 次

1. The upper-bound of the volume of the dual polytopes of integral convex polytopes  $P$  in  $R^n$  with  $\text{Int}(P) \cap Z^n = \{0\}$ -----1  
東北学院大・教養 土橋 宏康(Hiroyasu Tsuchihashi)
2. Secondary polytope, hypergeometric D-module and connection formulas of  $\Delta_1 \times \Delta_{n-1}$ -hypergeometric functions-----9  
神戸大・理 高山 信毅(Nobuki Takayama)
3. 超幾何級数と強凸多面錐-----26  
北大・理 齋藤 睦(Mutsumi Saito)
4. Determinantal Ideals and Their Betti Numbers—A Survey-----40  
名大・理 橋本 光靖(Mitsuyasu Hashimoto)
5. 単体的複体に付随するStanley-Reisner環の極小自由分解とBetti数列-----51  
北大・理 日比 孝之(Takayuki Hibi)
6. Painlevé方程式の古典解-----63  
名大・教養 梅村 浩(Hiroshi Umemura)
7. A Survey of H-vectors and Local H-vectors-----81  
北大・理 Clara Chan
8. The intersection cohomology and toric varieties-----99  
東北大・理 小田 忠雄(Tadao Oda)
9. 凸多面体の交叉ホモロジー群-----113  
東北大・理 石田 正典(Masanori Ishida)