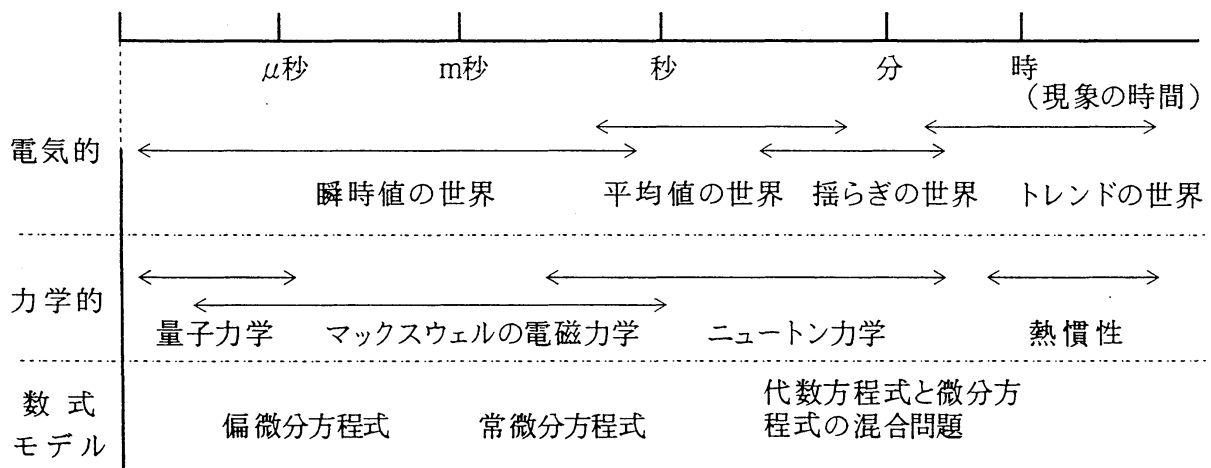


電力システムにおける非線形問題  
 とアプローチの現状

東京電力（株） 上村勝彦（Katsuhiko Uemura）

1. はじめに

電力システムという言葉は莫とした感じを与える概念である。そこで、電力の発電から消費に至る流通過程に於る諸現象を時間の速さ（周波数の大きさ）で見ると事柄は少し整理されてくる。この様相の大略が第一図である。



第 1 図 . 電力の諸現象

即ち、雷のような、 $\mu \text{ sec}$  の現象から、電力の発生、流通、消費の各部分でローカルのに起きる  $\text{m sec order}$  の

過渡現象、電気エネルギーの流通という目を見た時の電気－力学－熱のバランスの問題等である。この中、第1番目の範疇は、分布定数回路問題であり、第2番の範疇は、集中回路問題である。この範疇に於ては、電力の発生、流通、消費の各段階におけるローカル性の強い現象であるので、その各部分の構成要素の性質による現象が支配的である。構成要素として、変成器や、発電機等の鉄の磁性特性、半導体等が含まれるので、極めて非線形性が強く、この分野の非線形の研究はさかんに行われ、非線形回路理論という一分野を形成している。

(例えば参考文献(6))。

第3の範疇が電力システムあるいは、電力系統問題と呼ばれるものであり、その特徴は、第2の範疇がローカル色が強いのに対し、全域的である。したがって、方程式に記述した時、その独立変数の数は、実際の場合には、静的に考えても、600～2000、動的に考えた場合5000～12000の規模になる。しかも、これから見る如くその関係式は、非線形である。

以下、この第3の範疇の問題につき、静的、動的な観点より、安定度の問題、又、最近の話題であるカオス現象等の絡みとして若干見ることとする。

## 2. 静的な問題

電力の発生からネットワークを通して消費されるまでの諸量の関係式は、発生あるいは消費される2種類のエネルギー量（有効電力と無効電力と呼ばれる） $P_i$ 、 $Q_i$ 、とネットワークの節点の電圧（ $V_i \cos \delta_i + i \sin \delta_i$ ）及びネットワークに於る  $i$  番目と  $j$  番目の流通の容易さを表わすアドミッタンスと呼ばれる量  $g_{ij} + i b_{ij}$  を用いて

$$\sum_j \{ b_{ij} V_i V_j \sin(\delta_i - \delta_j) + g_{ij} V_i V_j \cos(\delta_i - \delta_j) \} = P_i$$

$$\sum_j \{ -g_{ij} V_i V_j \sin(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} V_i V_j \cos(\delta_i - \delta_j) \} = Q_i$$

特定の  $V_k$  については既知（この数は  $(N - M)$  個）という  $2N - M$  次元の非線形方程式で記述される。

通常、 $V_i$  は 1.0、 $\delta_i - \delta_j \approx 0.0$  近傍にあり、非線形といっても線形に近いものであり、弱非線形性とも呼ばれる。このような場合は、Newton-Raphson 流儀の数値解法が極めて有効である。しかし、問題は、 $P_i$ 、 $Q_i$  の値が大きくなるにつれて、非線形性が強くなり、その収束に問題が生じてくる。また、最大電力問題と呼ばれる、上記方程式が解を有

する最大の、 $P_i$ 、 $Q_i$ を求める場合は Jacobian が Singular な周辺の解を求める問題になるので、その解法には、なんらかの工夫がある。Homotopy法、(5)各種 Regularization の方法が有効である。しかし、これとて、上記方程式のすべての解を求める手法としては有効でない。すべての解を求める完全な方法は現在のところまだないのが現実である。

この辺の実状を示す一つの例が第2図である。上述の式に於て  $P_i = P_{oi} \cdot t$   $Q_i = K \cdot P_{oi} \cdot t$  として  $t$  をパラメータとした時のある特定の節点の電圧の大きさを示したものが図2である。 $t = t_m$  が最大電力点である(②のところ。)

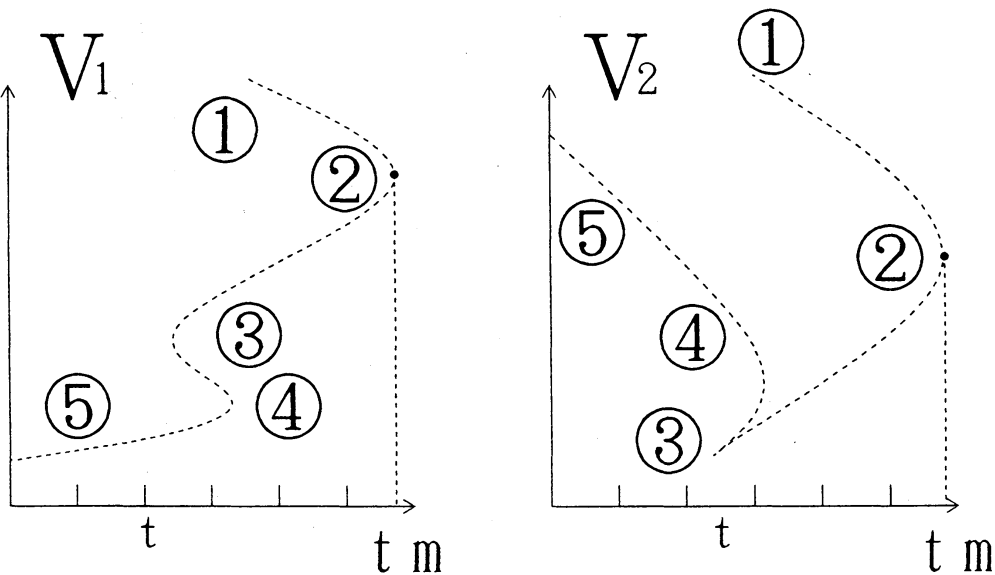


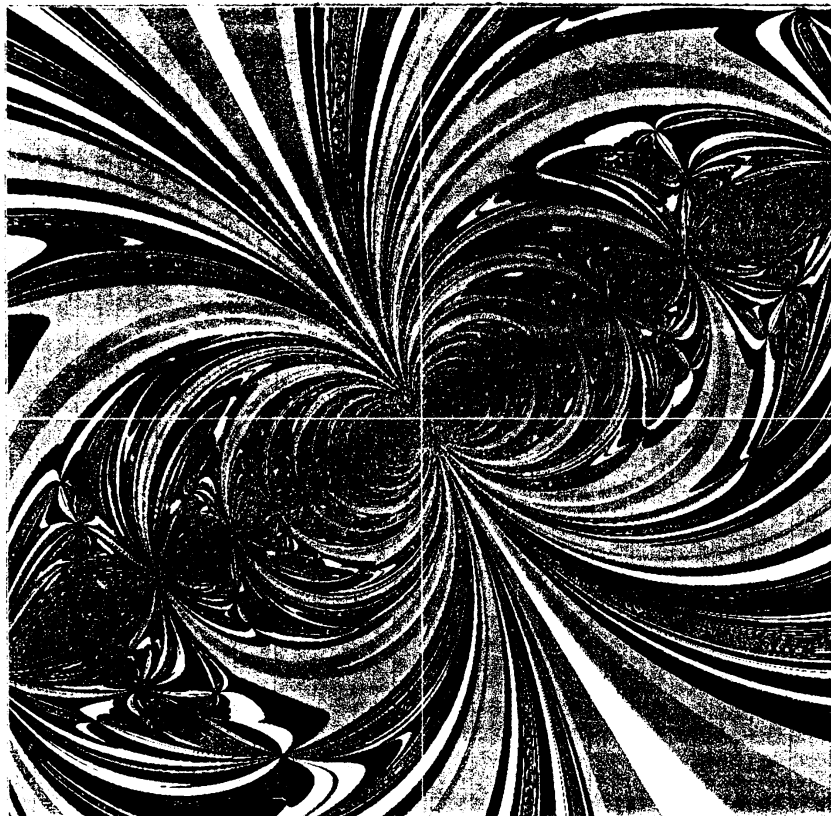
図2. 静止解の追跡例

第3図は上述の式の Newton - Raphson 法による数値計算時の、繰り返し初期値  $V \cos \delta + i V \sin \delta$  と所定の精度を得るまでの繰り返し回数の関係を示したものである。

(色が濃くなって行く程繰り返し回数が多いことを示す)

この関係は一種のフラクタル性を示す。

$$\begin{pmatrix} \delta_i \\ V_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta_{i-1} \\ V_{i-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Y V_{i-1} \cos \delta_{i-1}, Y \sin \delta_{i-1} \\ -Y V_{i-1} \sin \delta_{i-1}, Y \cos \delta_{i-1} - 1 - 2Y V_i \end{pmatrix}^{-1} \\ \cdot \begin{pmatrix} P - Y V_{i-1} \sin \delta_{i-1} \\ Q - Y V_{i-1} \cos \delta_{i-1} + Y V_{i-1}^2 \end{pmatrix}$$



第3図 Newton - Raphson 収束回数と初期値のフラクタル

## 3. 動的な問題 — 1.

基本的には、電力システムにおける電力は、発電機である回転体で発生し、ネットワークによる流通を経て負荷として消費される由であるから、回転体の慣性を、 $M_j$  で表わすと回転体の運動エネルギーを考慮して、

各回転体に対して、

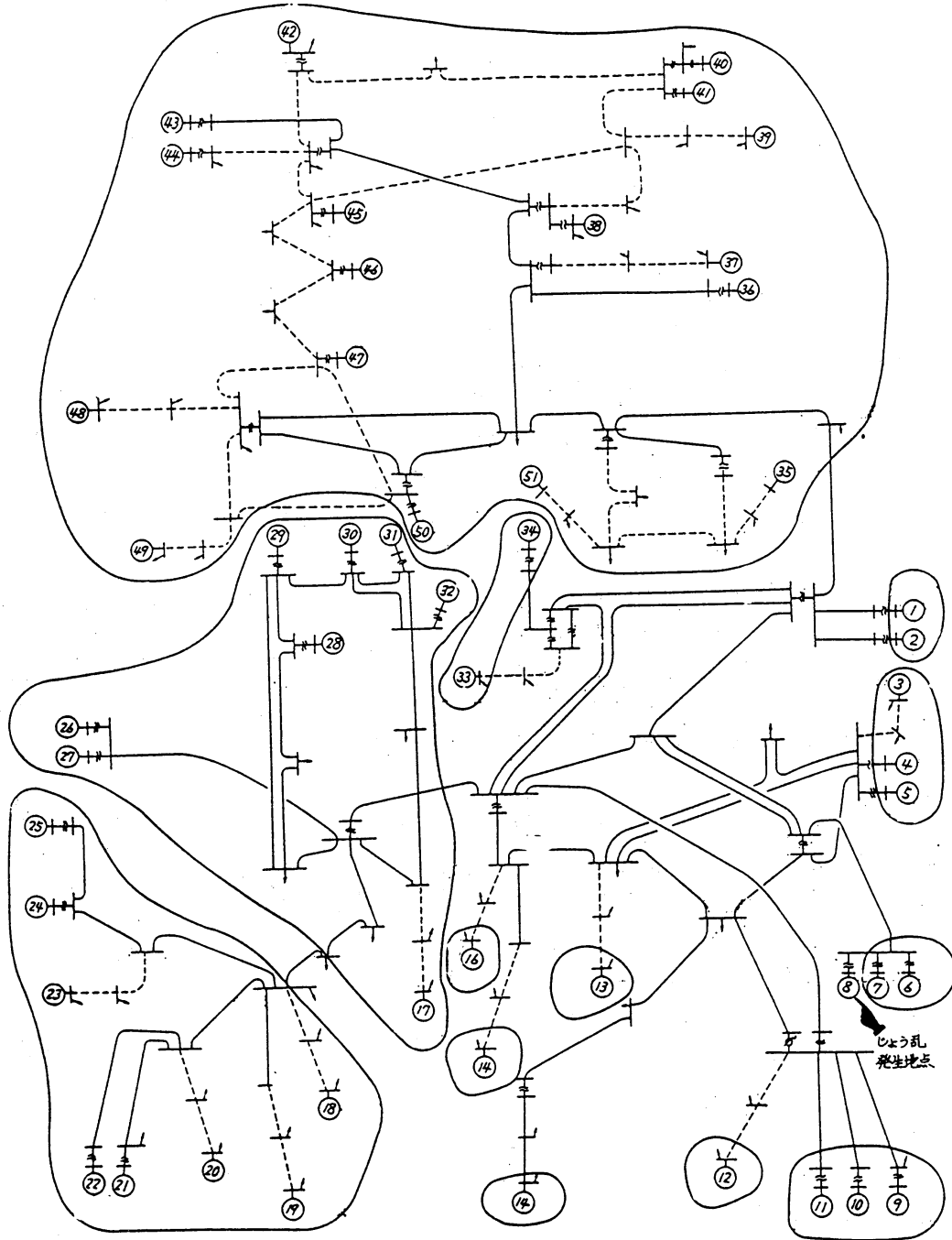
$$M_j \frac{d^2 \delta_j}{dt^2} = P_j - \sum_i \frac{E_i E_j}{Z_{ij}} \sin(\delta_i - \delta_j - d_{ij})$$

なる Newton の力学法則が成立する。

電力システムが支障なく運転できるということは、種々の外乱（上式に於る  $P_j$  の変化や  $Z_{ij}$  の変化）に対して、上記が安定であることである。通常このことを安定度問題と言い、電力システムが同期機という発電機を用いている限りにおいては縮命的問題である。

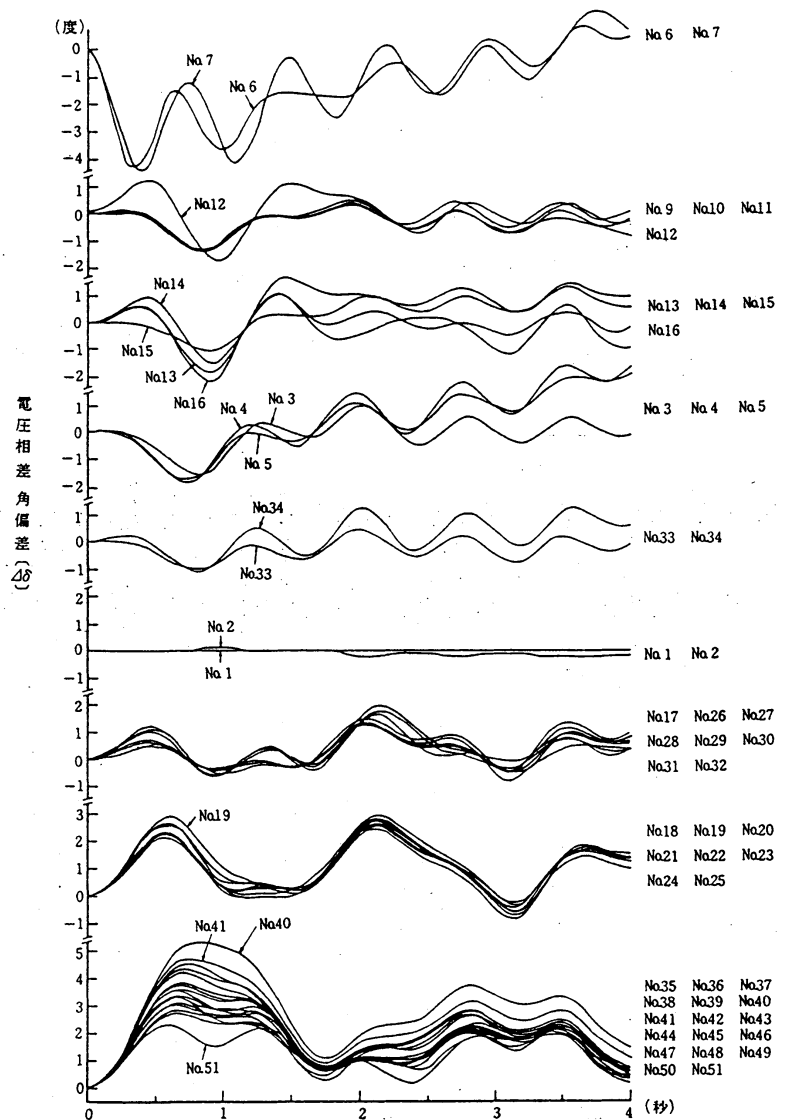
一見して、これは非線形方程式であり、その解折解を求めることは、不可能であるので、数値解折に頼らざるを得ない。幸い上式が陽的（explicit）な型に表現されているので、Euler、Runge — Kutta 法等が極めて有効に適用される。又、外乱が微少な場合は、上記方程式は、近似的に線形方程式になるので、固有値法、Nyquist 法等がその安定性判別に用いられる。ただ問題は、次数が大きいことである

。(実際の規標は 600~ 1500 次元)、このことは、シミュレーション時における、処理精度や処理効率といった問題の外にもっと本質的な問題を提起する。



第 4 図 電力システムの 1 例

第4図に対応する、具体的解群が第5図であるが、それぞれの  $M_j$  や  $P_j$  が異なるのにかかわらず、隣接するものどうしの解は比較的同じような動きを示す。このことは、ある種の近似で持って、方程式群の次元の低下の可能性を示唆するものである。しかし、非線形であるが故に、重畳の理は成り立たたらず、理論的根拠がない。



第5図 解群

線形の場合においても、このような場合は、固有値の多重性が見られ、数値手法の適用を困難にする場合があるが、特異攝動法を用いて予め次元を下げておけば数値計算上の問題は解決される。いづれにしても、同じ様な動き方を示す解群（解の Coherency）の研究は今後の重要な課題である。



## 4. 動的な問題 — 2

前章において述べた動的な式では  $E_i$  を定数としたものであった。この場合は、安定な場合と不安定な場合に分かれその中間形態である、カオス現象は未だ見つかっていない。安定ならば、その位相面は Limit cycle になる。モデルを更に精密に考え、 $E_i$  にも動的要素を考慮すると、例えば（文献 (1)）次の式が成立する。

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} &= 16.6667 \sin (\delta - \delta_m + 0.0873) - 0.1667 \frac{d \delta_m}{dt} \\ &\quad + 1.8807 \\ \frac{d \delta}{dt} &= 496.8718 E^2 - 166.6667 \cdot \cos (\delta - \delta_m - 0.0873) E \\ &\quad - 666.667 \cdot \cos (\delta - 0.2094) \cdot E - 93.3333 \cdot E \\ &\quad + 33.3333 \cdot Q + 43.3333 \\ \frac{d E}{dt} &= -78.7638 \cdot E^2 + 26.2172 \cdot \cos (\delta - \delta_m \\ &\quad - 0.0124) \cdot E + 104.8689 \cdot \cos (\delta - \\ &\quad 0.1346) \cdot E + 14.5229 \cdot E \\ &\quad - 5.2288 \cdot Q - 7.0327 \\ Q &: \text{Parameter} \end{aligned}$$

Q に応じて、Limit Cycle（第6図（A））

strange atractor

( B )、発散 ( C )

になる。

尚ここで、微分方程式  
の初期値は、

$$\delta_m ( 0 ) = 0.3$$

$$E ( 0 ) = 0.97$$

$$\delta ( 0 ) = 0.2$$

$$\frac{d \delta_m}{dt} \Big|_{t=0} = 1.5$$

であり、Parameter

Q の値は、( A )、( B )、

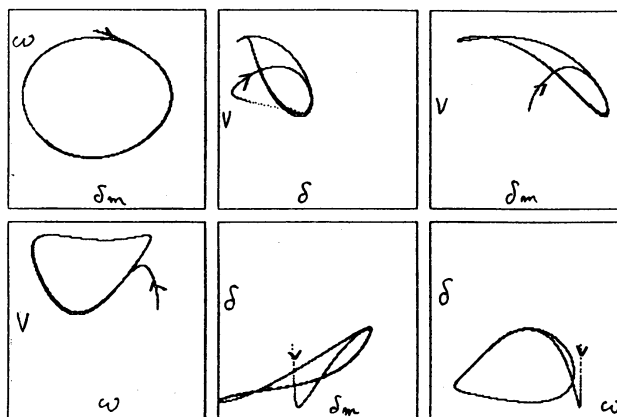
( C ) に対応して、各々

$$10.897$$

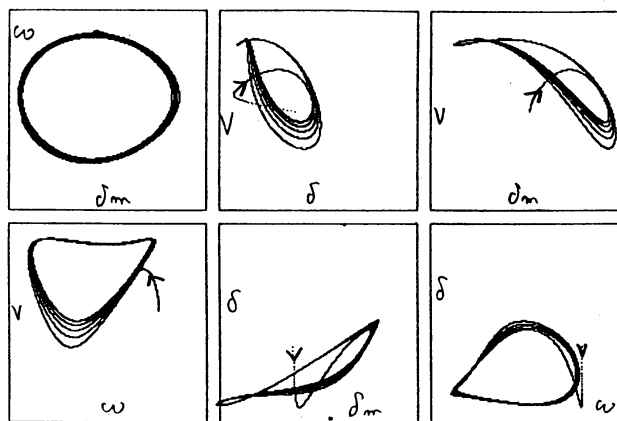
$$10.918$$

$$10.971$$

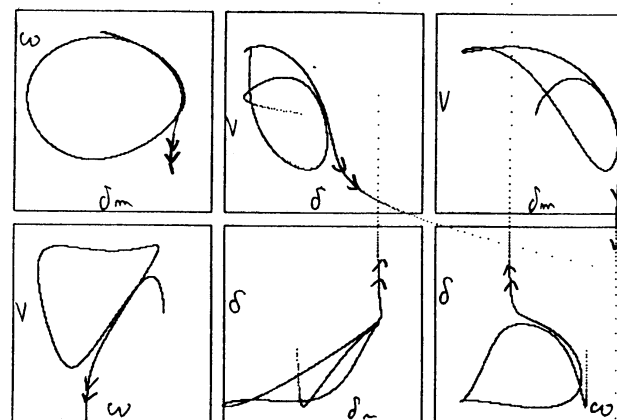
である。・Parameter の  
微少な違いが、安定、カ  
オス、不安定を形成する  
一例でもある。



( A )



( B )



( C )

第 6 図 位相面の例 (ただし、 $\omega = \frac{d \delta_m}{dt}$ )

## 5. 終りに

以上、電力システムに於る代表的な非線形問題を見てきたが、ここでは述べなかったアプローチ、問題として、リアプノフ関数との関連、モデルの精密化と次元及びその数値解法、速い現象と比較的遅い現象の混在する現象の特異摂動法等が非線形問題に絡んで重要な問題と考えられる。

## 6. 参考文献

- 1) 関根泰次、電力系統過度現象論、OHM社
- 2) C. W. Liu 他、IEEE Trans on P A S、NOV. 1993、PP. 1407-
- 3) 伊庭、電気学会電力エネルギー部内大会、論文、157
- 4) 田村、計測と制御 VOL.29、No.3、PP. 51-
- 5) 奥村他、電気学会論文誌B、108巻12号、PP. 561 -
- 6) Hayashi、Forced Oscillations in Non - Linear Systems、Nippon Printing Company、1953