

四隣接領域を結ぶ交通網の最適利用とその効率

愛知大学 玉置光司(Mitsushi Tamaki) 有澤健治(Kenji Arisawa)
神頭広好(Hiroyoshi Kozu) 相良信子(Nobuko Sagara)

1. はじめに

図 1 のような、四隣接領域 A, B, C, D を考える。各領域は、それぞれ一辺の長さが a の正方領域である。従来、領域間の移動は徒歩に限られていたが、各領域の中心を結ぶ鉄道網が新設され、必要に応じて、この鉄道を利用することができるようになった。各領域の中心がターミナル(駅)で、鉄道利用者はここで乗り降りする。簡単のため、領域間の移動手段をこの 2 つ(徒歩と鉄道)に限定する。本稿の目的は、出発点と到達点に依存して、最適な移動手段を求めることと、鉄道の効率(徒歩だけの場合に比べての時間短縮率)を調べることである。

位置関係の対称性から

- [I] A-領域から B-領域へ移動する場合
- [II] A-領域から C-領域へ移動する場合

を調べれば十分である。徒歩速度を 1、鉄道の速度を $v (> 1)$ とする。徒歩による移動距離の測定には、rectilinear 距離を用いる。ただし、平面座標上の 2 点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ 間の rectilinear 距離は

$$|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

で定義される。

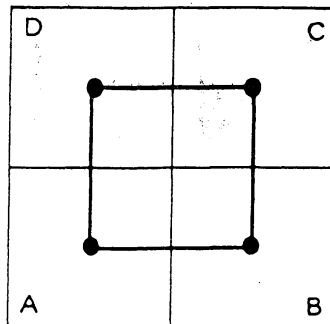


図 1

2. 最適移動手段

[I] の場合は既に三浦 [1], [2] により調べられているので、彼等の結果を、定理 1 にまとめる。以降の議論では、A-領域の左端を、座標原点に取り、横軸を x 軸、縦軸を y 軸とする。そして出発点の座標を (x_1, y_1) 、到達点の座標を (x_2, y_2) で表わす。[I] の場合、移動手段は次の 2 つである。

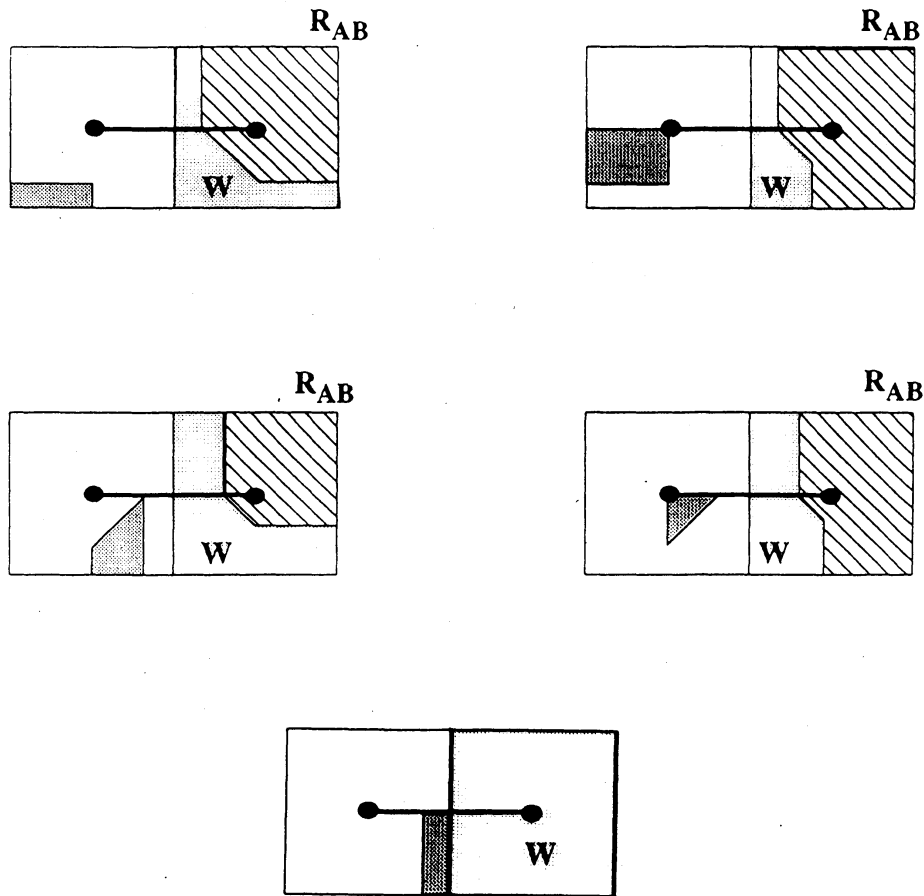
- W : 出発点から到達点まで徒歩で移動する。
- R_{AB} : A-駅から B-駅まで鉄道を利用する。

対称性より、 $0 \leq x_1 \leq a, 0 \leq y_1 \leq a/2$ の範囲で考えれば十分である。

定理 1 (A-領域からB-領域への移動)

(i) 最適移動手段

A-領域の出発点 (x_1, y_1) とB-領域の到達点 (x_2, y_2) の両者に依存して最適な移動手段は下図のように5つのケースに分かれる。



(ii) 領域間平均移動時間

最適移動手段の下でのA、B-領域間の平均移動時間 $M_{AB}(v)$ は次式で与えられる。

$$M_{AB}(v) = \left(\frac{109}{120} - \frac{1}{480v^5} + \frac{1}{48v^4} - \frac{17}{48v^2} + \frac{73}{96v} \right) a$$

故に、

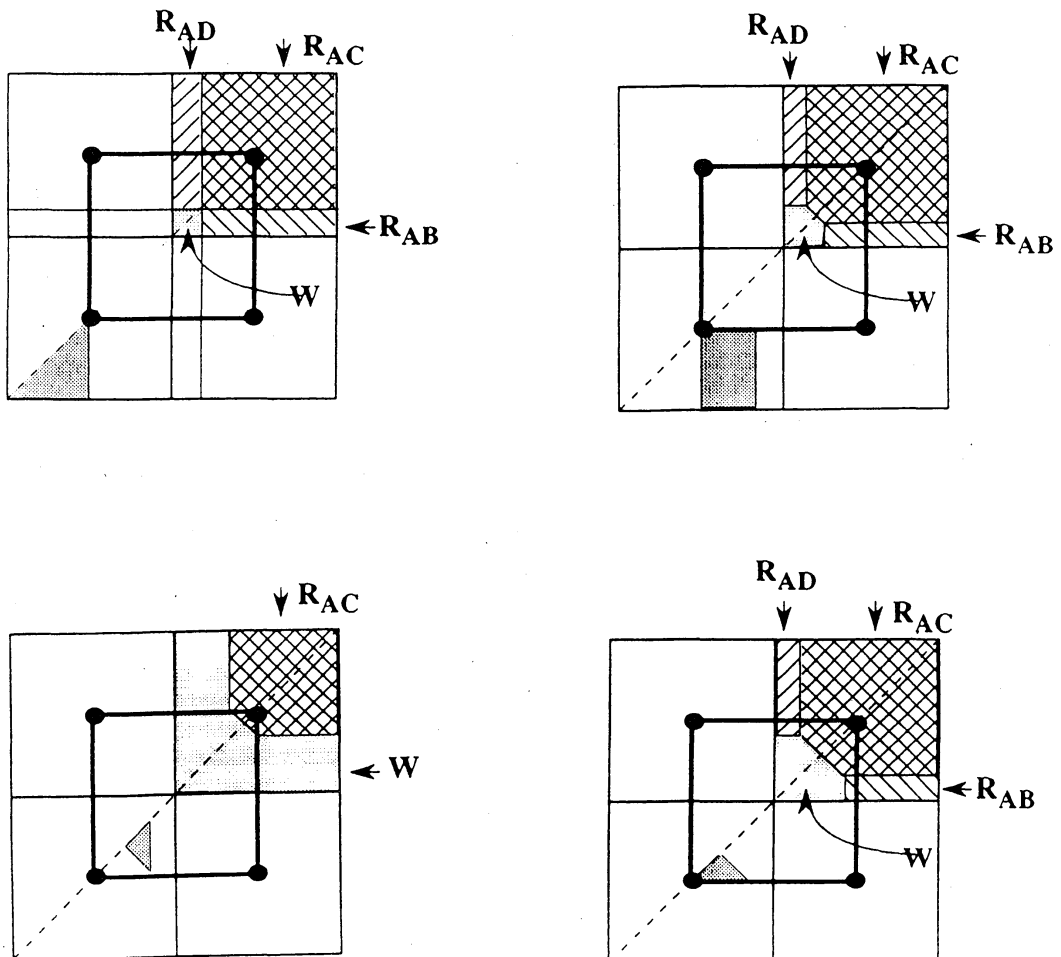
$$\frac{M_{AB}(\infty)}{M_{AB}(1)} = \frac{(109/120)a}{(4/3)a} = 0.68125.$$

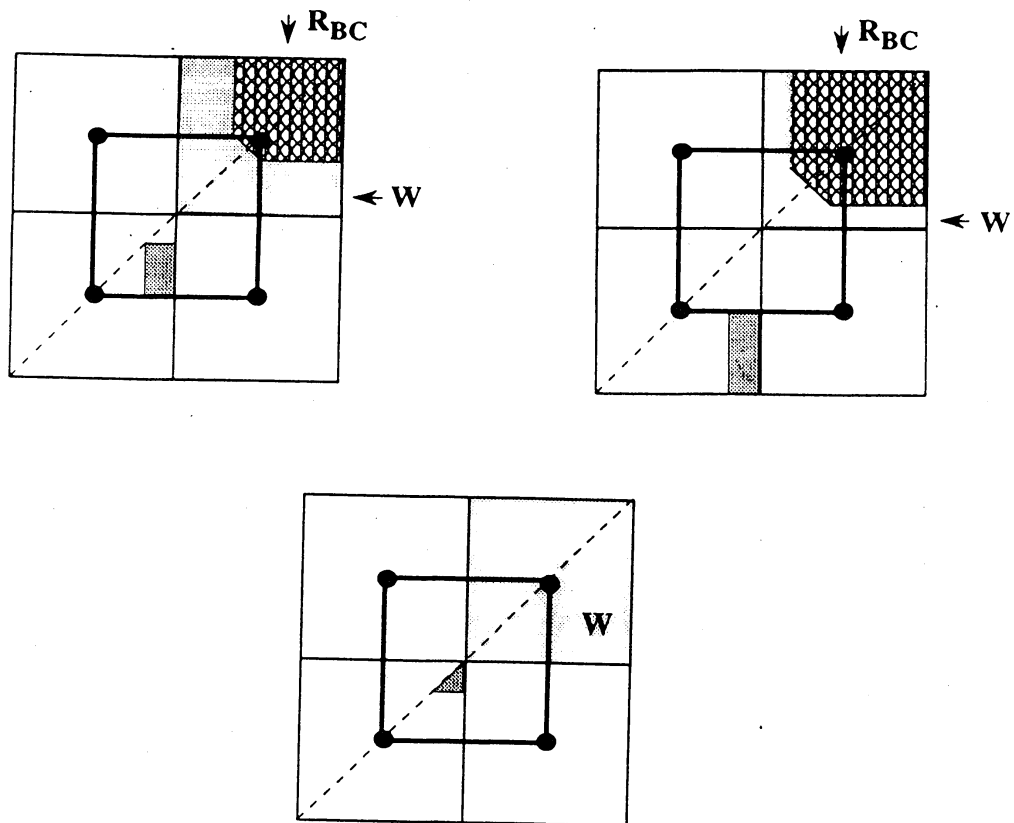
本稿の主題である [II] の場合に移ろう。この場合は移動手段として、前述、 W 、 R_{AB} の他に R_{AC} 、 R_{AD} 、 R_{BC} 、 R_{DC} が考えられる。たとえば、 R_{AC} はA-駅からC-駅まで鉄道を利用することを意味していて、A-B-CのルートとA-D-Cのルートがあるが、どちらを利用しても所要時間は同じである。また、対称性から、出発点 (x_1, y_1) として $0 \leq y_1 \leq x_1$ 、 $0 \leq x_1 \leq a$ の範囲で考えれば十分であり、この場合、移動手段 R_{DC} は明らかに R_{BC} に劣るので、選択されない。すなわち、鉄道利用としては R_{AC} 、 R_{AD} 、 R_{BC} 、 R_{DC} だけを考慮すればよい。[II]の結果を、定理2にまとめる。

定理2 (A-領域からC-領域への移動)

(i) 最適移動手段

A-領域の出発点 (x_1, y_1) とC-領域の到達点 (x_2, y_2) の両者に依存して最適な移動手段は下図のように7つのケースに分かれる。





(ii) 領域間平均移動時間

最適移動手段の下でのA、C-領域間の平均移動時間 $M_{AC}(v)$ は次式で与えられる。

$$M_{AC}(v) = \left(\frac{234}{240} + \frac{89}{48v} - \frac{25}{24v^2} + \frac{1}{4v^3} - \frac{1}{24v^4} + \frac{1}{240v^5} \right) a$$

故に、

$$\frac{M_{AC}(\infty)}{M_{AC}(1)} = 39/80 = 0.4875.$$

定理1、2より、求める効率Eは

$$E = \left(\frac{2}{3} \right) \left(\frac{M_{AB}(\infty)}{M_{AB}(1)} \right) + \left(\frac{1}{3} \right) \left(\frac{M_{AC}(\infty)}{M_{AC}(1)} \right) = 0.61667.$$

参考文献

- [1] 三浦英俊(1992): 鉄道を有する隣り合う2つの正方領域間の平均移動距離。第27回SSOR予稿集, pp. 161-164.
- [2] 三浦英俊、腰塚武志(1993): 格子状鉄道網を有するク形領域内の平均移動距離。日本OR学会春季発表会アブストラクト集, pp. 36-37.