

2次元 Josephson 接合格子の Langevin dynamic simulations

日立基礎研 菅野量子 (Ryoko Sugano)

超伝導の特徴はロンドン方程式によって表され

(1) 電気抵抗がゼロ:

$$E = \Lambda \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} \quad (1)$$

(2) 完全反磁性:

$$\mathbf{H} = -c\Lambda \text{rot} \mathbf{J} \quad (2)$$

にある。

さらに、磁場中での超伝導を特徴づけるスケールとして超伝導の波動関数の大きさに対応するコヒーレンス長 $\xi$ と磁場の侵入長 $\lambda$ がある。いま、垂直磁場 $H$ のもとで超伝導と常伝導が同時に存在する場合の境界でのエネルギー収支を考える。超伝導部分では磁場はゼロ(完全反磁性)、常伝導部分では臨界磁場 $H_c$ であるが、この磁場は超伝導部分に $\lambda$ 程度の深さまで入り込んでいる。他方、超伝導の秩序変数は $\xi$ の程度の距離でゼロになっている。この結果、超伝導がこわれることによって、エネルギーは境界の単位面積あたり $\xi(H_c^2/8\pi)$ 程度が増加し、他方磁場のエネルギーは $\lambda(H_c^2/8\pi)$ 程度減少する。よって表面エネルギー $\sigma$ は

$$\sigma = (\xi - \lambda) \frac{1}{8\pi} H_c^2 \quad (3)$$

で与えられる。

式(3)から $\sigma$ は $\xi > \lambda$ で正、 $\xi < \lambda$ で負になることがわかる。正確な計算より、

$$\sigma > 0 \quad (\xi > \sqrt{2}\lambda_L)$$

$$\sigma < 0 \quad (\xi < \sqrt{2}\lambda_L)$$

がわかっている。 $\lambda_L$ はロンドンの侵入長と呼ばれる長さの次元を持つパラメータで、式(1)、(2)に現れる $\Lambda$ と $\Lambda = 4\pi\lambda_L^2/c^2$ の関係を持つ。 $c$ は光速を表す。従って、温度に依存しない定数 $\kappa$

$$\kappa = \lambda_L/\xi \quad (4)$$

を導入することによって超伝導体を(1)  $\kappa > 1/\sqrt{2}$ と(2)  $\kappa < 1/\sqrt{2}$ の場合に分類することができる。前者を第1種、後者を第2種超伝導体といい、第1種の場合、超伝導領域内に常伝導

領域ができにくく、外部磁場が臨界磁場  $H_c$  に到達するまで全体が超伝導のまま内部磁場  $B$  がゼロに保たれるように完全反磁性が実現する。外部磁場が  $H_c$  を超えると1次相転移をおこして超伝導がこわれ、常伝導状態になる。

第2種超伝導体では、超伝導領域内に常伝導ができやすいため、外部磁場が臨界磁場  $H_c$  に到達する前に、ある磁場  $H_{c1}$  (下部臨界磁場) で内部に常伝導の部分ができ、そこを磁束線が通り、全体としての磁束密度  $B$  はゼロでなくなる。この磁束線は量子化されており、磁束量子とよばれる離散化された状態で超伝導領域の中に侵入した混合状態と呼ばれる中間状態が実現する。この状態は上部臨界磁場  $H_{c2}$  まで保たれ、 $H_{c2}$  で2次相転移をおこして全体が常伝導状態になる。

ここでは、第2種超伝導体の混合状態でかつ熱揺らぎの効果が大きい2次元系を考える。2次元ギンツブルク-ランダウの自由エネルギー  $\mathcal{F}_s$  から出発する。

$$\mathcal{F}_s = \mathcal{F}_n + \int_{\xi} d^2r \left[ \frac{1}{2} a |\Psi|^2 + \frac{1}{4} b |\Psi|^4 + \frac{1}{2} \frac{1}{2m^*} \left| \frac{\hbar}{i} \nabla \Psi \right|^2 \right]. \quad (5)$$

ここで、 $\Psi = |\Psi| e^{i\theta}$  は複素数をその値にとる超伝導の秩序変数で超伝導電子の波動関数に相当する。 $\mathcal{F}_n$  は常伝導状態の自由エネルギー、 $\hbar = h/2\pi$  で  $h$  はプランク定数、 $m^*$  超伝導電子の質量をあらわす。 $a$  は  $a = \alpha(T - T_c)$  の温度依存性を示し、 $b$  は定数である。これを波動関数の振幅の空間変化がほとんど無視できる程小さい ( $|\Psi(x)| = |\Psi_0|$ ) と仮定して、コヒーレンス長程度の格子間隔  $a_0 \sim \xi$  で離散化する。

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{2D} &\simeq \int_{\xi} d^2x \frac{\hbar^2}{2m^*} |\nabla \Psi|^2 + \text{constant} \quad (|\Psi| \equiv \text{constant.}) \\ &\simeq \frac{\hbar^2}{2m^*} \sum_{\langle i,j \rangle} |\Psi_i - \Psi_j|^2 + \text{constant} \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m^*} \sum_{\langle i,j \rangle} (\Psi_i \Psi_j^* - \Psi_i^* \Psi_j) + \text{constant} \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m^*} n_s \sum_{\langle i,j \rangle} 2 \cos(\theta_i - \theta_j) + \text{constant} \quad (|\Psi_0|^2 = n_s) \\ &= -J_0 \sum_{\langle i,j \rangle} 2 \cos(\Delta\theta_{ij}) + \text{constant.} \quad (J_0 = \hbar^2 n_s / 2m^*) \end{aligned} \quad (6)$$

すると、式(5)は2次元ジョセフソン接合格子のハミルトニアンと等価になる。ここで、 $\theta_i$  は格子点  $i = (i_x, i_y)$  での超伝導秩序変数の位相、 $\Delta\theta_{ij}$  は最隣接格子点  $i, j$  間の位相差をあらわす。ジョセフソン接合エネルギー  $J_0$  は  $J_0 = \hbar^2 n_s / 2m^*$  をみたま。  $n_s$  は超伝導電子の密度で  $n_s = |\Psi|^2$  の関係がある。

面に垂直な外部磁場  $\mathbf{H}$  はベクトル・ポテンシャル  $\mathbf{A}$  を用いてフラストレーション  $f$  の形で導入する。(図1)

$$\mathbf{H} = \text{rot} \mathbf{A}. \quad (7)$$

離散化したベクトルポテンシャル  $A_{ij} = (2e^*/\hbar c) \int_i^j \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$  をもとに式 (6) において  $(\Delta\theta_{ij}) \rightarrow (\Delta\theta_{ij} - A_{ij})$  の置き換えを行なう。 $e^*$  は超伝導電子の電荷をあらわす。フラストレーション  $f$  は  $A_{ij}$  と次のような関係を持つ。

$$\begin{aligned} 2\pi f &= A_{ij} + A_{jk} + A_{kl} + A_{li} \\ &= \frac{H a^2}{\Phi_0} \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{H}{H_{c2}}. \end{aligned} \quad (8)$$

物理的には、 $f$  は単位胞（離散化した単位格子）当たりの磁束量子の本数に比例する。

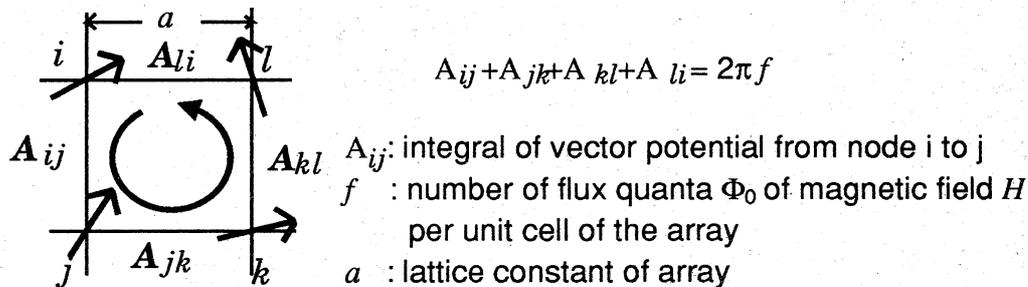


図 1. Frustration.

この結果、磁場中におけるサイズ  $N_x \times N_y$  格子間隔  $a_0 \sim \xi$  のフラストレートした 2 次元ジョセフソン接合格子のハミルトニアン

$$\mathcal{H}_{2d} = -J_0 \sum_{\langle i,j \rangle} \cos(\Delta\theta_{ij} - A_{ij}) \quad (9)$$

が得られる。

このモデルはミクロスコピックにみると“2次元超伝導はコヒーレンス長  $\xi$  のオーダーの数 10 Å 程度の微小な超伝導クラスターの弱接合のネットワーク”という描像を与えることがわかる。2次元正方格子の各格子点上に微小超伝導クラスターが位置し、最隣接のクラスターとジョセフソン接合を介して相互作用しているモデルになる。

磁場がゼロ、つまり、 $A_{ij} = 0$  の場合には、絶対零度では式 (9) を最小にすべく位相が空間全域にわたって揃ったコヒーレントな状態を実現しようとする (図 2 (1))。ところが、有限温度においては熱揺らぎの影響で位相の空間及び時間分布に乱れが生じ、図 2 (2) に示したようなトポロジカルな欠陥対 (ボルテックス・反ボルテックス対) を発生させる。このボル

テックス対は即時的に生成・消滅を繰り返して運動している。物理的には、これらのボルテックス（反ボルテックス）は磁束量子を担う。このためボルテックスの運動は電圧を誘起するが、束縛対のまま運動する場合にはボルテックスと反ボルテックスによる励起電圧は互いに相殺し、電圧には寄与しない。

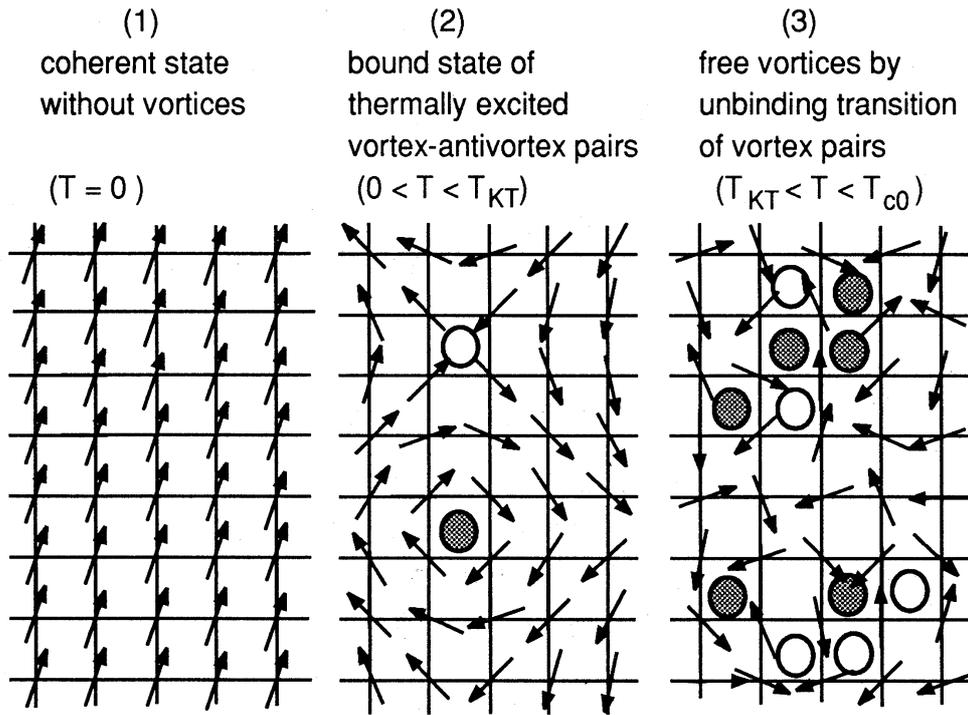


図2. ボルテックス対の熱励起と位相の空間分布

また、ボルテックス対はボルテックス・反ボルテックス間距離  $r$  に関して対数型の相互作用をもつことがわかっている。

$$U(r) = U_0 + U_1 \ln(r/\xi). \quad (10)$$

ここで、 $U_0$  はボルテックス対の生成エネルギーをあらわす。温度上昇に伴うボルテックス対の密度増加によって、他のボルテックス対の分極による遮蔽効果は増大する。このために、各々のボルテックス対の相互作用の強さ  $U_1$  は温度の増加にともなって減少し、 $U_1$  は温度によって繰り返された形の  $U_1(T)$  に変化することになる。

その結果、式 (9) で記述される系はある温度  $T_{KT}$  で Kosterlitz-Thouless (KT) 転移と呼ばれる相転移をおこし [1]、相転移温度  $T_{KT}$  を境にボルテックス対は一斉に解離する (図 2 (3))。つまり、 $U_1(T)$  は相転移温度  $T_{KT}$  を境にその値を有限の  $4k_B T_{KT}$  からゼロへ不連続に変化させる (ユニバーサルジャンプ)。

$$\begin{aligned}
 U_1(t) &= 4k_B T_{KT} \quad (T = T_{KT} - 0) \\
 &= 0 \quad (T > T_{KT})
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

外部電流があると、電流駆動項のエネルギーは  $-(\hbar/2e^*)I \sum_{\langle ij \rangle_{\parallel}} \Delta\theta_{ij}$  を式 (9) に付加して与えられる。ボルテックス・反ボルテックス間の相互作用は  $U^* = U - (\Phi_0/c)Ir$  となり最大値  $U_{\max}^*$  をもつ。ただし  $\langle ij \rangle_{\parallel}$  は電流方向 ( $x$ -軸) に沿った接合間の和をとることを示す。この結果、束縛されているボルテックス対は  $\Gamma \propto e^{-U_{\max}^*/k_B T}$  の割合で熱的に解離し、この解離したボルテックスの運動が電圧を誘起する。電流誘導型対解離である。解離したボルテックスの密度  $n_f$  は次の形で与えられる。

$$n_f = \Gamma^{1/2} \propto I^{U_{\max}^*/2k_B T} \tag{12}$$

電圧は  $n_f$  に比例することから、

$$R = V/I = 2\pi\xi^2 R_n n_f \propto 2\pi\xi^2 R_n I^{U_{\max}^*/2k_B T} \tag{13}$$

を得ることで、次式のような2次元熱揺らぎを反映した特異なべき乗型の電流-電圧 ( $I$ - $V$ ) 特性が得られる。

$$V \propto I^\alpha \tag{14}$$

このときべき指数  $\alpha$  に関して

$$\alpha(T) = \frac{U_1(T)}{2k_B T} + 1 \tag{15}$$

が成り立つ。

従って、式 (11) で示される  $K$   $T$  転移は温度増加にともない、 $T = T_{KT}$  におけるべき指数  $\alpha$  の3から1への不連続な跳びという形で現れることになる。

磁場があると、式 (9) を最小にする安定な位相の配位が一意に決まらなくなり、系の乱れは促進される。磁場によるフラストレーションは位相の揺らぎを増大する傾向にあり、それにともないボルテックス対の熱励起の頻度が高くなることが予想される。その結果、 $K$   $T$  転移の様相や直流電流に対するレスポンスが変化することが期待される。そこで磁場の値を系統的に変化させた時の、有限温度での直流電流下の系についてランジュバン・シミュレーションの手法に基づいて計算を行なった [2]。

以下ではシミュレーションの手法を述べる。

まず、この  $I$ - $V$  特性を計算するために、格子点間の結合を  $RSJ$  モデルと呼ばれるジョセフソン接合を常伝導抵抗  $R_N$  で分岐したモデルで記述する (図3)。これにより、 $I$ - $V$  特性

のような非平衡開放系の直接計算が可能になる。電流は  $x = 0$  から入り  $x = Na_0$  から出てゆくものとし、 $x$ -方向には開放境界条件を  $y$ -方向には周期境界条件を加える。

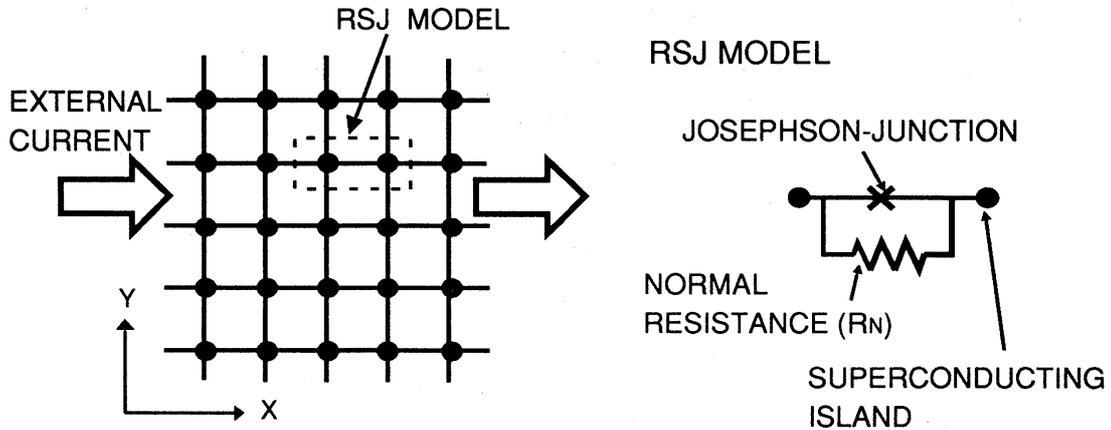


図3. RSJ Model.

電圧はジョセフソンの関係式を用いて接合間に生じる位相差の時間微分で与えられる。

$$V_{ij} = \frac{\hbar}{2e^*} \frac{d\Delta\theta_{ij}}{dt} \quad (16)$$

各接合間を流れる電流は次式で与えられる。

$$I_{ij} = I_0 \sin(\Delta\theta_{ij} - A_{ij}) + \frac{V_{ij}}{R_N} + \eta_{ij}(t). \quad (17)$$

ここで  $I_0$  はジョセフソンの最大電流で接合エネルギー  $J_0$  と  $J_0 = (\hbar/2e^*)I_0$  の関係にある。

また、有限温度  $T$  での各接合間の熱揺らぎをガウス型白色ノイズを用いたノイズ電流項  $\eta_{ij}(t)$  を付加することで導入する：

$$\langle \eta_{ij}(t) \rangle = 0; \quad (18)$$

$$\langle \eta_{ij}(t) \eta_{ij}(t') \rangle = (2T/R_N) \delta(t - t'). \quad (19)$$

この結果、各格子点上の位相  $\theta_{ij}$  は電流で駆動される傾斜ポテンシャルを通して時間発展することになる。電流保存式は次式で与えられる。

$$\sum_j I_{ij} = \begin{cases} I, & \text{on the edge site of } x = 1; \\ -I, & \text{on the edge site of } x = L; \\ 0, & \text{elsewhere.} \end{cases} \quad (20)$$

ここでは、和は  $i$  番目の格子点の全ての最隣接格子点  $j$  に関してとる。

式 (9)-(20) から、格子全体に対して、各格子点の位相に関する  $N_{\text{array}}$  変数 (格子点数 :  $N_{\text{array}}$ ) 確率微分方程式が得られる。

$$\frac{\hbar}{2e^*} \frac{d\theta_i}{dt} = R_N \sum_j G_{ij} \left[ \frac{2e}{\hbar} \frac{\partial \mathcal{H}_{2D}}{\partial \theta} + \sum_{\hat{\mu}} \eta_{j,j+\hat{\mu}} \right]. \quad (21)$$

$G_{ij}$  は 2次元のグリーン関数、 $\eta_{j,j+\hat{\mu}}$  は最隣接の接合間のノイズ電流を示す。

後で述べるように、式 (21) を数値積分して、サイズ  $N_x \times N_y$  の 2次元ジョセフソン接合格子の各格子点の位相のダイナミクスを外部電流のもと有限温度で調べた。位相の時間微分から求めた電圧の熱力学的平均値を格子全体で空間平均をとり、次式のように  $I$ - $V$  特性を求める。

$$\langle V \rangle = -\frac{1}{N_{\text{array}}} \sum_{\langle ij \rangle \parallel i} \frac{2e^*}{\hbar} J_0 \langle \sin(\theta_i - \theta_j) \rangle_t + I. \quad (22)$$

$\langle \dots \rangle_t$  は  $N_t$  時間ステップにわたる平均をあらわす。数値積分にあたっては、誤差が時間ステップ幅に対して 2 次のオーダーで与えられるアルゴリズム ( $O(\Delta t^2)$ ) を用いた [3]。時間ステップ幅を  $\Delta t = 0.01(\hbar/2e^*)/(R_N I_0)$  で与えて、各シミュレーションに対して初めの  $10^4$  ステップを初期定常状態の到達に費やした。その後の  $(1.5 - 3) \times 10^5$  ステップを用いて熱力学平均  $\langle V \rangle$  を算出した。各  $I$ - $V$  カーブは高電流側から低電流側へ向かって計算し、一つ前の高電流側の計算結果の終状態を次の電流値に対する初期配位に逐次利用して計算した。低電圧領域においては統計的収束が遅いため、さらなる新たな 5 個の独立試行の平均をとって電圧を計算した。また、ここで用いた擬似乱数は周期  $2^{32}$  の乗算型合同法で生成した。我々のシミュレーションでは一つの電圧を導出するのに最大  $2 \times 10^6$  ステップを費やすことになるが、これは  $2 \times 10^6 \ll 2^{32} \sim 5 \times 10^8$  となって周期  $2^{32}$  の乗算型合同法で十分対応できると考える。

計算結果の前に、計算にあたっての電流スケール  $I$  と系のサイズ  $N_{\text{array}} = N_x \times N_y$  から得られる  $I$ - $V$  特性および  $K T$  転移の妥当性との関連について述べておく。

上述の  $K T$  メカニズムを伴う 2次元系の有限サイズ効果を考えるうえで、2つの特徴的な長さが重要になる。1つはボルテックスの対解離に必要な  $U_{\text{max}}^*$  を与えるボルテックス対の大きさ  $r_c$  である。これは外部電流によって与えられべき乗型の非線型  $I$ - $V$  特性を特徴づける。

$$r_c \sim k_B T / \Phi_0 I. \quad (23)$$

もう一つは秩序変数  $\theta$  の相関長 :

$$l \propto \exp[b/(T_{KT} - 1)^{1/2}] \quad (24)$$

であり、温度増加とともに  $T = T_{KT}$  での  $l$  の発散によって K T 転移が現れる。

$I$ - $V$  特性に着目する場合、 $r_c$  と系のサイズ  $N_x$ 、 $N_y$  が問題となる。 $N_{x,y} > r_c$  であるならば、式 (14) で与えられるべき乗型の非線型  $I$ - $V$  特性を導き出せ、有限サイズ効果を考える必要はない。逆に  $N_{x,y} < r_c$  の場合には、有限サイズ効果が効いてきて上述のべき乗型のふるまいは現れない。我々の計算した  $N_x = N_y = 8$  のサイズの系場合、 $I = 0.1 - 1.0$  の電流レンジに対応するボルテックス対のサイズは  $r_c \sim 1 - 5 < 8$  となり、 $I$ - $V$  特性を考えている限り有限サイズ効果の影響はほとんどない。従って、“非線型  $I$ - $V$  特性を議論する限りサイズ効果を考える必要はない” ことがわかる。

他方、相関長  $l$  は  $T_{KT}$  付近で発散するため、転移温度近傍では  $N_{x,y} < l$  となり、ユニバーサルジャンプに対応するべき指数の跳びは  $(T_{KT} - T) \propto 1/\ln N_{x,y}$  に従って大きく鈍化され、折れ曲がりとしてしか現れない。このことは“K T 転移を厳密に扱うためにはサイズ依存性を考える必要がある” ことを示している。

以下で、シミュレーション結果について述べる。

まず、シミュレーションにおけるアルゴリズムの正当性を調べるために式 (9) で記述される RSJ モデルを用いた 1 次元系 (サイズ:  $N_x \times 1$ ) ジョセフソン接合格子に関して計算した。この系については既に解析解がわかっている [4]。数値解と解析解とを比較した結果を表 1 にまとめた。

$I$	$T = 0.1$		$T = 0.5$		$T = 1.0$	
	$V_{\text{exact}}$	$V_{\text{numerical}}$	$V_{\text{exact}}$	$V_{\text{numerical}}$	$V_{\text{exact}}$	$V_{\text{numerical}}$
0.2	$7.03 \times 10^{-7}$	$0.0025 \pm 0.0083$	0.044	$0.051 \pm 0.014$	0.127	$0.127 \pm 0.015$
0.4	$1.03 \times 10^{-4}$	$0.0004 \pm 0.0049$	0.120	$0.120 \pm 0.011$	0.264	$0.266 \pm 0.015$
0.6	0.0056	$0.007 \pm 0.004$	0.245	$0.239 \pm 0.013$	0.418	$0.409 \pm 0.004$
0.8	0.0898	$0.098 \pm 0.008$	0.419	$0.415 \pm 0.005$	0.589	$0.588 \pm 0.008$
1.0	0.369	$0.367 \pm 0.007$	0.627	$0.630 \pm 0.009$	0.775	$0.777 \pm 0.006$
1.2	0.697	$0.698 \pm 0.006$	0.850	$0.851 \pm 0.004$	0.971	$0.968 \pm 0.008$
1.4	0.990	$0.991 \pm 0.006$	1.080	$1.082 \pm 0.003$	1.175	$1.184 \pm 0.005$

表 1. Numerical results for 1D RSJ model compared with exact ones.

低温、低電流領域では収束が遅いため誤差が大きくなるが、 $T = 0.5$  では  $I = 0.2$  を除いて、 $T = 1.0$  では全域で誤差はだいたい5%のオーダーでおさえられている。この際の誘起電圧はだいたい0.1である。これによって、我々のアルゴリズムに従った計算では、少なくとも誘起電圧が0.1を超える領域においては、シミュレーション結果の妥当性が保証されていると考えられる。

次に、2次元系（サイズ： $N_x \times N_y = 8 \times 8$ ）のジョセフソン接合格子のシミュレーション結果について述べる。

図4 (1) は、ゼロ磁場 ( $f = 0$ ) における温度をパラメータとした  $I-V$  特性である。確かに、式 (14) に従う非線型べき乗型の  $I-V$  特性を再現している。

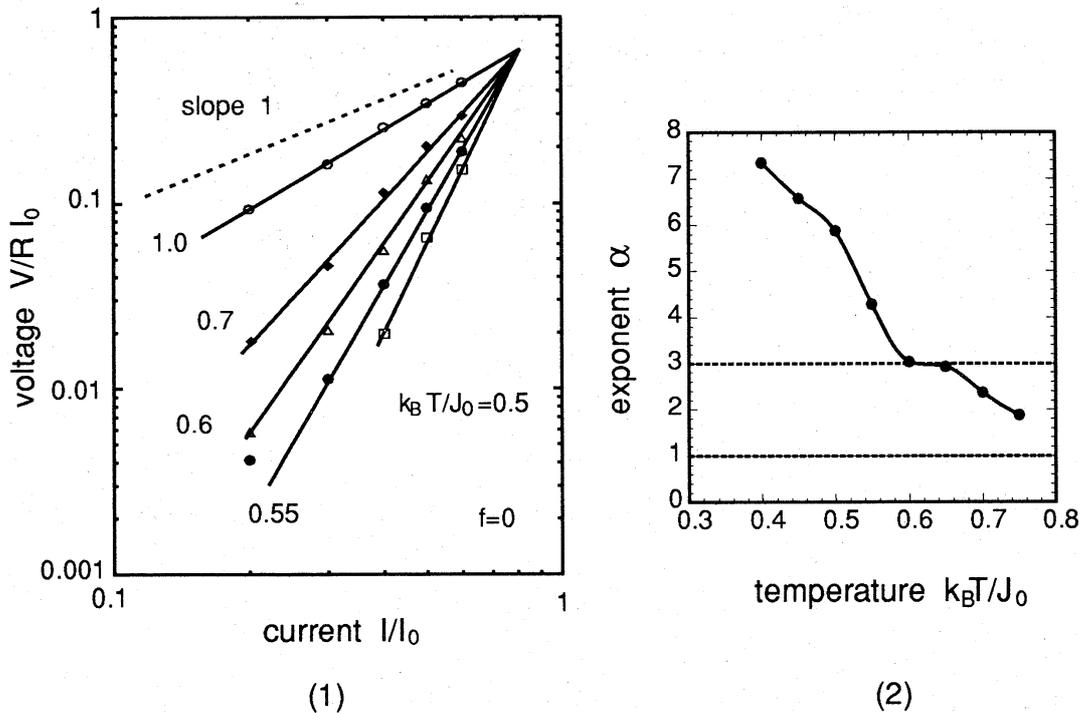


図4. (1) Calculated  $I-V$  characteristics for various temperatures at  $f=0$ .

(2) Temperature dependence of the exponent  $\alpha$ .

また、図4 (1) は  $\chi^2$ -fit を用いて求めた図4 (2) の  $I-V$  特性の傾き（べき指数） $\alpha$  の温度依存性を示す。

$\alpha = 3$  の辺りで折れ曲がりが見えるが、これは、上述の式 (11) および (15) に基づいた  $K T$  転移のユニバーサルジャンプの兆候である： $\alpha(T_{KT}) = 3$ 。ここで、ジャンプが厳密に不連続

な跳びとしてみえないのは、先に述べた有限サイズの影響である。

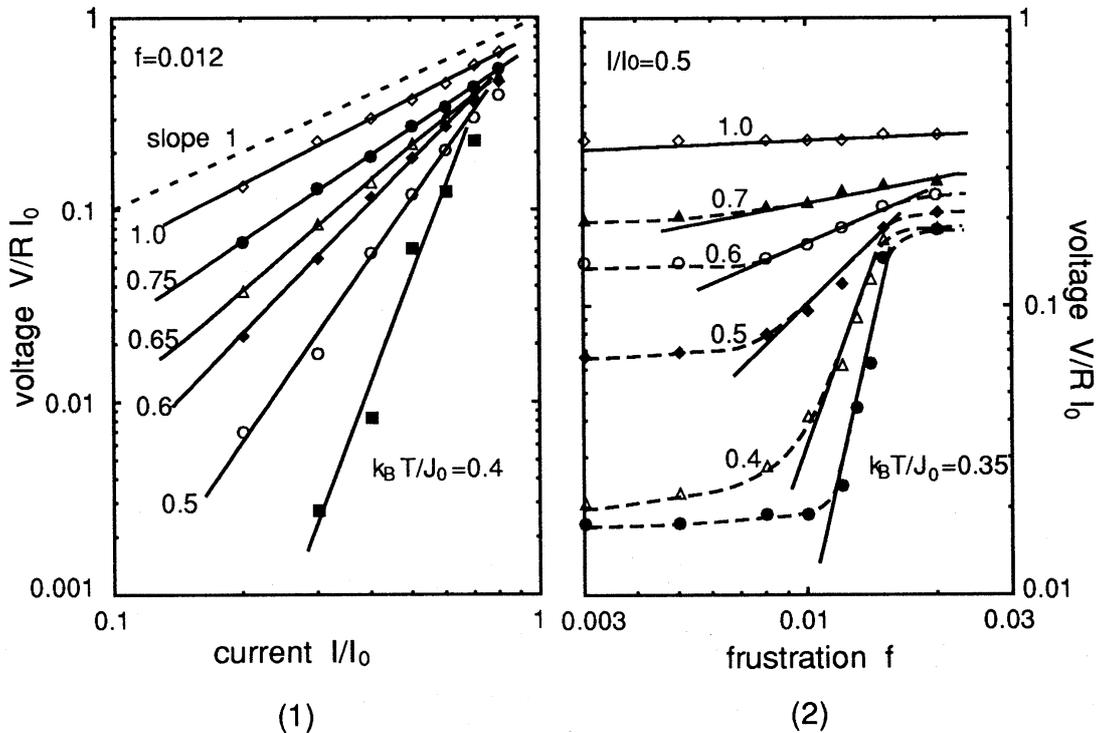


図5. Coexistence of power-law behaviors.

- (1) Calculated  $I$ - $V$  characteristics for various temperatures at  $f=0.012$ .  
 (2) Calculated magnetoresistance for various temperatures at  $I/I_0=0.5$ .

磁場がある場合の  $I$ - $V$  特性を図5 (1) に示す。

$f = 0.012$  で温度をパラメータとした時の結果である。フラストレーションのある場合でも  $I$ - $V$  特性は非線型べき乗則をとともなる。磁場の増加とともに、べき乗則の傾きである指数  $\alpha$  は全体として減少して線型抵抗（オームの法則）に移行する傾向にあるが、 $f = 0.02$  まではこの非線型べき乗則が  $I$ - $V$  特性に現れる。弱いフラストレーション ( $f \ll 1$ ) のもとではべき乗型の  $I$ - $V$  特性をもたらす  $K T$  メカニズムが relevant であることがわかる。しかも、べき指数  $\alpha$  は温度のみならず磁場（フラストレーション） $f$  にも強く影響をうける。

$$V \propto I^{\alpha(T,f)}. \quad (25)$$

また、図5 (2) は温度をパラメータとした誘起電圧の磁場依存性（磁気抵抗）である。

$I$ - $V$  特性がべき乗則に従う弱磁場領域 ( $f < 0.02$ ) では、磁気抵抗も  $I$ - $V$  特性と同様な非線型べき乗型のふるまいをみせることが見い出される。あらたに現れた磁気抵抗のべき指数  $\beta$  も温度  $T$  と電流  $I$  の両者に敏感に影響される。

$$V \propto f^{\beta(T,I)}. \quad (26)$$

これによって弱磁場中においては、2つの別々のべき乗則が励起電圧の電流依存性と磁場依存性に同時に現れることがわかる (式 (25) 及び (26))。この磁場および電流に依存して両立する2つのべき乗則は  $\mathbf{B} \times \mathbf{I}$  で表される Lorentz 力の対称性からきていると考えられる。

定量的には式 (25) および (26) からべき指数  $\alpha$  が対数型のフラストレーション依存性を示すことが導ける。

$$\alpha(f) = \alpha_0 \ln(f/f_0) \quad (27)$$

ここで  $\alpha_0$  と  $f_0$  はともに  $T$  のみに依存する定数である。 $f = 0$  では、温度  $T$  による繰り込みの小さい低温領域で、式 (15) で示されるように  $\alpha_0 \propto T^{-1}$  に従う。

図6は図5(1)の傾きから求めたべき指数  $\alpha$  のフラストレーション  $f$  依存性である。

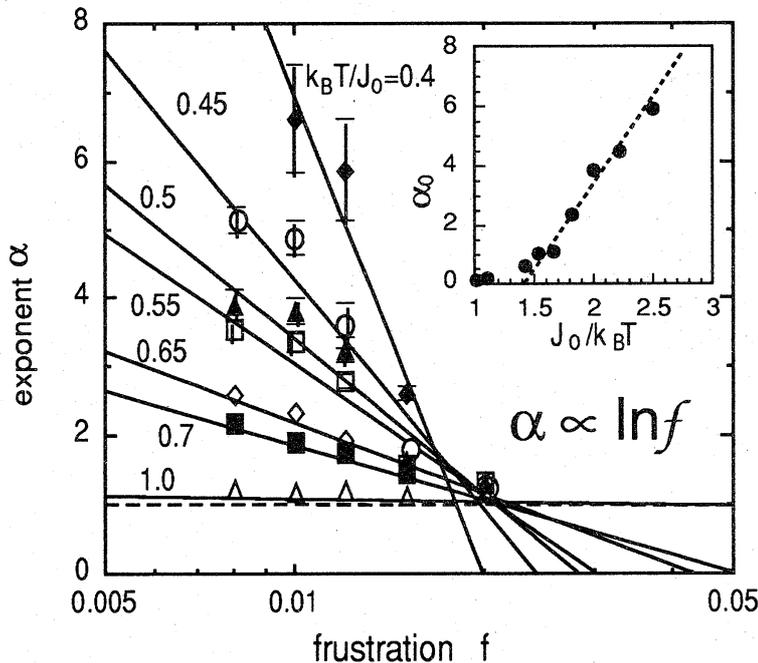


図6. Logarithmic dependence of the power-law exponent  $\alpha$  on frustration  $f$ .

確かにべき指数はフラストレーションに対して対数型の依存性をもって減少する。このことは式 (15) の  $\alpha$  の  $U_1(T)$  依存性を考えると、 $U_1(T)$  が磁場にも影響されることを表している。

る。つまり、熱揺らぎ  $\eta_{ij}$  を介して発生する2次元ボルテックス・反ボルテックス対においては、その解離に必要なエネルギーの最大値  $U_{\max}^*(I, H)$  が電流のみならずフラストレーションによっても引き下げられることを示す。物理的には磁束量子を担うボルテックス対に関して、電流誘導型対解離のみならず磁場誘導型対解離機構もはたらいていることをあらわす。

また図6の挿入図は係数  $\alpha_0$  の温度依存性を  $T^{-1}$  の関数としてプロットしたものである。磁場中でも低温では  $T^{-1}$  に従い、式(15)と一致することがわかる。このことは弱いフラストレーションのある2次元ジョセフソン接合格子はKT転移をもたらすフラストレーションのない2次元系(ゼロ磁場)と同じクラスに分類されることを示している。

さらに実際に、ボルテックスと励起電圧の関係を確かめるため、図7にフラストレーションの関数として表した熱揺らぎによって励起されたボルテックス密度  $n_v$  を示す。

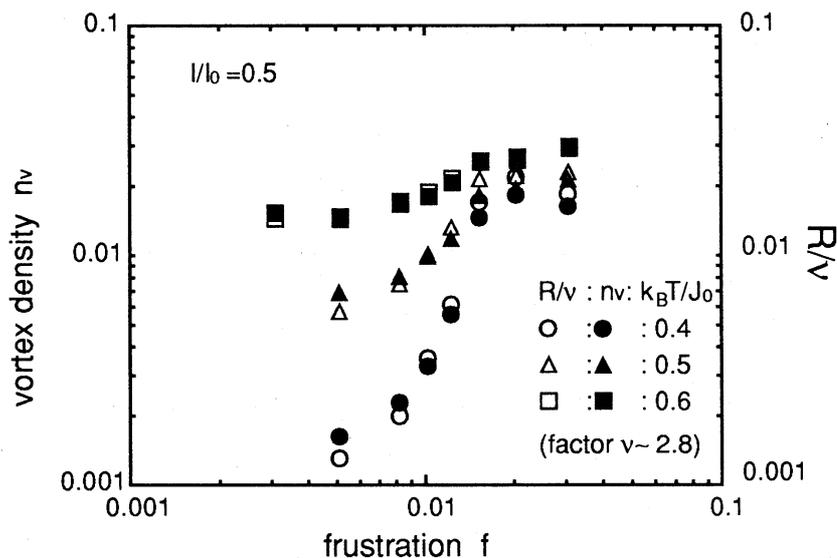


図7. Calculated thermally averaged vortex density  $n_v$  as a function of  $f$  with solid symbols. For comparison, we plotted values of the corresponding voltage (scaled by a common factor  $\nu$ ) as open symbols.

磁場の増加とともにボルテックス密度  $n_v$  (黒印) もべき乗型で上昇している。このことは、フラストレーションに基づくボルテックス密度の増加が  $I$ - $V$  特性の非線型べき乗則と直接に結び付いていることをあらわに示している。また、白印でプロットしてあるのは磁気抵抗をファクター2.8でスケールしたものである。誘起電圧はボルテックス密度と非常に良い相関をもち、 $R \propto n_v$  が成り立つことがわかる。このことは式(13)と一致し、上述のKTメカ

ニズムに基づく2次元ボルテックス対に起因した描像が妥当であることを示す。従って物理的には、弱磁場中、有限温度での2次元超伝導状態の  $I$ - $V$  特性の本質は磁束量子を担ったボルテックス・反ボルテックス対の熱励起とその解離にあるといえる。

最後に、図8(1)および(2)に  $I$ - $V$  特性と磁気抵抗のベキ指数  $\alpha$  および  $\beta$  の温度依存性をそれぞれ磁場および電流をパラメータとして示す。

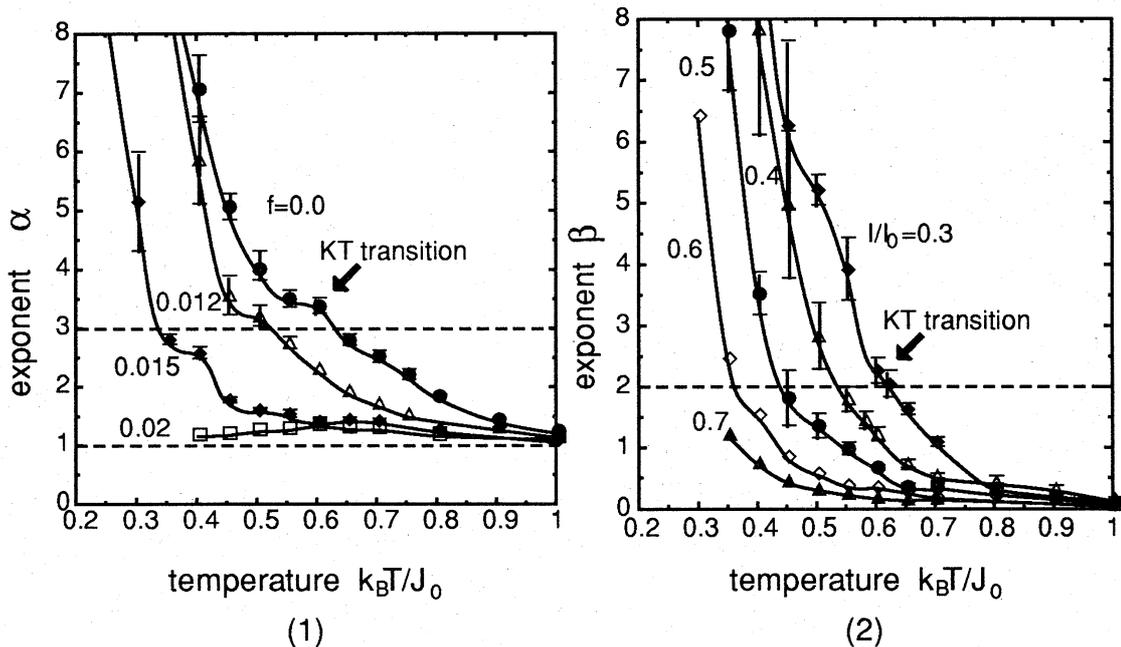


図8. Temperature dependence of power-law exponents  $\alpha$  and  $\beta$ .

(1) The current power-law exponent  $\alpha$  as a parameter of  $f$

(2) The field power-law exponent  $\beta$  as a parameter of  $I$

$f=0$  の場合、ベキ指数  $\alpha(T, f=0)$  の温度依存性に  $\alpha=3$  において折れ曲がりが見られる。これは図4(2)で述べたように、KT転移にともなうユニバーサルジャンプの兆候である。上述の通り、 $f=0$  の磁場のない場合には、温度上昇に伴うボルテックス・反ボルテックス対の密度増加をとおして及ぼされるボルテックス間相互作用  $U_1(T)$  に対する遮蔽効果がKT転移を引き起こす。

磁場のある場合にも  $\alpha \sim 3$  と  $\beta \sim 2$  でそれぞれ系統的に折れ曲がりが見られる。従って、磁場中においてもKT転移の兆候は残っているものと考えられる。これによって弱磁場中においてはユニバーサルジャンプの兆候は  $I$ - $V$  特性だけでなく磁気抵抗においてもそのベキ指数の温度依存性の中にあられることが数値計算から導出された [2]。

またこれらの折れ曲がり、電流  $I$ 、フラストレーション  $f$  増加にともなって、低温側に系統的にシフトしている。そこで、 $\alpha(T_{KT}) = 3$  及び  $\beta(T_{KT}) = 2$  によって、KT 転移温度  $T_{KT}(f)$  と  $T_{KT}(I)$  を与えるとする、KT 転移温度は磁場と電流の両者によって引き下げられることがわかる。これらの結果はまた、実際の 2 次元超伝導体の実験結果と良く一致する [5]。詳しくは文献 [2] を参照されたい。

## REFERENCES

- [1] J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, *J. Phys. C* **6**, 1181 (1973).
- [2] R. Sugano, T. Onogi, and Y. Murayama, *Phys. Rev. B* **45**, (1992) 10789;  
T. Onogi, R. Sugano, and Y. Murayama, *Solid State Commun.* **78** (1991) 103.
- [3] G. G. Batrouni, *Phys. Rev. D* **33**, 1815 (1986).
- [4] 式 (9) において  $1 \times N$  の 1 次元系を考えた場合、式 (21) であらわされる確率微分方程式は RSJ モデルで記述される単一ジョセフソン接合の足し合わせでかける。このため、1 次元ジョセフソン接合格子に関しては  $\langle \Delta \theta_{ij} \rangle_{||x} = V_{12} = V_{23} = \dots = V_{N-1,N} = [2 \sinh(I\pi/T)] [\int_0^{\pi/2} \cosh(2Iy/T) I_0(2 \cos y/T) dy]^{-1}$  で厳密解が得られる。
- [5] P. C. E. Stamp, L. Forro, and C. Ayache, *Phys. Rev. B* **38**, 2847 (1988);  
M. Ban, T. Ichiguchi, and T. Onogi, *Phys. Rev. B* **40**, 4419 (1989);  
S. Martin, A. T. Fiory, R. M. Fleming, G. P. Episona, and A. S. Cooper, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 677 (1989);  
S. N. Artemenko, I. G. Gorlova, and Yu. I. Latyshev, *Phys. Lett. A* **138**, 428 (1989).