

数理解析研究所講究録 934

短期共同研究

トーリック多様体の幾何と
凸多面体

京都大学数理解析研究所

1996年1月

RIMS *Kokyuroku* 934

Geometry of Toric Varieties
and Convex Polytopes

January, 1996

Research Institute for Mathematical Sciences

Kyoto University, Kyoto, Japan

は じ め に

昨今、トーリック多様体の幾何と凸多面体の組合せ論の深い関係が明らかになり、相互に、そして、周辺領域の研究に、著しい影響を及ぼしている。たとえば、凸多面体の面、格子点の数え上げ理論には、強 Lefschetz 定理、Riemann-Roch 公式などが不可欠であり、また、凸多面体の分割理論は、超幾何函数の接続公式を求める際にも有益である。このように、トーリック多様体、凸多面体、超幾何函数の理論は、幾多の接点を有し、更に、計算代数や計算幾何の発展にも刺激され、境界領域での様々な研究活動が活性化しつつあるが、反面、互いに他の話題の研究状況を熟知しているとは言い難い。我々は、これらの分野の研究者が一堂に会し、自由な雰囲気の中で議論しながら互いの問題意識を理解し、最近の研究成果を確認するとともに境界領域での斬新な視点を探究する、そのような機会を持ちたいと願ったのである。

日 比 孝 之 (大阪大学理学部)

トーリック多様体の幾何と凸多面体

日時：平成 7年 6月 5日 (月曜日) 13:30～

6月 9日 (金曜日) 12:00

場所：京都大学数理解析研究所1階115号室

6月 5日 (月曜日)

13:30～14:50 柳川 浩二 (名古屋大学大学院多元数理科学研究科)

「0次元スキームの配置と斉次可換代数」

[概要：Castelnuovo が1893年に発表した射影曲線に関する論文は(2次元) 斉次整域の Hilbert 関数やホモロジカルな性質を考察したものとも見れる。これは今日でも、可換代数と組合せ論の境界分野の重要な研究対象の一つである。本講演では、講演者自身の仕事も含め、この話題の最近の結果を紹介する。]

15:10～16:30 寺井 直樹 (佐賀大学教育学部)

「Stanley - Reisner 環の極小自由分解とその組合せ論的応用」

[概要：cyclic polytope 及び stacked polytope に付随する Stanley - Reisner 環の極小自由分解に現れる Betti 数を計算する。さらに、Betti 数の消滅を分析することで、単体的 d -凸多面体の 1-skeleton が d -connected であることを環論的に別証するとともに、階数 $d-1$ の非平面的分配束の comparability graph が d -connected であることを示す。]

6月 6日 (火曜日)

10:40～12:00 土橋 宏康 (東北学院大学教養学部)

「非特異点のガロア被覆となる特異点について」

[概要： $\pi: (X, x_0) \rightarrow (Y, 0)$ を $0 \in C_n$ の開近傍 Y の有限ガロア被覆とする。このとき、 π の分岐点集合 $B\pi$ とガロア群 $\text{Gal}(X/Y)$ から特異点 (X, x_0) の性質がどれだけ解るか、任意に与えられた Y 上の正因子 D に対して $B\pi = D$ となるガロア被覆をすべて決定するという問題について考える。また、トーリック多様体を利用して $\text{Gal}(X/Y)$ がアーベル群でない例を構成する。]

13:30～14:50 前田 真美 (東北大学大学院理学研究科)

「超平面配置とトーリック多様体」

[概要： \mathbb{Q} 上定義された central hyperplane arrangement から自然に破れない扇が定まる。この扇に対応するトーリック多様体の特徴を、central hyperplane arrangement と zonotope との組合せ論的対応から考察する。また、quiver から組織的に2種類の zonotope が構成されるが、これらに対応するトーリック多様体についても考える。]

15:10～16:30 石田 正典 (東北大学大学院理学研究科)

「 p 進単位球体の中の凸体について」

[概要：複素単位球体の類似である p 進単位球体が Mumford, 栗原, Mustafin らにより20年程前に構成された。最近、擬(偽)射影平面の研究に関連して、Mustafin の仕事を整理する作業を行っている。そこでは、ある意味での凸集合が重要な役割を果たす。]

6月 7日 (水曜日)

10:40～12:00 高山 信毅 (神戸大学理学部)

「超幾何関数とトーリック多様体」

[概要： A -超幾何方程式系とトーリック多様体、 A -determinant の理論について(講演者が理解する範囲で)のサーベイをする。最近の発展、特に2次扇の定義するトーリック多様体と超幾何関数の定義域のコンパクト化についても言及する。]

13:30~14:50 大西建輔 (神戸大学大学院自然科学研究科)

「負の定曲率空間におけるボロノイ図の構成」

[概要: 上半空間上と一般にいわれている負の定曲率空間での計算幾何学を考える。扱う幾何的な構造としてボロノイ図を考える。この空間上での幾何構造の構成とユークリッド空間上での構成の比較をしながら話を進める。また、上半空間と同じ構造を持つ空間への写像を考え、それらの空間上でもボロノイ図が考えられることを示す。]

15:10~16:30 田村明久 (電気通信大学情報工学)

「線形計画法と組合せ最適化」

[概要: 線形計画問題は、不等式表現された凸多面体上で線形関数を最大化(あるいは最小化)する問題である。線形計画問題に対する、双対問題、双対定理、相補性定理、基本定理などの諸性質や組合せ最適化問題への応用(Farkasの補題と双対定理、分離問題と最適化問題、total dual integralityとその応用、凸多面体の端点の隣接性の特徴付け、有向マトロイド計画法)などを紹介する。]

6月 8日 (木曜日)

10:40~12:00 今井 浩 (東京大学理学部情報科学)

今井 桂子 (中央大学理工学部情報工学)

「正則3角形分割の列挙と凸多面体」

[概要: 正則3角形分割は、凸多面体と深く関わっている。まず、本講演ではこの関係で知られている結果についてまとめ、次にそれを基にすることにより、点集合の全ての正則3角形分割を作業領域計算量を小さく保って列挙できることについて述べる。関連した3角形分割の問題についても触れる。]

13:30~14:50 伊藤由佳理 (東京大学大学院数理科学研究科)

「Resolution of Gorenstein quotient singularities」

[概要: $SL(n, \mathbb{C})$ の有限部分群 G による商特異点について、 $n=2$ の場合は、 A 、 D 、 E 型特異点と呼ばれるものであり、その解消に関わる現象もいろいろと研究されている。本講演では $n=3$ の場合の特異点解消に関する最近の発展と、任意次元で見られる特異点と群の関係について解説する。]

15:10~16:30 小林正典 (東京工業大学理学部)

「ウェイト系の双対性とミラーシンメトリー」

[概要: 重射影空間内の超曲面に対する mirror symmetry を、トールス埋め込みの理論、特に Batyrev によって提案された凸体の双対を用いる方法で定式化し、その応用として、特異点理論における Arnold の「奇妙な双対性」と呼ばれる現象を、より一般の枠組みの中で説明する。]

6月 9日 (金曜日)

10:40~12:00 橋本光靖 (名古屋大学医療技術短期大学部)

「 q -Schur algebra の tilting module」

[概要: q -Schur algebra $A = Sq(n, r)$ の tilting cotilting module T で、その自己準同型環が再び A になるものを構成する。さらに、関手 $F = \text{Hom}_A(T, _)$ の岩堀-Hecke 環を用いた記述をし、 F が表現のテンサー積を保つことも示す。]

日比孝之 (大阪大学大学院理学研究科数学教室)

FAX: (06) 850-5327 (数学教室)

TEL: (06) 850-5299 (研究室直通)

E-mail: hibi@math.sci.osaka-u.ac.jp

短期共同研究

トーリック多様体の幾何と凸多面体

報告集

1995年 6月5日～ 6月9日

研究代表者 日比 孝之(Takayuki Hibi)

目 次

1. Zero-dimensional Schemes and Hilbert functions of Cohen-Macaulay Homogeneous Domains-----	1
名大・多元数理	柳川 浩二(Kohji Yanagawa)
2. Betti numbers of monomial ideals and its application to combinatorics-----	15
佐賀大・教育	寺井 直樹(Naoki Terai)
3. Squarefree lexsegment ideals-----	31
阪大・理	日比 孝之(Takayuki Hibi)
4. 非特異点のガロア被覆となる特異点について-----	57
東北学院大・教養	土橋 宏康(Hiroyasu Tsuchihashi)
5. 超平面配置とトーリック多様体-----	68
東北大・理	前田 真美(Masami Maeda)
6. p 進単位球体の中の凸体-----	79
東北大・理	石田 正典(Masanori Ishida)
7. 超幾何関数とトーリック多様体-----	106
神戸大・理	高山 信毅(Nobuki Takayama)
8. 負の定曲率空間におけるポロノイ図とその応用-----	111
神戸大・自然	大西 建輔(Kensuke Onishi)
9. 線形計画法と組合せ最適化-----	124
電気通信大	田村 明久(Akihisa Tamura)
10. 3角形分割と凸多面体-----	149
東大・理	今井 浩(Hiroshi Imai)
中央大・理工	今井 桂子(Keiko Imai)
11. Resolution of Gorenstein Quotient singularities-----	167
東大・数理	伊藤 由佳理(Yukari Ito)
12. ウェイト系の双対性とミラーシンメトリー-----	179
東工大・理	小林 正典(Masanori Kobayashi)
13. q -Schur algebra の tilting module-----	190
名大・医療技術短大	橋本 光靖(Mitsuyasu Hashimoto)