

12.

特殊関数のデータ・ベース化について

石引 健治[†](日大・理工)

小林 英恒(日大・理工)

Abstract. 我々は、現在、特殊関数のデータ・ベース化を行っている。今回はこれについて報告する。

12.1 Introduction

今回の特殊関数のデータ・ベース化は、特殊関数公式の知的でかつ、効率的な参照を目的として行われている。

ハードウェア構成としては、ワークステーションを用い、その上にリレーショナル・データベースをおき、MMIとしてX-Windowを採用している。

プログラム言語はC言語を使用し、Xlibとリンクしている。

ユーザーは、X-WindowのMMIを介して、自由に特殊関数公式を参照することができる。特殊関数公式表示画面にて特殊関数公式を参照後は、その特殊関数のグラフ(積分路等を含む)や制限事項も参照することができる。

また、数理学において特に重要な偏微分方程式については、解をデータとして保持している。よって、ユーザーは求めたい偏微分方程式の解を得られる場合もある。これらの解は、多くの場合、特殊関数で表わされている。

[†]Dept. of Math., Lanzhou University, Dr. Li Zhibin, 多大なる御指導、御鞭撻ありがとうございました。

12.2 検索パス

偏微分方程式解参照では、指示検索 (aueed retrieval) とし、特殊関数公式参照では、指示検索と連想検索 (associative retrieval) の両方を可能とした。

検索パスとしては、特殊関数公式参照は、偏微分方程式解参照後の解表示画面で解や表示式に含まれる特殊関数をクリックすることにより、その特殊関数を含んだ特殊関数公式を参照することが可能である。また、特殊関数入力画面において特殊関数をダイレクトに入力することにより、参照することもできる。

偏微分方程式解参照では、ディメンションと偏微分方程式を入力することにより、データが格納されている方程式に関しては、参照することができる。

ここで指示検索とは、ある手掛かり (clue)、或は、タグ (索引付き質問) が与えられ、その質問によって指定された情報を提供することをいい、連想検索は、疑問や質問に対して明示的な答えよりは、与えられた情報に類似した情報を返すことをいう。

12.3 データ構造

データベースは、大別して、次の二つのカタログがある。

1. 特殊関数公式データ
2. 偏微分方程式データ

1. の特殊関数公式データは、sp table を持ち、特殊関数公式の属性や制限事項、グラフの有無、表示式等のデータを持つ。

2. の偏微分方程式データは、class table, equation table, solution table, expression table の4つのテーブルからなる。

class table では、クラスデータとして、階数、次数、次元等のデータを持つ。従って、全ての偏微分方程式、表示式は、あるクラスに属する。

equation table では、偏微分方程式データとして、主に偏微分方程式を管理する。前述のようにここでは、数学や物理学において、重要な偏微分方程式を扱う。一般に偏微分方程式は、複数の解を持つ。従って、ある偏微分方程式データは、複数の解データに対応する。

solution table では、解データとして、偏微分方程式の解を管理する。一般に解は、複数の表示形式を持つ。従って、ある解データは、複数の表示式データに対応する。

expression table では、表示式データとして、解の表示式を管理する。

偏微分方程式データのデータ構造を以下に示す。

Class Table							
class no.	demention	order	degree	class name	etc		
N	N	N	N	char(40)	char(10)		
Equation Table							
eqn no.	class no.	equation	name of eqn.	information	limitation	etc	
N	N	char(150)	char(40)	char(80)	char(40)	char(10)	
Solution Table							
sol no.	class no.	eqn no.	left of sol.	right of sol.	name	limitation	etc
N	N	N	char(100)	char(100)	char(40)	char(40)	char(10)
Expression Table							
exp no.	class no.	eqn no.	sol no.	left of exp.	right of exp.	etc	
N	N	N	N	char(100)	char(100)	char(10)	

12.4 ハイパーテキスト

ハイパーテキストは、連想的構造を構築し使用するためのツールである。通常の文書は、線形であり、我々は最初から最後まで読むという傾向がある。対称的にハイパーテキストを読むことにうるさい制約はなく、自分の関心に従って、情報から情報へとジャンプすることができる。百科事典やマニュアルなどは、ハイパーテキストに適しているといわれるが、特殊関数公式の参照などもまさにその連想的構造にマッチしていると考ええる。

よって、本システムでは、MMIとして、ハイパーテキスト方式を採用している。

12.5 偏微分方程式のマッチング

偏微分方程式解参照では、方程式のマッチングが問題となる。

本システムでは、データベース内のデータは、ソートプログラムによって、辞書式順にソートされ、格納されている。入力されたデータは、このソートプログラムで、ソートされた後、データベース内のデータとの照合が行われる。従って、同じ方程式であれば、必ず、合致する。例えば、p1として、 $D[x,y]$ 、p2として、 $D[y,y]$ とすると、オーダーは、

$$D[x,y]+D[y,y]$$

となる。

以下に偏微分方程式データの具体例を示す。

DATA1	
Name	Burgers-Huxley equation
Equation	$D[u,t] + auD[u,x] - D[u,x,x] + bu(1-u)(r-u) = 0$
Eqn.Cond	where a, b and r are real parameters, $b \leq 0, 0 < r < 1$
Solutions	$u_1(t, x) = [r/2] + [r/2] \tanh[-r(a \pm s)x/8 - r(8b - a^2r + 4br \mp asr)t/16]$ $u_2(t, x) = [1/2] + [1/2] \tanh[-r(a \pm s)x/8 - (8br - a^2 - 4b \mp as)t/16]$ $u_3(t, x) = [(1+r)/2] + [(1-r)/2] \tanh[-(a \pm s)(r-1)x/8 - (a^2 + 4b \pm as)(1-r^2)t/16]$
Sol.Cond	where $s = \sqrt{a^2 + 8b}$
Remark	The equation is the extension form of famous Burgers equation and Huxley equation.
DATA2	
Name	Verhulst equation
Equation	$D[u,t] = au(1-u/b)$
Eqn.Cond	where a, b are both positive parameters.
Solutions	$u(t, x) = b(1 + Ae^{-at})$
Sol.Cond	where A is an arbitrary constant.
Remark	Verhulst equation describes the problem of single-population growth, which sometimes called logical equation. $U = u(t)$ is called logical curve.
DATA3	
Name	Fisher equation
Equation	$D[u,t] = aD[u,x,x] + bu(1-u)$
Eqn.Cond	where a, b are both positive parameters.
Solutions	$u(t, x) = 1/4[1 - \tanh\{[1/2](\sqrt{b/6a}(x - 5\sqrt{ab/6t}))\}]^2$
Sol.Cond	
Remark	<p>Fisher equation is the classical and simplest case of the non-linear reaction diffusion equation, which describes problems such as non-linear equation of a population in one-dimensional habitat, neutron population in a nuclear reaction, etc.</p> <p>$U(t, x)$ is a travelling wave solution of Fisher equation.</p>

12.6 まとめ

現在、データを格納中であるが、まだ、データ数が極めて少ない。従って、データの充実が急務である。原因の一つとして、データ加工の難しさが上げられる。よって、将来的には、何等かの入力支援システムが必要になると予想される。

また、検索要求が満たされているかどうかなど、数学・物理学の専門家の協力を得て、検索効率の評価も行う必要がある。

参考文献

- [1]Robert E. Horn,*Mapping Hypertext*,The English Agency Ltd.(1989).